

NASIONALE NORMTOETS · WISKUNDE

Die Volledige NBT Wiskunde Oefenboek

935 oefenvrae met volledige verduidelikings in gewone taal
vir die Nasionale Normtoets (NBT) Wiskunde

Eben Roux

- ✓ Elke verduideliking leer die idee, die stappe en die slaggate
- ✓ Elke verkeerde opsie ontleed — leer die foute ken voordat jy hulle maak
- ✓ Volledige studiegids, formuletabelle en eksamenstrategie
- ✓ Drie volledige proefksamens van 60 vrae elk

EERSTE UITGAWE — 2026

Die Volledige NBT Wiskunde Oefenboek

935 oefenvrae met volledige verduidelikings in gewone taal vir
die Nasionale Normtoets (NBT) Wiskunde

Eben Roux

Eerste Uitgawe — 2026

Die Volledige NBT Wiskunde Oefenboek

Eerste Uitgawe — 2026

Eben Roux

Copyright © 2026 Eben Roux. Alle regte voorbehou.

Hierdie boek is gratis. Jy mag dit aflaai, druk en met enigiemand deel — leerders, klasmaats, onderwysers, 'n hele skool — sonder enige koste, mits dit volledig en ongewysig aangegee word, met hierdie bladsy ingesluit. Onderwysers en tutors is welkom om dit in die klas te gebruik.

Wat *nie* toegelaat word nie, sonder vooraf skriftelike toestemming; om dit te verkoop of enige fooi vir toegang te vra; om die lêer elders vir aflaai op te laai (skakel eerder na die amptelike bladsy, sodat die boek op datum bly en opdaterings die lesers bereik); om die inhoud te verander of die erkenning te verwyder; of om wesenlike dele daarvan in 'n ander werk te herproduseer. Kort aanhalings in resensies en gewone opvoedkundige bronverwysing is in orde.

Onafhanklike publikasie. Hierdie boek is 'n onafhanklike studiehulpbron. Dit is nie geaffilieer met, onderskryf deur, of verbonde aan die National Benchmark Tests Project, die Centre for Educational Testing for Access and Placement (CETAP), of die Universiteit van Kaapstad nie. Die name “National Benchmark Test” en “NBT” word slegs gebruik om die eksamen te identifiseer waarvoor hierdie boek voorbereiding bied.

Akkuraatheid. Elke vraag en oplossing in hierdie boek is onafhanklik nagegaan. Nogtans word geen waarborg gegee dat die teks foutvry is nie, en die outeur en uitgewer aanvaar geen aanspreeklikheid vir enige verlies wat uit die gebruik daarvan voortspruit nie. Toetsformate en -beleide kan verander; bevestig altyd die huidige toetsreëlings by die amptelike NBT-administrasie.

Inhoud

Volledige Studiegids	2
Hoofstuk 1 — Algebraïese Prosesse	37
Hoofstuk 2 — Getalbegrip	131
Hoofstuk 3 — Funksies en Grafieke	211
Hoofstuk 4 — Trigonometrie	302
Hoofstuk 5 — Meetkunde	384
Hoofstuk 6 — Datahantering en Waarskynlikheid	468
Hoofstuk 7 — Finansiële Wiskunde	529
Hoofstuk 8 — Rye en Reekse	590
Hoofstuk 9 — Volledige Proefeksamens	652
Proefeksamen 1	653
Proefeksamen 2	680
Proefeksamen 3	708
Hoofstuk 10 — Differensiaalrekene	738
Hoofstuk 11 — Die Uitdaging	783

Volledige Studiegids

Lees dit eerste — dit is vir jou geskryf.

As wiskunde nog nooit heeltemal vir jou “ingeklik” het nie, is hierdie gids presies daarvoor gebou. Niks hierin veronderstel dat jy dit reeds verstaan nie. Elke reël word in gewone Afrikaans verduidelik *voordat* jy die formule sien, elke simbool word in woorde uitgespel, en elke metode kom met ’n volledig uitgewerkte voorbeeld waar **elke enkele stap gewys word** — geen stappe word oorgeslaan nie en niks word gelaat sodat jy dit “sommer net moet weet” nie.

Jy hoef **nie** van nature goed te wees met wiskunde om goed te vaar in hierdie toets nie. Jy moet ’n klein aantal idees behoorlik verstaan, en hulle oefen totdat hulle bekend voel. Dit is ’n vaardigheid wat enigiemand kan opbou. Vat dit een klein idee op ’n slag, en wees geduldig met jouself.

Die Nasionale Normtoets in Wiskunde (NBT MAT) toets of jy gereed is vir wiskunde op universiteitsvlak. Dit is nie dieselfde as jou matriekeksamen nie. Matriek beloon dikwels lang berekeninge. Die NBT beloon **begrip** — om te weet *waarom* ’n reël werk, sodat jy dit kan gebruik op ’n vraag wat jy nog nooit vantevore gesien het nie.

Geen sakrekenaar word toegelaat nie. Dit klink skrikwekkend, maar dit is eintlik goeie nuus: dit beteken die getalle word byna altyd doelbewus klein en vriendelik gehou. Jy sal selde lelike rekenkunde nodig hê.

Hoe Hierdie Boek Ingedeel Is

Hierdie openingsgids is die **kaart**; die tien hoofstukke daarna is die **terrein**. Hier is hoe die hele boek inmekaarpas:

- **Hierdie Studiegids** — elke definisie, formule, simbool en strategie op een plek. Lees dit eerste, en keer dan gedurig daarheen terug as verwysing terwyl jy deur die hoofstukke werk.
- **Hoofstukke 1–8 en 10 — die oefenhoofstukke**. Elkeen dek een onderwerpsarea en volg dieselfde vierdelige vorm: 1. **Vrae** — probeer hierdie eerste, op papier, sonder om te loer. 2. **Antwoorde en volledige verduidelikings** — elke vraag in hierdie afdeling word van vooraf weer geleer: die idee, die stappe, en vir elkeen van hulle *waarom elke verkeerde opsie verkeerd is* (elkeen is 'n werklike fout wat werklike studente maak — om hulle te leer herken is die helfte van die oefening), en 'n **Onthou** wat die moeite werd is. 3. **Gemengde oefening** — 30 vrae uit *alle* onderwerpe, sonder etikette, soos die werklike toets. 4. **Memorandum** vir die gemengde oefening.
- **Hoofstuk 9 — drie volledige proefeksamens**, 60 vrae elk, in die werklike toets se formaat en onderwerpmengsel. Hou hierdie vir die laaste weke (die studieplan hieronder sê vir jou wanneer).

Hoe om 'n vraag te werk — die roetine wat hierdie boek laat werk: probeer dit eers eerlik, selfs al kom jy net gedeeltelik daar. Lees dan die volledige verduideliking **selfs wanneer jy dit reg gehad het** — die verduidelikings leer die slaggate, kortpaaie en dwarsverbande wat een vraag in tien punte se begrip omskep. As jy dit verkeerd gehad het, soek *jou* fout tussen die “waarom die ander verkeerd is”-notas; om jou eie foutpatroon te herken is die vinnigste verbetering wat daar is.

Die vyf areas wat die NBT toets — en waar om elkeen te oefen

Die NBT MAT put elke vraestel uit dieselfde vyf bevoegdheidsareas, wat op die NBT se eie webwerf genoem word. Hierdie tabel is jou roetekaart:

NBT-bevoegdheidsarea	Oefen dit in
Probleemoplossing en modellering — algebraïese prosesse (bewerkings, verhoudings en persentasies, wortelvorme, logaritmes en eksponente, finansiële berekeninge, algebraïese manipulasie)	Hoofstukke 1, 2, 7 en 8
Probleemoplossing en modellering — funksies wat deur grafieke en vergelykings voorgestel word (definisieversameling en waardeversameling, eienskappe van grafieke, transformasies)	Hoofstukke 3 en 10
Basiese trigonometrie , insluitend grafieke, identiteite, vergelykings, en die oppervlakte-, sinus- en kosinusreëls in 2D en 3D	Hoofstuk 4
Ruimtelike waarneming — eienskappe van 2D- en 3D-vorms, omtrek, oppervlakte en volume, en analitiese meetkunde	Hoofstuk 5
Datahantering — meting en voorstelling, en die interpretasie van albei	Hoofstuk 6
Logiese vaardighede — om afleidings te maak en te besluit of 'n gegewe bewering waar is	Elke hoofstuk; Hoofstuk 11 steun die swaarste daarop

Hoeveel van die vraestel is elkeen werd? Niemand buite die NBT weet nie. Die NBT publiseer die areas en die vier kognitiewe vlakke, maar dit publiseer nie hoeveel van die 60 vrae in elke area val nie, en sy Nasionale Verslag gee prestasie per subdomein eerder as tellings. Enige boek of webwerf wat 'n presiese verdeling druk, raai — hierdie een doen dit dus nie. Oefen al ses rye; die toets is net 60 vrae en dit meng hulle.

(Hoofstuk 10 dek inleidende differensiaalrekenen, wat die NBT se eie verslagdoening onder funksies en grafieke plaas. Hoofstuk 9 se proefeksamens meng elke area, in geen beweerde verhouding nie.)

Hoe Om Hierdie Gids Te Gebruik

Die res van hierdie gids het vyf dele. Jy hoef hulle nie in volgorde te lees nie, en jy hoef hulle beslis nie alles in een sitting te lees nie.

- **Die Taal van Wiskunde** — 'n woordeboek van die woorde en simbole wat oral voorkom. As 'n vraag jou ooit verwar oor 'n *woord*, is dit hier waar jy kyk. **Begin hier.**
- **Deel 1 — Die Boustene** — die werklike wiskunde, onderwerp vir onderwerp. Elke onderwerp het: 'n verduideliking in gewone Afrikaans, die formules wat jy nodig het (in tabelle), 'n uitgewerkte voorbeeld, en 'n “pas op”-waarskuwing.
- **Deel 2 — Wiskunde in Jou Kop** — truiks om te bereken sonder 'n sakrekenaar.

- **Deel 3 — Eksamenstrategie** — hoe om werklik punte te kry op die dag, insluitend hoe om goeie raaiskote te maak.
- **Deel 4 — Jou Studieplan** — wat om te doen in die weke voor die toets, gebou rondom hierdie boek se hoofstukke en proefeksamens.

'n Belofte oor hierdie toets: daar is **geen negatiewe punte** nie. Jy word nooit gestraf vir 'n verkeerde antwoord nie. Jy moet dus **elke enkele vraag beantwoord**, selfs al raai jy. 'n Oop spasie is 'n gewaarborgde nul; 'n raaiskoot het 'n 1-uit-4 kans om reg te wees. Los nooit 'n blokkie leeg nie.

As jy net vyf dinge uit hierdie hele gids onthou: 1. Beantwoord **elke** vraag — 'n oop spasie tel 0, 'n raaiskoot tel dalk 1. 2. Leer die maaltafels, die spesiale-hoeke-tabel en die basiese formules totdat jy hulle sonder nadink ken. 3. Verander “vermeerder met 15%” na “vermenigvuldig met 1.15” — persentasies is net vermenigvuldiging. 4. Wanneer jy vasval, **probeer die vier opsies een vir een** en kyk watter een pas. 5. Lees die vraag stadig, twee keer. Die helfte van alle foute is bloot verkeerd lees.

Die Taal van Wiskunde — Woorde Ontsyfer

Die meeste mense wat met wiskunde sukkel, is nie eintlik swak in wiskunde nie — hulle raak verlore oor die **woorde en simbole**, wat niemand ooit in gewone taal verduidelik het nie. Hier is hulle. Kom gerus gedurig terug na hierdie lys.

Alledaagse wiskundewoorde

Woord	Wat dit in gewone Afrikaans beteken
Som	Die antwoord wanneer jy optel . “Die som van 3 en 5” beteken $3 + 5 = 8$.
Verskil	Die antwoord wanneer jy aftrek . “Die verskil van 8 en 3” beteken $8 - 3 = 5$.
Produk	Die antwoord wanneer jy vermenigvuldig . “Die produk van 4 en 5” beteken $4 \times 5 = 20$.
Kwosiënt	Die antwoord wanneer jy deel . “Die kwosiënt van 20 en 4” beteken $20 \div 4 = 5$.
Term	Een “stuk” van ’n uitdrukking, geskei deur $+$ - of $-$ -tekens. In $3x + 5$ is die terme $3x$ en 5 .
Uitdrukking	’n Stukkie wiskunde sonder ’n gelykaanteken, bv. $3x + 5$. Jy kan dit <i>vereenvoudig</i> maar nie <i>oplos</i> nie.
Vergelyking	Twee uitdrukkings met ’n gelykaanteken tussen hulle, bv. $3x + 5 = 11$. Jy <i>los dit op</i> om die onbekende te vind.
Veranderlike	’n Letter wat vir ’n onbekende getal staan, gewoonlik x of y .
Konstante	’n Gewone getal wat nie verander nie, soos 5 of -2 .
Koëffisiënt	Die getal wat ’n letter vermenigvuldig. In $3x$ is die koëffisiënt 3.
Vervang	Sit ’n getal in die plek van ’n letter. “Vervang $x = 2$ in $3x$ ” beteken werk $3 \times 2 = 6$ uit.
Vereenvoudig	Maak ’n uitdrukking korter/netjieser sonder om sy waarde te verander.
Los op	Vind die waarde van die onbekende letter wat ’n vergelyking waar maak.
Evalueer	Werk die werklike getal uit waarop ’n uitdrukking uitkom.

Getalwoorde

Woord	Wat dit in gewone Afrikaans beteken
Heelgetal	'n Volle getal, positief of negatief, insluitend nul: $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ (geen breuke, geen desimale).
Natuurlike getal	Die telgetalle: $1, 2, 3, 4, \dots$ (in Suid-Afrika begin hierdie by 1, nie 0 nie).
Rasionale getal	Enige getal wat jy <i>wel</i> as 'n breuk kan skryf, bv. $\frac{3}{4}$, 0.5, 7, 0.333...
Irrasionale getal	'n Getal wat jy <i>nie</i> as 'n netjiese breuk kan skryf nie — die desimale gaan vir ewig aan sonder 'n patroon, bv. $\sqrt{2}$, π .
Faktor	'n Getal wat presies in 'n ander deel. Die faktore van 12 is 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Veelvoud	Die maaltafel van 'n getal. Veelvoude van 3 is 3, 6, 9, 12, ...
Priemgetal	'n Getal met presies twee faktore: 1 en homself (2, 3, 5, 7, 11, ...). 1 is nie priem nie.

Brek- en magwoorde

Woord	Wat dit in gewone Afrikaans beteken
Teller	Die bokant van 'n breuk. In $\frac{3}{4}$ is die teller 3.
Noemer	Die onderkant van 'n breuk. In $\frac{3}{4}$ is die noemer 4.
Resiprook	'n Breuk wat onderstebo gedraai is. Die resiprook van $\frac{3}{4}$ is $\frac{4}{3}$. Om deur 'n breuk te deel = om met sy resiprook te vermenigvuldig.
Eksponent / mag / index	Die klein verhewe getal wat sê hoeveel keer om te vermenigvuldig. In $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ is die eksponent 3.
Grondtal	Die groot getal wat vermenigvuldig word. In 2^3 is die grondtal 2.
Kwadreer	Vermenigvuldig 'n getal met homself: $5^2 = 5 \times 5 = 25$.
Vierkantswortel ($\sqrt{\quad}$)	Die omgekeerde van kwadrering: “watter getal maal homself gee dit?” $\sqrt{25} = 5$.
Wortelvorm	'n Vierkantswortel wat nie op 'n heelgetal uitkom nie, soos $\sqrt{2}$ of $\sqrt{5}$. Ons laat dit net so.

Simbole wat jy sal sien

Simbool	Lees dit as
$=$	“is gelyk aan”
$\neq$	“is nie gelyk aan nie”
$<, >$	“kleiner as”, “groter as”
$\leq, \geq$	“kleiner as of gelyk aan”, “groter as of gelyk aan”
$\pm$	“plus of minus” (twee antwoorde: een met +, een met –)
$\therefore$	“daarom” (dus...)
$\approx$	“is ongeveer gelyk aan”
Σ (sigma)	“tel ’n lys dinge op”
π (pi)	’n vaste getal ≈ 3.14 , gebruik vir sirkels
θ (theta)	’n letter wat gebruik word om vir ’n hoek te staan
x_1, x_2	“x-een, x-twee” — net ’n manier om ’n eerste en tweede waarde te benoem

’n Gewoonte wat jou keer op keer sal red: wanneer ’n vraag jou verwar, lees dit *hardop in woorde* en vervang elke simbool met sy betekenis. Skielik is dit net ’n sin wat jy kan verstaan.

Die Toets in 'n Oogopslag: 60 Vrae, 3 Uur, Geen Sakrekenaar Nie

Wat jy moet weet	Besonderhede
Hoeveel vrae	60 , elk meervoudige keuse met vier opsies (A, B, C, D)
Hoe lank	3 uur — dit is gemiddeld 3 minute per vraag
Sakrekenaar	Nie toegelaat nie
Wat jy mag saamneem	Jou ID, twee geslypte potlode en 'n uitveër , middagete en water
Wat jy nie mag saamneem nie	'n Sakrekenaar, 'n woordeboek, kladpapier , notaboeke, en enige selfoon, tablet of slimhorlosie
Verkeerde antwoorde	Geen straf nie — raai dus as jy moet, en los nooit 'n oop spasie nie
Volgorde van vrae	Alle onderwerpe is deurmekaar gemeng — daar is geen afdelings nie

Word 'n sakrekenaar in die NBT toegelaat? Nee. Die NBT se eie reëls lys 'n sakrekenaar onder die dinge wat jy nie mag saambring nie, saam met 'n woordeboek, notaboeke en enige selfoon, tablet of slimhorlosie. Dit klink hard, maar dit tel eintlik in jou guns: dit beteken die getalle word gekies om met die hand hanteerbaar te wees, en Deel 2 van hierdie gids is niks anders as maniere om dit vinnig te doen nie.

En daar is ook geen kladpapier nie. Jy werk in die oop ruimte van die vraeboekie, so raak gewoonnd daaraan om jou bewerkings klein en netjies uit te lê terwyl jy oefen. Toiletbreke word nie tydens die sessie toegelaat nie, so beplan vir drie uur in jou stoel.

Wat dit vir jou beteken: jy het baie tyd (3 minute elk is ruim), so moenie jaag nie. Doen die maklikes eerste om daardie punte in die sak te kry, en kom dan terug vir die moeilikes.

Deel 1 — Die Boustene: Jou NBT-Formuleblad

Dit is die werklike wiskunde. **Saam gelees is die tabelle hieronder ’n formuleblad vir die NBT** — elke formule, reël en feit waaruit hierdie toets put, op een plek bymekaar sodat jy hulle kan leer en kan nagaan. Jy stap die toets binne met niks anders as potlode nie, so die blad moet in jou kop wees; dit is presies waarvoor hierdie tabelle daar is.

Elke onderwerp hieronder volg dieselfde vriendelike patroon:

- **Hoekom hierdie onderwerp** — die idee, in gewone woorde.
- **Die formules / feite** — in tabelle, sodat hulle maklik is om te vind.
- **Uitgewerkte voorbeeld** — ’n volledige vraag opgelos met elke stap gewys.
- **Pas op** — die fout wat die meeste mense maak.

Jy hoef nie alles gelyktydig baas te raak nie. Kies een onderwerp, verstaan dit, oefen dit, en gaan dan aan. Bietjie vir bietjie.

1. Getalbegrip

Hoekom Getalbegrip: om gemaklik te wees met breuke, desimale, persentasies en verskillende soorte getalle. Dit is die algemeenste onderwerp op die toets, en die goeie nuus is dat dit die *leerbaarste* een is. Kry dit stewig en jy het reeds ’n groot deel van die punte verdien.

1.1 Breuk–Desimaal–Persentasie-tabel

’n Breuk, ’n desimaal en ’n persentasie is drie verskillende maniere om **dieselfde hoeveelheid** te skryf. $\frac{1}{2}$, 0.5 en 50% is almal “half”. Leer hierdie tabel uit jou kop — dit red jou daarvan om onder druk omskakelings te moet doen.

Breuk	Desimaal	Persentasie
$\frac{1}{2}$	0.5	50%
$\frac{1}{4}$	0.25	25%
$\frac{3}{4}$	0.75	75%
$\frac{1}{5}$	0.2	20%
$\frac{2}{5}$	0.4	40%
$\frac{3}{5}$	0.6	60%
$\frac{4}{5}$	0.8	80%
$\frac{1}{8}$	0.125	12.5%
$\frac{3}{8}$	0.375	37.5%
$\frac{5}{8}$	0.625	62.5%
$\frac{7}{8}$	0.875	87.5%
$\frac{1}{10}$	0.1	10%
$\frac{1}{3}$	$0.\bar{3}$	$33.\bar{3}\%$
$\frac{2}{3}$	$0.\bar{6}$	$66.\bar{6}\%$

(Die klein strepie in $0.\bar{3}$ beteken die 3 herhaal vir ewig: 0.3333...)

Om 'n breuk na 'n persentasie te verander: deel bo deur onder, en vermenigvuldig dan met 100. **Om 'n persentasie na 'n breuk te verander:** plaas dit oor 100 en vereenvoudig.

1.2 Getalfeite om Onmiddellik te Ken

Jy sal hierdie voortdurend gebruik. Maak flitskaarte totdat hulle outomaties is.

Volkome vierkante ('n getal maal homself), van 1^2 tot 15^2 :

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225

Volkome kubusse ('n getal maal homself, maal homself weer), 1^3 tot 5^3 :

1, 8, 27, 64, 125

Magte van 2 (hou aan verdubbel), tot by 2^{10} :

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024

Priemgetalle tot 50 (slegs deelbaar deur 1 en hulself):

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

Die 10%-leer — magte van 1.1, wat die NBT voortdurend in rente- en groeivrae gebruik (let op dat die syfers die rye van Pascal se driehoek is):

$$1.1^2 = 1.21 \quad 1.1^3 = 1.331 \quad 1.1^4 = 1.4641$$

Driehoekige getalle — die lopende totale $1 + 2 + 3 + \dots + n$ (formule $\frac{n(n+1)}{2}$). Ken ten minste: $n = 5 \rightarrow 15$, $n = 10 \rightarrow 55$, $n = 20 \rightarrow 210$, $n = 40 \rightarrow 820$.

Die som van die eerste n onewe getalle is altyd n^2 : $1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$. Hierdie een feit is 'n bevestigde eksamengunsteling.

Pariteit in een asem (onewe/ewe reëls): onewe $\pm$ onewe = ewe; ewe $\pm$ ewe = ewe; onewe $\pm$ ewe = onewe; onewe $\times$ onewe = **onewe**; ewe $\times$ enigiets = **ewe**.

1.3 Persentasies — die een idee wat alles oopsluit

In gewone Afrikaans: “persent” beteken letterlik “uit 100”. So 30% beteken net $\frac{30}{100} = 0.3$. Die enkele nuttigste truuk in die hele toets is hierdie:

Enige persentasieverandering is net 'n vermenigvuldiging. Om met 15% te **vermeerder**, vermenigvuldig met 1.15. Om met 15% te **verminder**, vermenigvuldig met 0.85.

Waarom? As jy R100 het en 15% byvoeg, het jy nou die oorspronklike 100% *plus* 15% = 115% van wat jy gehad het = $1.15 \times 100 = 115$. Om 15% weg te vat, hou jy 100% – 15% = 85% = 0.85 daarvan.

Wat jy wil doen	Hoe om dit te doen
Vind $p\%$ van 'n getal n	$\frac{p}{100} \times n$
Persentasievermeerdering	$\frac{\text{Nuut} - \text{Oud}}{\text{Oud}} \times 100$
Persentasievermindering	$\frac{\text{Oud} - \text{Nuut}}{\text{Oud}} \times 100$
Vermeerder 'n getal met $p\%$	Vermenigvuldig met $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$
Verminder 'n getal met $p\%$	Vermenigvuldig met $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$
Vind die oorspronklike voor 'n verandering	Deel deur die vermenigvuldiger (moenie die persentasie weer bytel nie!)

Uitgewerkte voorbeeld — 'n hemp op uitverkoop: 'n Hemp kos R240. Dit word met 15% vermeerder. Wat is die nuwe prys?

- Stap 1 — verander die persentasie in 'n vermenigvuldiger: 'n vermeerdering van 15% beteken vermenigvuldig met $1 + 0.15 = 1.15$.
- Stap 2 — vermenigvuldig: 240×1.15 .
- Stap 3 — doen dit in maklike stukke: $240 \times 1 = 240$, en $240 \times 0.15 = 36$. Tel hulle bymekaar: $240 + 36 = 276$.
- **Antwoord: R276.**

Pas op — die “terug by die begin”-slag: 'n Prys gaan 10% **af**, en dan 10% **op**. Jy is *nie* terug waar jy begin het nie. 10% af beteken $\times 0.9$; 10% op beteken $\times 1.1$. Saam: $0.9 \times 1.1 = 0.99$, wat 'n **verlies van 1%** is. Wanneer persentasies een ná die ander gebeur, vermenigvuldig die vermenigvuldigers — moet nooit die persentasies optel of aftrek nie.

1.4 Soorte Getalle

Getalle leef in geneste groepe, soos bokse binne bokse:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Van links na regs gelees, sê dit: natuurlike getalle is binne die heelgetalle, wat binne die rasionale getalle is, wat binne die reële getalle is.

- $\mathbb{N}$ **Natuurlike getalle:** $1, 2, 3, \dots$ (telgetalle)
- $\mathbb{Z}$ **Heelgetalle:** $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ (volle getalle, insluitend negatiewes en nul)
- $\mathbb{Q}$ **Rasionale getalle:** enigiets wat jy as 'n breuk kan skryf — dit sluit alle desimale in wat **eindig** (0.25) of **herhaal** (0.333...) is.

- **Irrasionale getalle:** kan nie as 'n breuk geskryf word nie; die desimale gaan vir ewig aan sonder 'n patroon, soos $\sqrt{2}$, π , e
- $\mathbb{R}$ **Reële getalle:** alles hierbo, alles saam

Vinnige toets vir 'n vierkantswortel: $\sqrt{n}$ is 'n *mooi* rasionale getal slegs as n 'n volkome vierkant is. $\sqrt{25} = 5$ (rasionaal), maar $\sqrt{5}$ is irrasionaal.

1.5 Wetenskaplike Notasie

Wetenskaplike notasie skryf 'n getal as $a \times 10^n$, waar a tussen 1 en 10 is en n 'n heelgetal is. Die eksponent tel die plekke wat die desimale punt skuif — **positief** vir groot getalle, **negatief** vir klein getalle.

$$4\,500\,000 = 4.5 \times 10^6 \qquad 0.00045 = 4.5 \times 10^{-4}$$

Om te vermenigvuldig of te deel, hanteer die koëffisiënte en die magte van tien afsonderlik:

- **Vermenigvuldiging:** vermenigvuldig die koëffisiënte, **tel** die eksponente **bymekaar**.
- **Deling:** deel die koëffisiënte, **trek** die eksponente **af**.

As die koëffisiënt buite 1 tot 10 beland, stel dit reg: $37 \times 10^4 = 3.7 \times 10^5$.

1.6 Spoed, Afstand en Tyd

Een verwantskap, op drie maniere gelees:

$$\text{afstand} = \text{spoed} \times \text{tyd} \qquad \text{spoed} = \frac{\text{afstand}}{\text{tyd}} \qquad \text{tyd} = \frac{\text{afstand}}{\text{spoed}}$$

Twee reëls keer byna elke fout hier:

1. **Laat die eenhede eers ooreenstem.** Met 'n spoed in km/h is 30 minute 0.5 uur — deel minute deur 60, moet hulle nooit as desimale behandel nie.
2. **Gemiddelde spoed is totale afstand ÷ totale tyd.** Dit is *nie* die gemiddeld van die spoede nie. As jy gelyke afstande teen twee verskillende spoede aflê, word meer tyd teen die stadiger een spandeer, dus kom die ware gemiddeld altyd **onder** die halfpadpunt tussen hulle uit.

2. Eksponente en Logaritmes

Hoekom Eksponente en Logaritmes: 'n **eksponent** (of “mag”) is net 'n kortpad vir herhaalde vermenigvuldiging. 2^4 beteken “vermenigvuldig vier 2's saam”: $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. 'n **Logaritme** is die omgekeerde vraag: “hoeveel 2's het ek vermenigvuldig om 16 te kry?” — die antwoord is 4. Dit is al wat 'n log is: 'n eksponent, agterstevoor gevra.

2.1 Wette van Eksponente

Hierdie reëls laat jou magte vinnig kombineer. Die truuk tot almal van hulle: hulle werk net wanneer die **grondtal** (die groot getal) dieselfde is.

Wet	Formule	In gewone Afrikaans
Vermenigvuldiging	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	Dieselfde grondtal, vermenigvuldig → tel die magte bymekaar
Deling	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	Dieselfde grondtal, deel → trek die magte af
Mag van 'n mag	$(a^m)^n = a^{mn}$	'n Mag tot 'n mag verhef → vermenigvuldig die magte
Negatiewe mag	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	'n Minusteken in die mag beteken “draai dit na onder toe om”
Nulmag	$a^0 = 1$	<i>Enigiets</i> (behalwe 0) tot die mag 0 is net 1
Breukmag	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	Onderkant van die breuk = die wortel; bokant = die mag
Mag van 'n produk	$(ab)^n = a^n b^n$	Deel die mag uit aan elke faktor

Uitgewerkte voorbeeld: Vereenvoudig $\frac{x^5 \cdot x^3}{x^4}$.

- Stap 1 — bo: dieselfde grondtal wat vermenigvuldig, dus tel die magte bymekaar: $x^5 \cdot x^3 = x^{5+3} = x^8$.
- Stap 2 — nou deel ons, dieselfde grondtal, dus trek af: $\frac{x^8}{x^4} = x^{8-4} = x^4$.
- **Antwoord:** x^4 .

2.2 Wette van Logaritmes

'n Logaritme antwoord “watter mag?” Geskryf as $\log_a N = x$, beteken dit “ a tot die mag x gee N ”, d.w.s. $a^x = N$. Die twee is dieselfde feit op twee maniere geskryf:

$$y = a^x \iff x = \log_a y$$

Wet	Formule	In gewone Afrikaans
Produk	$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$	Log van 'n produk → tel die logs bymekaar
Kwosiënt	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$	Log van 'n deling → trek die logs af
Mag	$\log_a(x^n) = n \log_a x$	'n Mag binne-in → kom na vore as 'n vermenigvuldiger
Log van die grondtal	$\log_a a = 1$	“Watter mag van a gee a ?” → 1
Log van 1	$\log_a 1 = 0$	“Watter mag gee 1?” → 0

Uitgewerkte voorbeeld: Evalueer $\log_2 32$.

- In woorde vra dit: “2 tot *watter* mag gee 32?”
- Tel die verdubbelings: 2, 4, 8, 16, 32 — dit is $2^5 = 32$.
- **Antwoord: 5.**

Pas op — die grootste log/eksponent-slaggat: jy kan 'n log **slegs** opbreek wanneer dinge binne-in **vermenigvuldig of gedeel** word. $\log(a + b)$ is **NIE** gelyk aan $\log a + \log b$ nie. Daar is geen reël vir optelling binne 'n log nie. (Dieselfde idee vang mense met wortels: $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.)

3. Algebra en Wortelvorme

Hoekom Algebra en Wortelvorme: algebra is rekenkunde met letters wat in die plek van getalle staan. “Faktorisering” beteken om 'n uitdrukking as 'n vermenigvuldiging te skryf (om dit op te breek in stukke wat saam vermenigvuldig word); “uitbrei” is die omgekeerde (om die hakies uit te vermenigvuldig).

3.1 Spesiale Identiteite — patrone wat die moeite werd is om te memoriseer

Hierdie kom so gereeld voor dat om hulle onmiddellik te herken, geweldig baie tyd spaar.

Patroon	Formule
Kwadraat van 'n som	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Kwadraat van 'n verskil	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Verskil van twee vierkante	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
Som van kubusse	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Verskil van kubusse	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Die een wat almal vergeet: $(a + b)^2$ is **nie** $a^2 + b^2$ nie. Jy moet die middelterm $2ab$ insluit. Toets met getalle: $(2 + 3)^2 = 25$, maar $2^2 + 3^2 = 13$. Verskillend! Die ontbrekende stuk is die $2ab = 2 \times 2 \times 3 = 12$, en $13 + 12 = 25$. ✓

3.2 Faktorisering — probeer altyd hierdie in volgorde

Wanneer jy gevra word om te faktoreiseer, werk van bo af deur hierdie kontrolelys:

1. **Gemene faktor eerste** — is daar 'n getal of letter in *elke* term wat jy kan uithaal? Kyk altyd eers hierna. $6x + 9 = 3(2x + 3)$.
2. **Verskil van twee vierkante** — lyk dit soos $a^2 - b^2$? Dan $= (a - b)(a + b)$.
3. **Som of verskil van kubusse** — $a^3 \pm b^3$.
4. **Drieterm** (drie terme, $x^2 + bx + c$) — vind twee getalle wat **vermenigvuldig tot** c en **optel tot** b .
5. **Groepering** — vir vier terme, groepeer hulle in pare.
6. **Faktorstelling** — vir derdegraadse uitdrukkings: as $x = p$ in die uitdrukking 0 gee, dan is $(x - p)$ 'n faktor.

Uitgewerkte voorbeeld — 'n drieterm: Faktoreiseer $x^2 + 5x + 6$.

- Ons benodig twee getalle wat **vermenigvuldig tot 6** en **optel tot 5**.
- Lys die pare wat tot 6 vermenigvuldig: (1, 6) en (2, 3). Watter paar tel tot 5 op? $2 + 3 = 5$. ✓
- Dus $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$.
- **Kontroleer deur uit te brei:** $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$. ✓

3.3 Wortelvorme (oorblywende vierkantswortels)

'n **Wortelvorm** is 'n wortel wat nie tot 'n heelgetal vereenvoudig nie, soos $\sqrt{2}$. Reëls:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Om 'n wortelvorm te vereenvoudig — haal die grootste volkome-vierkantfaktor uit wat binne wegkruip:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Om wortelvorme op te tel — jy kan slegs “gelyksoortige” wortelvorme optel (dieselfde getal onder die wortel), presies soos om $2x + 3x = 5x$ op te tel:

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

Om die noemer rasionaal te maak — om ontslae te raak van 'n wortel onderaan 'n breuk. Vermenigvuldig bo en onder met die **bygevoegde vorm** (dieselfde uitdrukking met die middelste teken omgeruil):

$$\frac{3}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{3(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{3(\sqrt{5}+1)}{4}$$

3.4 Voltooiing van die Vierkant

Dit herskryf $x^2 + bx + c$ in die vorm $(x + p)^2 + q$, wat onmiddellik die draaipunt van 'n parabool wys. Die resep:

- **Halveer** die getal voor x (noem dit b), om $p = \frac{b}{2}$ te kry.
- Dan $q = c - p^2$.

Uitgewerkte voorbeeld: Skryf $x^2 + 8x + 3$ as $(x + p)^2 + q$.

- Halveer die 8: $p = 4$.
- $(x + 4)^2$ brei uit na $x^2 + 8x + 16$ — dit is 16 te groot, dus trek 16 af en tel die oorspronklike 3 weer by: $q = 3 - 16 = -13$.
- **Antwoord:** $(x + 4)^2 - 13$.

4. Kwadratiese Vergelykings

Hoekom Kwadratiese Vergelykings: 'n “kwadratiese” is enige vergelyking met 'n x^2 daarin (en geen hoër mag nie). Sy grafiek is 'n U-vorm (of onderstebo U) wat 'n **parabool** genoem word. Om dit op te los beteken om te vind waar dit die x-as sny.

4.1 Drie Maniere om Op te Los

1. **Faktoriserings** — skryf dit as $(x - p)(x - q) = 0$. Omdat enigiets maal nul gelyk aan nul is, is óf $x - p = 0$ óf $x - q = 0$, dus $x = p$ of $x = q$. **Probeer altyd eers hierdie.**

2. **Die kwadratiese formule** — werk vir *elke* kwadratiese $ax^2 + bx + c = 0$, selfs die lelikes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. **Voltooing van die vierkant** — soms handig, maar die formule wen gewoonlik.

Uitgewerkte voorbeeld — deur faktoriserings: Los $x^2 - 7x + 10 = 0$ op.

- Vind twee getalle wat **vermenigvuldig tot** +10 en **optel tot** -7: dit is -2 en -5.
- Dus $(x - 2)(x - 5) = 0$.
- Daarom $x = 2$ of $x = 5$.
- **Antwoord:** $x = 2$ of $x = 5$.

4.2 Die Diskriminant — 'n kortpad na die “aard van die wortels”

Soms wil 'n vraag nie hê jy moet *oplos* nie, net sê **hoeveel** reële antwoorde daar is. Die deel onder die wortel in die formule, $\Delta = b^2 - 4ac$ (die **diskriminant** genoem), sê vir jou sonder om die hele berekening te doen:

As $\Delta = b^2 - 4ac \dots$ is	Dan het die vergelyking...	Die parabool...
positief en 'n volkome vierkant	twee verskillende <i>rasionale</i> antwoorde	sny die x-as by twee mooi punte
positief , nie 'n volkome vierkant nie	twee verskillende <i>irrasionale</i> antwoorde	sny die x-as by twee punte
nul	een herhaalde antwoord	raak die x-as net
negatief	geen reële antwoorde nie	raak die x-as nooit nie

(’n Negatiewe getal onder ’n vierkantswortel het geen reële antwoord nie — dit is jou sein vir “geen reële wortels”.)

4.3 Som en Produk van die Wortels

Vir $ax^2 + bx + c = 0$ met antwoorde x_1 en x_2 weet jy reeds sonder om op te los:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Hierdie laat jou antwoorde kontroleer of slim vrae oplos sonder om ooit x_1 en x_2 afsonderlik te vind.

4.4 Kwadratiese Ongelykhede — los op met 'n prentjie

Om iets soos $x^2 - x - 6 > 0$ op te los: faktoriseer, vind die twee wortels, en **dink dan aan die parabool**. 'n Opwaartse parabool is *onder* nul **tussen** sy wortels en *bo* nul **buite** hulle.

- $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$, wortels by $x = 3$ en $x = -2$.
- “ > 0 ” wil die parabool **bo** die as hê $\rightarrow$ buite die wortels: $x < -2$ of $x > 3$.
- “ < 0 ” sou **tussen** wou hê: $-2 < x < 3$.

Pas op: voor enige hiervan, vra of die stelling überhaupt vals kan wees — $x^2 + 4 < 0$ het *geen* oplossings nie ('n vierkant is nooit negatief nie), en die NBT toets juis dit met graagte.

5. Funksies en Grafieke

Hoekom Funksies en Grafieke: 'n **funksie** is 'n reël wat 'n invoergetal neem en een uitvoergetal teruggee — soos 'n masjien. $f(x) = 2x + 1$ beteken “verdubbel dit en tel een by”. Die **grafiek** is net 'n prentjie van elke invoer-uitvoerpaar wat as punte geplot is.

Twee stukkies taal:

- $f(x)$ (“f van x”) is net die naam van die uitvoer. $f(3)$ beteken “sit 3 in as die invoer”.
- **Afsnit** = waar 'n grafiek 'n as sny. **Gradiënt** (of helling) = hoe steil 'n lyn is.
- **Asimptoot** = 'n onsigbare lyn waarby die grafiek nader en nader kom maar wat dit nooit heeltemal raak nie.

5.1 Die Hoof-Grafiektipes

Funksie	Standaardvergelyking	Hoe sy grafiek lyk
Liniêr (reguit lyn)	$y = mx + c$	'n Reguit lyn. m = gradiënt (steilheid), c = waar dit die y -as sny
Kwadratiese (parabool)	$y = a(x - p)^2 + q$	'n U-vorm. Draaipunt by (p, q) . Open op as $a > 0$, af as $a < 0$
Eksponensiële	$y = a \cdot b^x + q$	'n Kromme wat opskiet (of afwaarts verval). Plat asimptoot by $y = q$
Hiperbool	$y = \frac{a}{x - p} + q$	Twee gekrulde takke. Asimptote by $x = p$ en $y = q$
Logaritme	$y = \log_b x$	Die spieëlbeeld van die eksponensiële kromme
Absolute waarde	$y = a x - p + q$	'n V-vorm. Draaipunt by (p, q) . Open op as $a > 0$, af as $a < 0$

Vir 'n parabool $y = ax^2 + bx + c$ lê die draaipunt op die lyn

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

Vind daardie x , en vervang dit dan terug om die y van die draaipunt te kry.

Uitgewerkte voorbeeld — draaipunt: Vind die draaipunt van $y = x^2 - 6x + 5$.

- Hier is $a = 1$, $b = -6$. Die draaipunt se x : $x = -\frac{-6}{2(1)} = 3$.
- Vervang terug: $y = 3^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$.
- Antwoord:** $(3, -4)$ — en aangesien $a > 0$, open die parabool opwaarts, dus is dit 'n *minimum*.

Waarom asimptote gebeur (in gewone Afrikaans): by 'n hiperbool kan jy nooit deur nul deel nie — dus “breek” die grafiek by die x wat die onderkant nul maak (vertikale asimptoot). En namate x enorm word, krimp die breuk tot byna niks, dus vlak y af na q toe (horisontale asimptoot).

5.2 Om Grafieke Rond te Skuif (Transformasies)

Hierdie werk vir **enige** grafiek $y = f(x)$. Leer die patroon een keer en dit geld oral.

Wat jy doen	Nuwe vergelyking	Uitwerking
Tel k aan die buitekant by	$y = f(x) + k$	Hele grafiek skuif op k
Trek k aan die buitekant af	$y = f(x) - k$	Hele grafiek skuif af k
$-h$ binne die hakie	$y = f(x - h)$	Skuif regs h (ja, minus beteken regs – dit verras almal)
$+h$ binne die hakie	$y = f(x + h)$	Skuif links h
Minus aan die buitekant	$y = -f(x)$	Draai onderstebo (weerkaats in die x-as)
Minus aan die binnekant	$y = f(-x)$	Draai links-regs om (weerkaats in die y-as)

5.3 Inverse Funksies

Die **inverse** maak ongedaan wat die funksie gedoen het. Om dit te vind: **ruil x en y om, en los dan vir y op**. Op 'n grafiek is die inverse die oorspronklike weerkaats in die lyn $y = x$. Handige feit: die inverse van $y = b^x$ is $y = \log_b x$.

6. Trigonometrie

Hoekom Trigonometrie: trigonometrie (“trig”) verbind die **hoeke** van 'n reghoekige driehoek met die **lengtes** van sy sye. Dit klink intimiderend maar rus op een geheue-truuk: **SOHCAHTOA**.

6.1 SOHCAHTOA — die hele fondament

In 'n reghoekige driehoek benoem jy die drie sye *vanaf die hoek waarin jy belangstel*:

- **Skuinssy** — die langste sy, altyd oorkant die regte hoek.
- **Oorstaande sy** — die sy reg oorkant jou hoek.
- **Aanliggende sy** — die sy langs jou hoek (wat nie die skuinssy is nie).

$$\sin \theta = \frac{\text{Teenoorstaande}}{\text{Skuinssy}} \quad \cos \theta = \frac{\text{Aanliggende}}{\text{Skuinssy}} \quad \tan \theta = \frac{\text{Teenoorstaande}}{\text{Aanliggende}}$$

Die onsinwoord **SOH-CAH-TOA** stoor al drie: **Sin = Oor/Hyp**, **Cos = Aan/Hyp**, **Tan = Oor/Aan**.

Uitgewerkte voorbeeld: 'n Reghoekige driehoek het 'n oorstaande sy van 3 en 'n skuinssy van 5. Vind $\sin \theta$.

- sin gebruik Oorstaande oor Skuinssy (die “SOH”-deel).
- $\sin \theta = \frac{3}{5}$.
- **Antwoord:** $\frac{3}{5}$.

6.2 Spesiale Hoeke — memoriseer hierdie tabel

Vir ’n paar “mooi” hoeke is die antwoorde presies. Hierdie kom voortdurend voor (onthou, geen sakrekenaar nie):

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	ongedefinieer

6.3 Die CAST-diagram — watter teken in watter kwadrant

Hoeke groter as 90° leef in verskillende “kwadrante” (kwarte) van ’n sirkel. In elke kwart is sommige van sin/cos/tan positief en sommige negatief. CAST sê vir jou watter **positief** is:

Kwadrant	Hoeke	Positief daar	Letter
I	$0^\circ - 90^\circ$	al drie	A lle
II	$90^\circ - 180^\circ$	net sin	S in
III	$180^\circ - 270^\circ$	net tan	T an
IV	$270^\circ - 360^\circ$	net cos	C os

Lees die letters al om: **A, S, T, C** — onthou dit as “**A**lle **S**tudente **T**el **C**alculus”.

6.4 Die Identiteite Wat Jy Moet Ken

’n **Identiteit** is ’n trigvergelyking wat *altyd* waar is. Die belangrikste een:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \qquad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

(Die notasie $\sin^2 \theta$ beteken $(\sin \theta)^2$ – kwadreer die hele ding.) Hieruit kan jy ook $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ kry.

Die dubbelhoekformules – bevestigde gunsteling op onlangse vraestelle (oefen hulle in Hoofstuk 4):

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \qquad \cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

Hoe hulle vermom verskyn: 'n uitdrukking soos $2 - 4 \sin^2 3x$ is eintlik $2(1 - 2 \sin^2 3x) = 2 \cos 6x$ – faktoriseer totdat die hakie by die identiteit pas, en onthou dan dat die formule **verdubbel watter hoek ook al binne is** ($3x$ word $6x$).

6.5 Reduksieformules (hoeke buite 0–90°)

Hierdie skakel 'n groot of ongemaklike hoek terug na 'n vriendelike een:

Hoek	sin	cos	tan
$180^\circ - \theta$	$+\sin \theta$	$-\cos \theta$	$-\tan \theta$
$180^\circ + \theta$	$-\sin \theta$	$-\cos \theta$	$+\tan \theta$
$360^\circ - \theta$	$-\sin \theta$	$+\cos \theta$	$-\tan \theta$
$90^\circ - \theta$	$\cos \theta$	$\sin \theta$	—
$-\theta$	$-\sin \theta$	$+\cos \theta$	$-\tan \theta$

Hoe om hulle te gebruik: vind die “verwysingshoek” (die klein skerphoek tot by die horisontale as), en gebruik dan CAST om te besluit of die antwoord + of – is.

6.6 Reëls vir Enige Driehoek (nie net reghoekiges nie)

Wanneer 'n driehoek **geen** regte hoek het nie, gebruik hierdie:

$$\text{Sinusreël: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{Kosinusreël: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\text{Oppervlakte van 'n driehoek: } \text{Oppervlakte} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

(Hierin is 'n kleinletter die sy oorkant die ooreenstemmende hoofletterhoek.) Gebruik die **kosinusreël** wanneer jy twee sye en die hoek tussen hulle ken, of al drie sye. Gebruik die **sinusreël** vir die meeste ander gevalle.

7. Analitiese Meetkunde

Hoekom Analitiese Meetkunde: om meetkunde te doen met **koördinate** — punte wat as (x, y) op 'n rooster geskryf word. Elke vraag hier is eintlik net Pythagoras of reguit lyne in vermomming.

Ek wil vind...	Formule	In gewone Afrikaans
Afstand tussen twee punte	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	Pythagoras: kwadreer die horisontale gaping, kwadreer die vertikale gaping, tel op, vierkantswortel
Middelpunt (die middel)	$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$	Die gemiddeld van die twee x'e, en van die twee y'e
Gradiënt (steilheid)	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	“Styging oor loop” — vertikale verandering gedeel deur horisontale verandering
Vergelyking van 'n lyn (ken gradiënt + 'n punt)	$y - y_1 = m(x - x_1)$	Sit die gradiënt en die punt in
Ewewydige lyne	$m_1 = m_2$	Dieselfde steilheid
Loodregte lyne (ontmoet teen 90°)	$m_1 \times m_2 = -1$	Draai een gradiënt onderstebo en verander sy teken
Sirkel met middelpunt by die oorsprong	$x^2 + y^2 = r^2$	r is die radius
Sirkel met middelpunt by (a, b)	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$	

Uitgewerkte voorbeeld — afstand: Vind die afstand tussen $(1, 2)$ en $(4, 6)$.

- Horisontale gaping: $4 - 1 = 3$. Vertikale gaping: $6 - 2 = 4$.
- Kwadreer en tel op: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
- Vierkantswortel: $\sqrt{25} = 5$.
- **Antwoord: 5.** (Dit is die beroemde 3-4-5-driehoek.)

Pas op: vir 'n **loodregte** gradiënt het jy *albei* veranderinge nodig — draai dit om **en** ruil die teken. Die loodregte van $\frac{2}{3}$ is $-\frac{3}{2}$, nie net $-\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{2}$ nie.

8. Meetkunde en Meting

Hoekom Meetkunde en Meting: vorms, en hoe om hulle **oppervlakte** (die ruimte binne), **omtrek** (die afstand rondom), en vir 3-D-voorwerpe, **volume** (hoeveel daarin pas) en **buite-oppervlakte** (die totale vel) te vind.

8.1 Plat Vorms — Oppervlakte en Omtrek

Vorm	Oppervlakte	Omtrek
Vierkant	s^2	$4s$
Reghoek	$\ell \times b$	$2(\ell + b)$
Driehoek	$\frac{1}{2}bh$	tel die 3 sye op
Sirkel	πr^2	$2\pi r$ (die “omtrek” van ’n sirkel word die sirkelomtrek genoem)
Parallelogram	bh	$2(a + b)$
Trapesium	$\frac{1}{2}(a + b)h$	tel al 4 sye op

(Hier beteken h altyd die loodregte hoogte — reguit op, teen ’n regte hoek met die basis — nooit ’n skuins sy nie.)

8.2 Vaste Vorms — Volume en Buite-oppervlakte

Voorwerp	Volume	Buite-oppervlakte
Reghoekige boks	$\ell \times b \times h$	$2(\ell b + \ell h + bh)$
Silinder (blikkie)	$\pi r^2 h$	$2\pi r^2 + 2\pi r h$
Sfeer (bal)	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$
Keël	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\pi r^2 + \pi r \ell$
Piramide	$\frac{1}{3} \times (\text{basisoppervlakte}) \times h$	basis + die skuins vlakke

(Vir die keël is ℓ die skuins hoogte — die skuins afstand op teen die sy.) Let op dat keëls en piramides albei ’n $\frac{1}{3}$ het — hulle hou presies een derde van die boks of silinder waarin hulle pas.

Uitgewerkte voorbeeld — silindervolume: ’n Blikkie het radius 3 cm en hoogte 10 cm. Vind sy volume (laat π in die antwoord).

- Volume van ’n silinder = (oppervlakte van die sirkelvormige basis) $\times$ (hoogte) = $\pi r^2 h$.

- $V = \pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi \text{ cm}^3$.
- **Antwoord:** $90\pi \text{ cm}^3$ — en let op dat die opsies in 'n toets sonder sakrekenaar gewoonlik die π sal *behou*, presies soos hier. Moenie na 'n desimaal omskakel tensy die opsies dit doen nie.

8.3 Stellings Wat die Moeite Werd Is om te Ken

Pythagoras se stelling (slegs reghoekige driehoeke): die twee korter sye gekwadreer en opgetel, is gelyk aan die langste sy gekwadreer:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (c \text{ is die skuinssy, die langste sy})$$

Handige drietalle om onmiddellik te herken: **3-4-5, 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25** (en enige veelvoud, soos 6-8-10).

Gelykvormige vorms en skaalfaktor: as twee vorms dieselfde vorm maar verskillende groottes het, en lengtes met k geskaal word, dan skaal **oppervlaktes** met k^2 en **volumes** met k^3 . (Verdubbel die lengte $\rightarrow 4\times$ die oppervlakte $\rightarrow 8\times$ die volume.)

Sirkelstellings om te herken:

- Die hoek by die **middelpunt** is **dubbel** die hoek by die omtrek (wat op dieselfde boog staan).
- Die hoek in 'n **halfsirkel** is altyd **90°** .
- Teenoorstaande hoeke van 'n **koordevierhoek** (viersydige vorm binne 'n sirkel) tel op tot **180°** .
- 'n **Raaklyn** ('n lyn wat die sirkel net raak) ontmoet die radius teen **90°** .

9. Rye en Reekse

Hoekom Rye en Reekse: 'n **ry** is 'n lys getalle wat 'n patroon volg (soos 2, 5, 8, 11, ...). 'n **Reeks** is wat jy kry wanneer jy die getalle van 'n ry **optel**. Daar is twee patrone om te ken.

9.1 Rekenkundig — tel elke keer dieselfde hoeveelheid by

'n **Rekenkundige** ry gaan op (of af) met 'n vaste stap, wat die **konstante verskil** d genoem word. Voorbeeld: 5, 8, 11, 14, ... het $d = 3$.

$$T_n = a + (n - 1)d \qquad S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

- T_n = die n -de term (die getal in posisie n). a = die eerste term. d = die stap.
- S_n = die **som** van die eerste n terme.

Uitgewerkte voorbeeld: Vind die 10de term van 5, 8, 11, 14, ...

- Eerste term $a = 5$; stap $d = 3$; ons wil $n = 10$ hê.

- $T_{10} = 5 + (10 - 1) \times 3 = 5 + 9 \times 3 = 5 + 27 = 32$.
- **Antwoord: 32.** (Die algemeenste fout hier is om 10×3 in plaas van 9×3 te gebruik — dit is altyd $(n - 1)$ stappe, nie n nie.)

9.2 Meetkundig — vermenigvuldig elke keer met dieselfde hoeveelheid

'n **Meetkundige** ry **vermenigvuldig** met 'n vaste getal, die **gemene verhouding** r . Voorbeeld: 3, 6, 12, 24, ... het $r = 2$.

$$T_n = a r^{n-1} \qquad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Uitgewerkte voorbeeld: Vind die 5de term van 2, 6, 18, ...

- Eerste term $a = 2$; verhouding $r = 6 \div 2 = 3$; ons wil $n = 5$ hê.
- $T_5 = 2 \times 3^{5-1} = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$.
- **Antwoord: 162.** (Dieselfde slaggat as by rekenkundig: die eksponent is $n - 1 = 4$, nie $n = 5$ nie — jy neem vier vermenigvuldigingsstappe om by die 5de term te kom.)

Som tot oneindigheid — as die getalle *krimp* (dit wil sê, $|r| < 1$), kan 'n eindelose som steeds 'n eindige totaal bereik:

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} \quad (\text{werk net wanneer } |r| < 1)$$

9.3 Sigma-notasie (die $\sum$ -simbool)

$\sum$ (die Griekse letter “sigma”) sê net **“tel op”**. $\sum_{i=1}^5 i$ beteken “tel die heelgetalle van 1 tot 5 op” = $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Nuttige kortpaaie:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2 \qquad \sum_{i=1}^n c = cn$$

(Daardie middelste een sê: die som van die eerste n onewe getalle is presies n^2 — dieselfde feit uit die getalfeitelys, nou in sigma-kostuum. Die eksamenbank gebruik dit presies in hierdie kostuum.)

10. Finansiële Wiskunde

Hoekom Finansiële Wiskunde: geld wat groei (rente op spaargeld) of krimp

(waardevermindering — dinge wat waarde verloor). Dit is eintlik net persentasies wat oor verskeie jare toegepas word.

Situasie	Formule	Die idee
Enkelvoudige rente	$A = P(1 + in)$	Dieselfde vaste bedrag word elke jaar bygetel
Saamgestelde groei	$A = P(1 + i)^n$	Rente verdien <i>sy eie</i> rente — groei vinniger
Reguitlynwaardevermindering	$A = P(1 - in)$	Waarde daal elke jaar met dieselfde randbedrag
Waardevermindering (verminderende saldo)	$A = P(1 - i)^n$	Waarde krimp elke jaar met 'n % van sy <i>huidige</i> waarde
Inflasie (toekomstige pryse)	$A = P(1 + i)^n$	Pryse stel saam presies soos rente
Saamgestel m keer per jaar	$A = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{mn}$	Verdeel die jaar in m stukke

(P = beginbedrag, i = rentekoers as 'n desimaal — dus 8% word 0.08 — n = aantal jare.)

Drie verdere geldsituasies wat die NBT toets (almal geoefen in Hoofstuk 7):

- **Huurkoop:** eers 'n deposito, dan *enkelvoudige* rente op die oorblywende saldo vir die volle termyn, en deel dan deur die aantal paaiemente. Die rente krimp nooit soos jy betaal nie — dit is waarom huurkoop duur is.
- **Wisselkoerse:** die koers is die *prys* van een eenheid buitelandse geld. Rand → dollars: **deel** deur die koers. Dollars → rand: **vermenigvuldig**. Besluit *voor* jy bereken of jou antwoord groter of kleiner behoort te wees.
- **Werklike opbrengs:** wat jou geld werklik wen ná inflasie $\approx$ rentekoers – inflasiekoers. As inflasie hoër as jou rentekoers is, *verloor* jou spaargeld koopkrag.

Enkelvoudig teenoor saamgesteld, in een reël: enkelvoudige rente groei in 'n **reguit lyn**; saamgestelde rente **sneeubal** (elke jaar se rente is groter as die vorige s'n). Oor baie jare is saamgesteld veel groter.

Uitgewerkte voorbeeld — saamgestelde groei: R10 000 word teen 10% per jaar belê, saamgestel, vir 2 jaar.

- Koers as 'n desimaal: $i = 0.10$, dus is die vermenigvuldiger 1.10.
- $A = 10\,000 \times (1.10)^2 = 10\,000 \times 1.21 = 12\,100$.
- **Antwoord: R12 100.** (Let op $1.1^2 = 1.21$, nie 1.20 nie — daardie ekstra R100 is die “rente op die rente”.)

11. Datahantering en Waarskynlikheid

Hoekom Datahantering en Waarskynlikheid: twee dinge — **statistiek** (om 'n stel getalle te beskryf, soos 'n gemiddeld) en **waarskynlikheid** (om te meet hoe waarskynlik iets is).

11.1 Gemiddeldes en Verspreiding

Maatstaf	Wat dit is
Gemiddeld ($\bar{x}$)	Die gewone gemiddeld: tel alles op, deel deur hoeveel daar is. Word rondgetrek deur baie groot/klein waardes.
Mediaan	Die middelste getal sodra die data in volgorde gesorteer is. Word skaars deur uitskieters beïnvloed.
Modus	Die waarde wat die meeste voorkom.
Omvang	Grootste minus kleinste ($\max - \min$).
IKO (interkwartiele omvang)	$Q_3 - Q_1$ — die verspreiding van die middelste helfte van die data.

Die een reël wat mense vergeet: om die **mediaan** te vind, moet jy die **getalle eers sorteer**. Die mediaan van 7, 2, 9 is nie 2 nie — sorteer hulle na 2, 7, 9 en die middelste een is 7.

Uitgewerkte voorbeeld — gemiddeld: Vind die gemiddeld van 60, 72, 68, 75, 80.

- Tel hulle op: $60 + 72 + 68 + 75 + 80 = 355$.
- Deel deur hoeveel daar is (daar is 5): $355 \div 5 = 71$.
- **Antwoord: 71.**

11.2 Waarskynlikheid

Waarskynlikheid is altyd 'n getal tussen 0 (onmoontlik) en 1 (seker):

$$P(\text{gebeurtenis}) = \frac{\text{aantal maniere waarop dit kan gebeur}}{\text{totale aantal ewe waarskynlike uitkomstes}}$$

Reël	Formule	Gewone Afrikaans
Komplement (die “teenoorgestelde”)	$P(\text{nie } A) = 1 - P(A)$	Kans dat dit <i>nie</i> gebeur nie = 1 minus die kans dat dit wel gebeur
Of A óf B	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	Tel hulle op, maar trek die oorvleueling af sodat jy dit nie twee keer tel nie
Beide A en B (onafhanklik)	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	As hulle mekaar nie beïnvloed nie, vermenigvuldig

- **Wedersyds uitsluitend** = die twee gebeurtenisse **kan nie albei gebeur nie** (dus is hulle oorvleueling 0).
- **Onafhanklik** = as die een gebeur, **verander dit nie** die kans op die ander nie (bv. twee muntstukgooie).

Uitgewerkte voorbeeld: 'n Regverdige dobbelsteen word gegooi. Wat is die waarskynlikheid van 'n ewe getal?

- Ewe getalle op 'n dobbelsteen: 2, 4, 6 — dit is 3 maniere.
- Totale uitkomst: 6.
- $P(\text{ewe}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- **Antwoord:** $\frac{1}{2}$.

11.3 Telling

Fundamentele tellingsbeginsel: as een keuse op m maniere gemaak kan word en die volgende op n maniere, is daar saam $m \times n$ maniere. (*3 hemde en 4 broeke gee $3 \times 4 = 12$ uitrustings.*)

- **Permutasie** — volgorde **maak saak** (soos 'n wedloop: 1ste, 2de, 3de is verskillend): ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Kombinasie** — volgorde maak **nie** saak nie (soos om 'n span te kies): ${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

(Die simbool $n!$ — “ n faktoriaal” — beteken vermenigvuldig alle heelgetalle van n af tot by 1. Dus $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. En $0! = 1$.)

Uitgewerkte voorbeeld — maak volgorde saak? Uit 5 studente, op hoeveel maniere kan jy (a) 'n president en 'n sekretaris kies, (b) 'n paar verteenwoordigers kies?

- (a) Die rolle is verskillend, dus maak volgorde saak: $5 \times 4 = 20$ maniere.

- (b) 'n Paar is net 'n paar — volgorde maak nie saak nie, dus is elke paar uit (a) twee keer getel (Thabo–Amina en Amina–Thabo is dieselfde paar): $20 \div 2 = 10$ maniere.
- **Antwoorde: 20 en 10.** Die hele permutasie/kombinasie-besluit is daardie een vraag: *sou dit 'n werklik ander uitkoms skep as die gekose mense omgeruil word?*

Deel 2 — Wiskunde in Jou Kop

Sonder 'n sakrekenaar maak **hoe** jy bereken net soveel saak as wat jy bereken. Hierdie truuks hou die getalle klein en vriendelik.

Verander desimale in breuke

Breuke is gewoonlik vinniger en veiliger met die hand:

$$0.375 \times 64 = \frac{3}{8} \times 64 = 3 \times 8 = 24$$

Vang 'n vierkantswortel vas tussen twee wat jy ken

Jy het nie die presiese waarde nodig nie — net genoeg om die regte opsie te kies:

$$\sqrt{64} < \sqrt{85} < \sqrt{100} \implies 9 < \sqrt{85} < 10$$

Aangesien 85 naby $81 = 9^2$ is, kan jy sê $\sqrt{85} \approx 9.2$. Dikwels is dit genoeg om die verkeerde opsies uit te skakel.

Breek groot wortels op in stukke

$$\sqrt{1296} = \sqrt{36 \times 36} = 36 \quad \sqrt{720} = \sqrt{144 \times 5} = 12\sqrt{5}$$

Kanselleer voordat jy vermenigvuldig

Om eers te kanselleer hou die getalle piepklein:

$$\frac{3}{8} \times \frac{16}{9} = \frac{3 \times 16}{8 \times 9} = \frac{1 \times 2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}$$

(Die 3 kanselleer in die 9, en die 8 kanselleer in die 16, voordat jy vermenigvuldig.)

Persentasies is net vermenigvuldigers

Vermeerder met 15% $\rightarrow \times 1.15$. Verminder met 15% $\rightarrow \times 0.85$. Daardie een gewoonte verander die meeste “geld”-vrae in 'n enkele vermenigvuldiging.

Deel 3 — Eksamenstrategie

Om die wiskunde te ken is net die helfte van die stryd. Hierdie is die gewoontes wat kennis werklik in punte omskep op die dag.

Strategie 1 — Wanneer jy vasval, toets die vier opsies

Die antwoord is *altyd een van die vier*. As die algebra skrikwekkend lyk, probeer elke opsie in die oorspronklike vraag en kyk watter een pas. Begin met die een wat die eenvoudigste lyk.

Voorbeeld: Los $\log_2(x + 2) + \log_2(x - 4) = 4$ op. Opsies: -4 , 2 , 6 , 12 .

- $x = -4$ en $x = 2$ maak albei iets binne 'n log negatief — onmoontlik, streep hulle uit.
- Probeer $x = 6$: $\log_2 8 + \log_2 2 = 3 + 1 = 4$. ✓ **Die antwoord is 6** — geen moeilike algebra nodig nie.

Strategie 2 — Sit maklike getalle in vir die letters

As 'n vraag heeltemal uit abstrakte letters bestaan, vervang hulle met klein getalle en kyk wat gebeur.

Voorbeeld: “Watter uitdrukking is altyd ewe wanneer n onewe is?” — stel net $n = 1$ en toets elke opsie. As twee steeds oorleef, probeer $n = 3$.

Strategie 3 — Die 3-Deurgang-stelsel

- **Deurgang 1 — die maklike punte.** Gaan deur al 60. Beantwoord alles wat jy vinnig kan doen. As 'n vraag stadig of skrikwekkend is, **merk dit en slaan oor**. Moenie vasval nie.
- **Deurgang 2 — die middelstes.** Gaan terug na dié wat jy oorgeslaan het en *wel* kan doen met 'n bietjie meer tyd.
- **Deurgang 3 — die moeilikes en die raaiskote.** Probeer wat oorbly. In die laaste twee minute, **vul 'n raaiskoot in vir elke oorblywende oop spasie**.

Strategie 4 — Lees die opsies eerste

Die opsies self is leidrade:

- Opsies wat ver uitmekaar lê → 'n growwe skatting is genoeg.
- Opsies met verskillende tekens $(+/-)$ → werk eers die teken uit.
- Opsies wat baie na aan mekaar is → jy het versigtige, presiese werk nodig.
- Opsies met $\sqrt{\quad}$ of π → hou jou antwoord in daardie presiese vorm, moenie dit in 'n desimaal verander nie.

Strategie 5 — Die klassieke slaggate (ken hulle, ontduik hulle)

Die aanloklike maar verkeerde skuif	Waarom dit verkeerd is	Doen eerder dit
$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$	Jy kan nie 'n wortel oor 'n + opbreek nie	Laat dit as $\sqrt{a^2 + b^2}$ tensy dit presies vereenvoudig
10% af en dan 10% op = terug by die begin	Dit is eintlik 'n verlies van 1%	Vermenigvuldig die vermenigvuldigers: $0.9 \times 1.1 = 0.99$
$\log(a + b) = \log a + \log b$	Slegs produkte breek op	$\log(ab) = \log a + \log b$
$\frac{x + a}{x + b} = \frac{a}{b}$	Jy kan nie oor 'n + kanselleer nie	Kanselleer slegs dinge wat vermenigvuldig word
$(-x)^2 = -x^2$	Kwadrering gee altyd 'n positiewe	$(-x)^2 = +x^2$

Strategie 6 — Slim raai

As jy werklik geen idee het nie:

- Skakel enige opsie uit wat jy *weet* onmoontlik is (verkeerde teken, veels te groot, negatief waar dit nie kan wees nie). Elke opsie wat jy verwyder, verbeter jou kans.
- Kies dan een en **gaan aan**. Los dit nooit leeg nie — 'n oop spasie is 'n gewaarborgde nul.

Deel 4 — Jou Studieplan

Jy hoef nie alles te studeer nie. Jy moet die **regte** dinge studeer, konsekwent. Bietjie en gereeld klop een lang paniek. Hierdie plan is rondom hierdie boek gebou — elke stap noem presies wat om daarmee te doen.

Ses tot vier weke voor die tyd

- Verander Deel 1 van hierdie gids in flitskaarte — een formule of feit per kaart. Toets jouself 'n bietjie **elke dag** totdat herroeping onmiddellik is.
- **Sit jou sakrekenaar weg** vir alle huiswerk van nou af. Elke som met die hand bou die geestelike spier wat jy nodig het.

- Werk deur die oefenhoofstukke in die volgorde van die Prioriteitslys (volgende bladsy). Vir elke hoofstuk: doen 'n afdeling vrae, en lees dan **al** die verduidelikings — ook dié vir vrae wat jy reg gehad het. Mik vir een onderwerpsafdeling per sitting, nie een hoofstuk per sitting nie.

Drie weke voor die tyd

- Voltooi die oefenhoofstukke wat jy begin het, en doen elke hoofstuk se **gemengde oefening** in een getyde sitting (30 vrae in 90 minute — die werklike toets se pas).
- Hou 'n **foutboek**: vir elke vraag wat jy mis, skryf die Onthou uit sy verduideliking oor. Hierdie boek word jou persoonlike hersieningslys.

Twee weke voor die tyd

- Skryf **Proefeksamen 1** (Hoofstuk 9) onder werklike toestande: een stil blok van 3 uur, geen sakrekenaar, geen foon, 'n klok teen die muur, antwoorde op papier.
- Merk dit eerlik met die memorandum. Vir elke misser, vind die ooreenstemmende onderwerp in die oefenhoofstukke en lees daardie verduidelikings weer.
- 'n Paar dae later, skryf **Proefeksamen 2** op dieselfde manier en kyk of jou swak areas verbeter het.

Een week voor die tyd

- Gaan deur jou foutboek en sorteer elke inskrywing:
- **Het nie die reël geken nie** → leer daardie reël nou (dit is in Deel 1 van hierdie gids).
- **Die vraag verkeerd gelees** → oefen om stadig te lees, twee keer.
- **Simple rekenfout** → gaan stadiger en kontroleer jou werk twee keer.
- Skryf **Proefeksamen 3** as jou finale generale repetisie.
- Spandeer die oorblywende dae daaraan om jou **sterk** onderwerpe rotsvas te maak en daardie punte vas te maak — moenie nou splinternuwe onderwerpe van voor af probeer leer nie.

Die aand voor die tyd

- Hou op studeer teen vroeggaand. 'n Uitgeruste brein behaal beter punte as een wat volgeprop is.
- Pak jou tas: ID / paspoort, jou registrasiebrief, verskeie HB-potlode, 'n uitveër, 'n liniaal, 'n gradeboog, 'n passer, en 'n deursigtige waterbottel.

Prioriteitslys — As Jy Min Tyd Het

As jy nie alles kan dek nie, studeer in **hierdie volgorde** — die onderwerpe naby die bokant kom die meeste voor en is die leerbaarste:

1. Breuke, desimale en persentasies → **Hoofstuk 2**
2. Basiese algebra (faktorisering, vereenvoudiging, oplos van vergelykings) → **Hoofstuk 1**
3. Funksies en grafieke (veral parabole en reguit lyne) → **Hoofstuk 3**
4. Eksponente en logaritmes → **Hoofstuk 1** (Afdelings 1.5–1.6)
5. Trigonometrie (spesiale hoeke, SOHCAHTOA, CAST) → **Hoofstuk 4**
6. Analitiese meetkunde (afstand, middelpunt, gradiënt) → **Hoofstuk 5** (Afdeling 5.8)
7. Waarskynlikheid en telling → **Hoofstuk 6**
8. Rye en reekse → **Hoofstuk 8**
9. Finansiële wiskunde → **Hoofstuk 7**
10. Meetkunde en meting → **Hoofstuk 5**
11. Data en statistiek → **Hoofstuk 6**

Hoe kort jou tyd ook al is, beskerm **een volledige proefeksamen** (Hoofstuk 9) — om 'n werklike 3-uur-vraestel te pas is 'n vaardigheid op sy eie, en die eerste keer wat jy dit oefen moet nie op toetsdag wees nie.

'n Laaste Woord

Wanneer jy gaan sit om die NBT MAT te skryf, **sal** jy vrae teëkom wat anders lyk as enigiets wat jy geoefen het. Dit word doelbewus gedoen — die eksaminatore wil sien hoe jy dink, nie net wat jy gememoriseer het nie.

So wanneer 'n vraag vreemd lyk, moenie paniekerig raak nie. Haal stadig asem. Lees dit weer, in gewone woorde. Kyk na die vier opsies vir leidrade. Breek die probleem op in kleiner stukke. Vra jouself: *watter eenvoudige idee kruip weg onder al hierdie bewoording?* Byna altyd is die skrikwekkende vraag net 'n bekende idee wat 'n kostuum dra.

Jy het voorberei. Jy verstaan die idees, nie net die truuks nie. Vertrou dit.

Wees rustig. Wys jou stappe. Maak seker jy beantwoord elke vraag, selfs al moet jy raai.

Jy kan dit doen.

Hoofstuk 1 — Algebraïese Prosesse

Algebraïese prosesse vorm die ruggraat van die NBT MAT — omtrent 'n derde van die vrae wat jy kry steun op die vaardighede in hierdie hoofstuk, en swak algebra sal jou stilweg punte kos in *alle ander* hoofstukke ook (trig, funksies, meetkunde — hulle word almal uiteindelik algebra).

Hierdie hoofstuk is so gerangskik dat elke onderwerp beweeg van "kan jy die meganiese stap doen" (Basies) na "kan jy dit onder eksamentoestande sonder 'n sakrekenaar doen" (Intermediêr) na "kan jy die kortpad raaksien wat 'n vyfminuut-probleem in 'n dertigsekonde-probleem verander" (Gevorderd — dit is waar die NBT werklik tussen studente onderskei).

Afdeling 1.1 — Faktorisering

Voordat jy begin, maak hierdie 3-stap-gewoonte vas vir elke faktoreringsvraag: 1. **Haal eers die gemeenskaplike faktor uit** — altyd, selfs al dink jy daar is nie een nie. 2. **Soek 'n patroon** in wat oorbly: verskil van vierkante ($a^2 - b^2$), som/verskil van kubusse ($a^3 \pm b^3$), 'n drieterm ($x^2 + bx + c$ of $ax^2 + bx + c$), of vier terme wat groepering suggereer. 3. **Kontroleer of jy "volledig" gefaktoriseer het** — kan enigiets binne *enige* hakie nog verder afgebreek word?

Q1 — Basies

Onderwerp: Gemeenskaplike faktor + verskil van vierkante

Faktoriseer volledig: $3x^2 - 12$

- A) $(3x - 6)(x + 2)$
 - B) $3(x - 2)(x + 2)$
 - C) $3(x - 4)(x + 1)$
 - D) $(x - 2)(3x + 6)$
-

Q2 — Basies**Onderwerp:** Drieterm-faktoriseringFaktoriseer: $x^2 + 5x + 6$

A) $(x + 1)(x + 6)$

B) $(x + 6)(x - 1)$

C) $(x - 2)(x - 3)$

D) $(x + 2)(x + 3)$

Q3 — Basies**Onderwerp:** Verskil van vierkante met koëffisiënteFaktoriseer volledig: $9x^2 - 16y^2$

A) $(3x - 4y)(3x + 4y)$

B) $(9x - 16y)(x + y)$

C) $(3x - 4y)^2$

D) $(9x + 4y)(x - 4y)$

Q4 — Basies**Onderwerp:** Faktorisering deur groepering (vier terme)Faktoriseer volledig: $ax + ay + bx + by$

A) $abxy$

B) $(a + x)(b + y)$

C) $(a + b)(x + y)$

D) $(a - b)(x - y)$

Q5 — Intermediêr**Onderwerp:** Som van kubusseFaktoriseer volledig: $x^3 + 27$

- A) $(x + 3)^3$
 - B) $(x + 3)(x^2 + 3x + 9)$
 - C) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$
 - D) $(x + 3)(x^2 - 6x + 9)$
-

Q6 — Intermediêr**Onderwerp:** Drieterm met leidende koëffisiënt $\neq 1$ Faktoriseer: $2x^2 + 5x - 3$

- A) $(2x - 1)(x + 3)$
 - B) $(2x + 1)(x - 3)$
 - C) $(2x - 3)(x + 1)$
 - D) $(2x + 3)(x - 1)$
-

Q7 — Intermediêr**Onderwerp:** Faktorisering van 'n kubiese uitdrukking deur groeperingFaktoriseer volledig: $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

- A) $(x - 3)(x - 4)(x + 1)$
 - B) $(x + 3)(x - 2)(x + 2)$
 - C) $(x - 3)(x^2 - 4)$
 - D) $(x - 3)(x - 2)(x + 2)$
-

Q8 — Gevorderd**Onderwerp:** Kwadraties in vermomming (substitusie-insig)Faktoriseer volledig: $x^4 - 13x^2 + 36$

A) $(x - 4)(x + 4)(x - 9)(x + 9)$

B) $(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$

C) $(x - 2)(x + 2)(x^2 - 9)$

D) $(x^2 - 4)(x^2 - 9)$

Afdeling 1.2 — Lineêre en Kwadratiese Vergelykings**Twee gewoontes wat byna elke slordige fout in hierdie afdeling voorkom: 1.**

Herrangskik altyd na standaardvorm voordat jy faktoriseer ($ax^2 + bx + c = 0$, alles aan die een kant, nul aan die ander). **2. Kontroleer altyd jou finale antwoord deur dit terug te vervang in die oorspronklike vergelyking** — nie jou herrangskikte weergawe nie, maar die oorspronklike. Dit vang tekenfoute asook vreemde wortels.

Q9 — Basies**Onderwerp:** Lineêre vergelyking met breukeLos op vir x : $\frac{3x - 2}{4} = \frac{x + 6}{2}$

A) $x = 14$

B) $x = 10$

C) $x = 2$

D) $x = -14$

Q10 — Basies**Onderwerp:** Oplos van 'n kwadratiese vergelyking deur faktoriseringLos op vir x : $x^2 - 7x + 10 = 0$

- A) $x = -2$ of $x = -5$
 - B) $x = 2$ of $x = -5$
 - C) $x = 2$ of $x = 5$
 - D) $x = -2$ of $x = 5$
-

Q11 — Basies**Onderwerp:** Kwadratiese formule met 'n wortelvorm-antwoordLos op vir x (laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm): $x^2 - 6x + 4 = 0$

- A) $x = 6 \pm \sqrt{5}$
 - B) $x = 3 \pm \sqrt{5}$
 - C) $x = 3 \pm \sqrt{20}$
 - D) $x = 3 \pm \sqrt{13}$
-

Q12 — Intermediêr**Onderwerp:** Voltooiing van die vierkantSkryf $x^2 + 8x + 3$ in die vorm $(x + p)^2 + q$.

- A) $(x + 4)^2 - 19$
 - B) $(x + 4)^2 + 3$
 - C) $(x + 8)^2 - 13$
 - D) $(x + 4)^2 - 13$
-

Q13 — Intermediêr**Onderwerp:** Herrangskikking voor die oplossingLos op vir x : $x^2 = 5x - 6$

- A) $x = 2$ of $x = 3$
 - B) $x = -6$ of $x = -1$
 - C) $x = -2$ of $x = -3$
 - D) $x = -2$ of $x = 3$
-

Q14 — Intermediêr**Onderwerp:** Rasionale vergelykings en beperkingsLos op vir x : $\frac{3}{x-2} = \frac{1}{x+1}$

- A) $x = \frac{5}{2}$
 - B) Geen oplossing nie, omdat $x \neq 2$
 - C) $x = \frac{7}{2}$
 - D) $x = -\frac{5}{2}$
-

Q15 — Gevorderd**Onderwerp:** Vergelykings wat deur substitusie opgelos kan wordLos op vir x : $x - 4\sqrt{x} - 5 = 0$

- A) $x = 1$
 - B) $x = 25$ of $x = 1$
 - C) $x = 25$
 - D) $x = -1$
-

Q16 — Gevorderd**Onderwerp:** Gelyktydige vergelykings (lineêr en kwadratiese)Los gelyktydig op vir x en y : $y = x + 1$ en $y = x^2 - 5$

- A) $(3; 2)$ en $(-2; -3)$
 B) $(3; 4)$ en $(-2; -1)$
 C) slegs $(3; 4)$
 D) $(-3; -2)$ en $(2; 3)$
-

Afdeling 1.3 — Die Faktorstelling**Die een idee om vas te lê:**

- **Faktorstelling:** $(x - a)$ is 'n faktor van $f(x)$ **as en slegs as** $f(a) = 0$.

"**As en slegs as**" beteken die substitusie is 'n volledige bewys, in albei rigtings. As $f(a) = 0$, dan **is** $(x - a)$ 'n faktor — geen ekstra kontrole nodig nie. En as $(x - a)$ 'n faktor is, dan **moet** $f(a)$ 0 wees.

Die detail wat mense verkeerd kry: vir die faktor $(x - a)$ vervang jy $x = a$ — die waarde wat die hakie nul maak. Dus vir $(x + 2)$, vervang $x = -2$, nie $x = +2$ nie.

Q17 — Basies**Onderwerp:** Toepassing van die faktorstellingGegee $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$, evalueer $f(1)$ en noem gevolglik of $(x - 1)$ 'n faktor van $f(x)$ is.

- A) $f(1) = 0$, maar meer inligting is nodig voordat afgelei kan word dat $(x - 1)$ 'n faktor is
 B) $f(1) = 0$; nee, $(x - 1)$ is nie 'n faktor van $f(x)$ nie
 C) $f(1) = 4$; nee, $(x - 1)$ is nie 'n faktor van $f(x)$ nie
 D) $f(1) = 0$; ja, $(x - 1)$ is 'n faktor van $f(x)$
-

Q18 — Intermediêr

Onderwerp: Toepassing van die faktorstelling op $(x + 2)$

Gebruik die faktorstelling om te bepaal of $(x + 2)$ 'n faktor van $f(x) = x^3 - 7x - 6$ is.

- A) $f(-2) = -28$; nee, $(x + 2)$ is nie 'n faktor van $f(x)$ nie
 - B) $f(-2) = 0$; ja, $(x + 2)$ is 'n faktor van $f(x)$
 - C) $f(2) = -12$; nee, $(x + 2)$ is nie 'n faktor van $f(x)$ nie
 - D) $f(-2) = 0$, maar lang deling van polinome is steeds nodig om seker te wees
-

Q19 — Intermediêr

Onderwerp: Vind 'n onbekende koëffisiënt met die faktorstelling

Gegee dat $(x - 2)$ 'n faktor van $f(x) = x^3 + kx^2 + 2x - 24$ is, vind die waarde van k .

- A) $k = 3$
 - B) $k = 9$
 - C) $k = 12$
 - D) $k = -3$
-

Q20 — Intermediêr

Onderwerp: Vind al die wortels van 'n kubiese uitdrukking

Gegee dat $(x - 1)$ 'n faktor van $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ is, vind **al** die wortels van $f(x) = 0$.

- A) slegs $x = 1$
 - B) $x = 1, x = -3, x = 2$
 - C) $x = 1, x = 3, x = -2$
 - D) $x = -1, x = 3, x = -2$
-

Q21 — Gevorderd**Onderwerp:** Gelyktydige voorwaardes op 'n polinoom

Die kubiese uitdrukking $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$ het $(x - 1)$ en $(x + 2)$ as faktore. Vind die waardes van a en b .

- A) $a = 1, b = 4$
- B) $a = 4, b = 1$
- C) $a = 4, b = -1$
- D) $a = 4$, en b kan nie uit hierdie inligting bepaal word nie

Q22 — Gevorderd**Onderwerp:** Logiese afleiding uit polinoomwortels ("moet waar wees")

$f(x)$ is 'n kubiese polinoom. Jy word meegedeel dat $f(2) = 0$, $f(-1) = 0$ en $f(3) = 0$. Watter van die volgende stellings oor $f(x)$ **moet** waar wees?

- A) $f(x) = (x - 2)(x + 1)(x - 3)$
- B) $f(x)$ kan 'n vierde wortel hê waarvan ons nie meegedeel is nie
- C) $f(x)$ het presies een reële wortel
- D) $f(x) = k(x - 2)(x + 1)(x - 3)$ vir een of ander nie-nul konstante k

Afdeling 1.4 — Ongelykhede**Die een reël wat meer as enige ander in hierdie afdeling saak maak:**

Wanneer albei kante van 'n ongelykheid met 'n negatiewe getal vermenigvuldig of deur 'n negatiewe getal gedeel word, keer die ongelykheidsteken om ($<$ word $>$, $\leq$ word $\geq$, en omgekeerd).

Waarom gebeur dit? Dink aan 'n eenvoudige ware stelling: $2 < 5$. Vermenigvuldig albei kante met -1 : jy sou $-2 < -5$ kry, wat **onwaar** is (-2 is eintlik *groter* as -5 op die getallelyn). Om die stelling waar te hou, *moet* die teken omkeer: $-2 > -5$ ✓. Dit is nie 'n arbitrêre reël om te memoriseer nie — dit is die enigste manier om die ongelykheid die waarheid te laat vertel.

Q23 — Basies**Onderwerp:** Lineêre ongelykheid (geen tekenomkering nodig nie)Los op vir x : $3x - 5 < 7$

- A) $x < 4$
 - B) $x > 4$
 - C) $x < \frac{2}{3}$
 - D) $x < -4$
-

Q24 — Basies**Onderwerp:** Lineêre ongelykheid (tekenomkering vereis)Los op vir x : $-2x + 3 \geq 11$

- A) $x \geq 4$
 - B) $x \geq -4$
 - C) $x \leq -4$
 - D) $x \leq 4$
-

Q25 — Intermediêr**Onderwerp:** Kwadratiese ongelykheid (streng, "kleiner as")Los op vir x : $x^2 - x - 6 < 0$

- A) $-3 < x < 2$
 - B) $x < -2$ of $x > 3$
 - C) $-2 < x < 3$
 - D) $2 < x < 3$
-

Q26 — Intermediêr**Onderwerp:** Kwadratiese ongelykheid (nie-streng, "groter as of gelyk aan")Los op vir x : $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

- A) $x \leq 2$ of $x \geq 3$
 - B) $2 \leq x \leq 3$
 - C) $x < 2$ of $x > 3$
 - D) $x \leq -2$ of $x \geq -3$
-

Q27 — Intermediêr**Onderwerp:** Rasionale ongelykheidLos op vir x : $\frac{x-2}{x+1} > 0$

- A) $x < -1$ of $x \geq 2$
 - B) $-1 < x < 2$
 - C) $x \leq -1$ of $x > 2$
 - D) $x < -1$ of $x > 2$
-

Q28 — Gevorderd**Onderwerp:** Redenering oor ongelykhede sonder oplossing ("altyd/nooit waar")Los op vir x : $x^2 + 4 < 0$

- A) Elke reële waarde van x bevredig hierdie ongelykheid
 - B) Geen reële waarde van x bevredig hierdie ongelykheid nie — die oplossingsversameling is leeg
 - C) $-2 < x < 2$
 - D) $x < -2$ of $x > 2$
-

Afdeling 1.5 — Eksponente en Wortelvorme

Twee ononderhandelbare gewoontes voordat jy enigiets anders doen: 1. **Altyd dieselfde grondtal.** Wanneer jy verskillend-lykende getalle in 'n eksponentvraag sien (4, 8, 16 of 9, 27 of 6, 2, 3), is jou eerste skuif om te vra: "*kan ek al hierdie herskryf as magte van dieselfde kleiner grondtal?*" Byna elke eksponentvraag op die NBT val inmekaar sodra jy dit doen. 2. **'n Rasionale eksponent (breukeksponent) is twee opdragte op mekaar gestapel.** $a^{m/n}$ beteken "*neem die n -de wortel, en verhef dan tot die mag m* " (of die ander volgorde — albei gee dieselfde antwoord). Die noemer is die **wortel**; die teller is die **mag**. Om hierdie te verwar, is die algemeenste eksponentfout wat studente maak.

Q29 — Basies

Onderwerp: Eksponentwette (vermenigvuldiging en deling van magte)

Vereenvoudig: $\frac{x^5 \cdot x^3}{x^4}$

- A) x^4
 - B) x^{12}
 - C) x^2
 - D) x^{60}
-

Q30 — Basies

Onderwerp: Negatiewe eksponente

Skryf $\frac{1}{x^{-3}}$ met 'n **positiewe** eksponent.

- A) x^{-3}
 - B) $-x^3$
 - C) x^3
 - D) $\frac{1}{x^3}$
-

Q31 — Basies**Onderwerp:** Breukeksponente (rasionale eksponente)Evalueer: $8^{2/3}$

A) $\frac{16}{3}$

B) 4

C) 64

D) 8

Q32 — Basies**Onderwerp:** Vereenvoudiging en kombinerings van wortelvormeVereenvoudig: $\sqrt{12} + \sqrt{27}$

A) $\sqrt{12} + \sqrt{27}$ (kan nie verder vereenvoudig word nie)

B) $\sqrt{39}$

C) $6\sqrt{3}$

D) $5\sqrt{3}$

Q33 — Intermediêr**Onderwerp:** Rasionalisering van 'n binoomnoemerRasionaliseer die noemer en gee jou antwoord in die eenvoudigste vorm: $\frac{2}{\sqrt{5} - 1}$

A) $\frac{2\sqrt{5} + 2}{4}$

B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

C) $\frac{\sqrt{5} + 1}{3}$

D) $\frac{2}{\sqrt{5} + 1}$

Q34 — Intermediêr**Onderwerp:** Eksponente met meervoudige grondtalle ("dieselfde grondtal"-insig)

Vereenvoudig: $\frac{6^{x+1}}{2^x \cdot 3^{x-1}}$

- A) 18
 - B) 12
 - C) 9
 - D) 36
-

Q35 — Intermediêr**Onderwerp:** Vergelykings met wortelvorme (en die kontrole vir vreemde wortels)

Los op vir x : $\sqrt{x+3} = x-3$

- A) $x = 1$
 - B) $x = 1$ of $x = 6$
 - C) $x = 6$
 - D) Geen reële oplossing nie
-

Q36 — Gevorderd**Onderwerp:** Algebraïese insig met eksponente (faktoriseer voordat jy deel)

Vereenvoudig: $\frac{2^{n+2} - 2^{n+1}}{2^n}$

- A) $\frac{1}{2}$
 - B) 1
 - C) 2^{n+1}
 - D) 2
-

Q37 — Gevorderd**Onderwerp:** Ontnesting van geneste wortelvorme (insig / struktuurherkenning)Vereenvoudig: $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$

- A) Kan nie tot die vorm $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ vereenvoudig word nie
- B) $1 + \sqrt{6}$
- C) $4 + \sqrt{3}$
- D) $2 + \sqrt{3}$
-

Afdeling 1.6 — Logaritmes**Die een omskakeling wat byna alles oopsluit:**

$$\log_a N = x \iff a^x = N$$

Wanneer 'n log-uitdrukking jou verwar, skakel dit om na hierdie eksponensiële vorm — die mis lig gewoonlik onmiddellik.

Die drie logaritmewette — en die een gewoonte wat jou beskerm teen die uitdink van vals wette:

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \quad \log_a(x^n) = n \log_a x$$

Let op die patroon: 'n *produk* binne die log word 'n *som* buite dit; 'n *kwosiënt* word 'n *verskil*; 'n *mag* word 'n *vermenigvuldigende koëffisiënt*. Die wette skakel slegs ooit **multiplikatiewe** struktuur (binne) om na **additiewe** struktuur (buite) — nooit andersom nie, en daar is **glad geen wet** vir $\log(x + y)$ of $\log(x - y)$ nie. As jy jouself ooit betrap op die "vereenvoudiging" van 'n optelling of aftrekking *binne* 'n logaritme, hou op — dit is die algemeenste manier waarop studente reëls uitdink wat nie bestaan nie.

Q38 — Basies**Onderwerp:** Evaluering van logaritmes (logs as eksponentvrae)Evalueer: $\log_2 32$

- A) 4
 - B) 16
 - C) 5
 - D) 6
-

Q39 — Basies**Onderwerp:** Evaluering van logaritmes van breuke (negatiewe resultate)Evalueer: $\log_5 \frac{1}{25}$

- A) -2
 - B) 2
 - C) $-\frac{1}{2}$
 - D) $\frac{1}{2}$
-

Q40 — Intermediêr**Onderwerp:** Toepassing van die kwosiëntwetVereenvoudig: $\log_2 40 - \log_2 5$

- A) $\log_2 200$
 - B) 3
 - C) 8
 - D) $\log_2 35$
-

Q41 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplos van logaritmiëse vergelykingsLos op vir x : $\log_2(x + 3) = 4$

A) $x = 1$

B) $x = 5$

C) $x = 13$

D) $x = 19$

Q42 — Intermediêr**Onderwerp:** Logaritmes met verwante grondtalle (weer die "dieselfde grondtal"-insig)Evalueer: $\log_4 8$

A) 2

B) $\frac{3}{2}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\log_4 8$ kan nie as 'n eenvoudige breuk geskryf word nie — dit is irrasioneel

Q43 — Gevorderd**Onderwerp:** Uitdrukking van logaritmes in terme van gegewe waardes (vlotheid met logwette)As $\log_a 2 = p$ en $\log_a 3 = q$, druk $\log_a 12$ uit in terme van p en q .

A) $2pq$

B) $p^2 + q$

C) $4p + q$

D) $2p + q$

Q44 — Gevorderd**Onderwerp:** Logiese redenering oor logaritmewette ("altyd waar")Vir alle $x > 0$ en $y > 0$, watter van die volgende stellings is **altyd** waar?

- A) $\log(xy) = \log x + \log y$
 B) $(\log x)(\log y) = \log(x + y)$
 C) $\log(x - y) = \log x - \log y$
 D) $\log(x + y) = \log x + \log y$
-

Afdeling 1.7 — Rye en Reekse**Die een toets wat hulle uitmekaar hou:**

- **Rekenkundig (RR):** opeenvolgende terme verskil met 'n **konstante hoeveelheid** — $T_{n+1} - T_n = d$ (die *konstante verskil*) is elke keer dieselfde. Groei is **additief**: 5, 8, 11, 14, ...
- **Meetkundig (MR):** opeenvolgende terme is verwant deur 'n **konstante vermenigvuldiger** — $\frac{T_{n+1}}{T_n} = r$ (die *gemene verhouding*) is elke keer dieselfde. Groei is **multiplikatief**: 5, 10, 20, 40, ...

Die vier formules wat jy uit jou kop moet ken:

$$\text{AP: } T_n = a + (n - 1)d \quad S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$\text{GP: } T_n = a \cdot r^{n-1} \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (r \neq 1)$$

En **sigma-notasie** $\sum_{k=1}^n (\dots)$ is niks meer as 'n afkorting vir "tel die uitdrukking in die hakies op, deur $k = 1$ te vervang, dan $k = 2$, ..., al die pad tot by $k = n$." Dit lyk formeel, maar dit is net 'n kompakte opdrag om 'n som term vir term uit te skryf.

Q45 — Basies**Onderwerp:** n de term van 'n rekenkundige ry

Vind die 10de term van die rekenkundige ry 5, 8, 11, 14, ...

A) 27

B) 35

C) 30

D) 32

Q46 — Basies**Onderwerp:** n de term van 'n meetkundige ry

Vind die 6de term van die meetkundige ry 3, 6, 12, 24, ...

A) 96

B) 192

C) 48

D) 36

Q47 — Basies**Onderwerp:** Identifisering van die gemene verhouding van 'n meetkundige ry

Wat is die gemene verhouding van die meetkundige ry 81, 27, 9, 3, ...?

A) -54

B) 3

C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{27}$

Q48 — Intermediêr**Onderwerp:** Som van 'n rekenkundige reeks

Vind die som van die eerste 20 terme van die rekenkundige ry 4, 7, 10, ...

- A) 610
 - B) 650
 - C) 680
 - D) 1300
-

Q49 — Intermediêr**Onderwerp:** Som van 'n eindige meetkundige reeks

Vind die som van die eerste 5 terme van die meetkundige ry 2, 6, 18, ...

- A) 242
 - B) 243
 - C) 14
 - D) 50
-

Q50 — Intermediêr**Onderwerp:** Sigma-notasie (sommاسie)Evalueer: $\sum_{k=1}^5 (2k + 1)$

- A) 30
 - B) 24
 - C) 31
 - D) 35
-

Q51 — Intermediêr

Onderwerp: Oplos vir n in 'n reekssom (vorming en oplossing van 'n kwadratiese vergelyking)

Hoeveel terme van die rekenkundige ry $3, 7, 11, \dots$ moet bymekaargetel word sodat die som gelyk is aan 210?

- A) $n = 11$
 - B) $n = 10$
 - C) $n = 10$ of $n = -10.5$
 - D) Geen heelgetal aantal terme gee 'n som van 210 nie
-

Q52 — Gevorderd

Onderwerp: Som tot oneindigheid van 'n meetkundige reeks

Vind die som tot oneindigheid van die meetkundige reeks $8 + 4 + 2 + 1 + \dots$

- A) $\frac{1}{16}$
 - B) Geen eindige som bestaan nie — die reeks gaan vir ewig aan
 - C) 16
 - D) 4
-

Q53 — Gevorderd

Onderwerp: Vorming en oplossing van gelyktydige vergelykings uit ry-terme (insig)

Die 3de term van 'n rekenkundige ry is 11, en die 7de term is 23. Vind die eerste term a en die konstante verskil d .

- A) $a = 3, d = 4$
 - B) $a = 11, d = 3$
 - C) $a = 5, d = 3$
 - D) $a = 17, d = 3$
-

Afdeling 1.8 — Finansiële Wiskunde

Die deurslaggewende onderskeid — en 'n geheime verband met Afdeling 1.7:

Enkelvoudige rente (lineêre groei): $A = P(1 + in)$

Saamgestelde rente (vermenigvuldigende groei): $A = P(1 + i)^n$

Kyk noukeurig na die saamgestelde formule — $P, P(1 + i), P(1 + i)^2, P(1 + i)^3, \dots$ — en jy sal dit onmiddellik herken: **dit is 'n meetkundige ry**, met eerste term P en gemene verhouding $(1 + i)$. Alles wat jy in Afdeling 1.7 oor MR'e geleer het — insluitend die "een-te-veel in die eksponent"-slaggat — geld hier direk. Enkelvoudige rente, daarenteen, tel dieselfde *vaste bedrag* elke jaar by — dit is 'n rekenkundige ry in vermomming.

Waardevermindering is net "negatiewe groei":

Reguitlyn- (enkelvoudige) waardevermindering: $A = P(1 - in)$

Verminderde-saldo- (saamgestelde) waardevermindering: $A = P(1 - i)^n$

Dieselfde twee formulefamilies, dieselfde MR/RR-struktuur daaronder — net die teken in die hakie draai om, omdat die waarde *rimp* eerder as *groei*. Die grootste enkele vaardigheid wat hierdie afdeling toets, is om die **regte formulefamilie** by die **regte scenariobeskrywing** te pas: "jaarliks saamgestel" / "verminderde saldo" → eksponensieel; "enkelvoudige rente" / "reguitlyn" → lineêr.

Q54 — Basies

Onderwerp: Opstel van 'n enkelvoudige-rente-uitdrukking

Tumi belê R4 000 teen 'n enkelvoudige rentekoers van 6% per jaar. Watter uitdrukking stel die **waarde van haar belegging** ná 5 jaar korrek voor?

- A) $4\,000(1.06)^5$
 - B) $4\,000(1 + 0.06 \times 5)$
 - C) $4\,000 \times 0.06 \times 5$
 - D) $4\,000(1 + 0.06) \times 5$
-

Q55 — Basies

Onderwerp: Opstel van 'n saamgestelde-rente-uitdrukking (die MR-verband)

Sipho belê R8 000 teen 'n saamgestelde rentekoers van 9% per jaar, jaarliks saamgestel. Watter uitdrukking stel die waarde van sy belegging ná 4 jaar voor?

- A) $8\,000(0.09)^4$
 - B) $8\,000(1 + 0.09 \times 4)$
 - C) $8\,000 \times 1.09 \times 4$
 - D) $8\,000(1.09)^4$
-

Q56 — Intermediêr

Onderwerp: Opstel van 'n verminderde-saldo-waardeverminderingsuitdrukking (die spieëlbeeld van Q55)

'n Afleweringsvoertuig wat vir R240 000 gekoop is, verminder in waarde teen 'n koers van 15% per jaar volgens die **verminderde-saldo**-metode. Watter uitdrukking gee sy waarde ná 3 jaar?

- A) $240\,000(1 - 0.15)^3$
 - B) $240\,000(1 - 0.15 \times 3)$
 - C) $240\,000(0.15)^3$
 - D) $240\,000(1 + 0.15)^3$
-

Q57 — Intermediêr

Onderwerp: Terugwerk om die rentekoers te vind

'n Belegging van R10 000 groei tot R12 100 ná 2 jaar onder jaarlikse saamgestelde rente. Vind die jaarlikse rentekoers.

- A) 11%
 - B) 21%
 - C) 10.5%
 - D) 10%
-

Q58 — Intermediêr

Onderwerp: Herrangskikking van die saamgestelde-renteformule om die hoofsom te vind

'n Belegging groei van 'n hoofsom P tot 'n bedrag van R16 000 ná 4 jaar, teen 'n saamgestelde rentekoers van i per jaar, jaarliks saamgestel. Watter uitdrukking stel P korrek voor in terme van i ?

A) $P = \frac{16\,000}{1 + 4i}$

B) $P = 16\,000(1 + i)^4$

C) $P = \frac{16\,000}{(1 + i)^4}$

D) $P = 16\,000 - 4i$

Q59 — Gevorderd

Onderwerp: Redenering oor waardevermindering en inflasie saam (insig)

'n Masjien met 'n waarde van V verminder in waarde volgens die verminderde-saldo-metode teen $r\%$ per jaar (waar $0 < r < 100$). Terselfdertyd styg die koste van 'n splinternuwe ekwivalente masjien (inflateer) teen *dieselfde* koers, $r\%$ per jaar. Ná n jaar is die ou masjien se verminderde waarde $V(1 - r)^n$ en die nuwe masjien se koste $V(1 + r)^n$ (r word hier as 'n desimaal geskryf). Watter stelling oor die verhouding $\frac{\text{ou masjien se waarde}}{\text{nuwe masjien se koste}}$ **moet** waar wees?

A) Die verhouding is gelyk aan $\left(\frac{1 - r}{1 + r}\right)^n$, en dit word **kleiner** met elke jaar wat verbygaan

B) Die twee effekte kanselleer presies: die verhouding is altyd gelyk aan 1, maak nie saak wat n is nie

C) Die verhouding is gelyk aan $(1 - r^2)^n$, gevorm deur die twee groeifaktore met mekaar te vermenigvuldig

D) Die verhouding is gelyk aan $\left(\frac{1 + r}{1 - r}\right)^n$, en dit word **groter** met elke jaar wat verbygaan

Afdeling 1.9 — Algebraïese Insig, Vieta se Formules en Manipulasietruuks

Hierdie afdeling het geen nuwe prosedures nie. Dit beloon jou daarvoor dat jy **die struktuur sien** in plaas van deur die algebra te ploeter.

Die meestergereedskap: Vieta se formules. Vir 'n kwadratiese vergelyking $ax^2 + bx + c = 0$ met wortels α en β :

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \qquad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

Hierdie sê iets merkwaardigs: **jy kan die som en produk van 'n kwadratiese vergelyking se wortels ken sonder om ooit die wortels self te vind** — bloot deur die koëffisiënte af te lees. Gekombineer met die identiteit wat jy in die voorbeeldvraag aan die begin van hierdie hoofstuk teëgekom het,

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab,$$

laat Vieta se formules jou allerlei uitdrukkings bereken wat *uit* die wortels gebou is $-\alpha^2 + \beta^2$, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$, $(\alpha + 1)(\beta + 1)$, en meer — direk uit die koëffisiënte, sonder die stadige, foutgevoelige ompad om eers die vergelyking op te los.

Die herhalende valse oortuiging wat 'n laaste keer genoem moet word: verskeie afdelings in hierdie hoofstuk het elkeen, op hulle eie manier, jou gewaarsku teen dieselfde denkbeeldige reël — dat 'n bewerking oor optelling "distribueer" bloot omdat dit voel of dit behoort te: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$ (Q32), $\log(x + y) \neq \log x + \log y$ (Q44), en — soos jy nou gaan sien — $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \neq \frac{1}{\alpha + \beta}$ ook. Om hierdie *een* herhalende patroon te herken, beskerm jou oor 'n enorme reeks NBT-vrae.

Q60 — Intermediêr

Onderwerp: Vieta se formules — som van wortels uit koëffisiënte

As α en β die wortels van $2x^2 - 7x + 3 = 0$ is, wat is die waarde van $\alpha + \beta$?

- A) 7
- B) $\frac{7}{2}$
- C) $\frac{3}{2}$
- D) $-\frac{7}{2}$

Q61 — Intermediêr

Onderwerp: Bou van nuwe uitdrukkings uit 'n gegewe identiteit (die kwadreringstruuk)

As $x - \frac{1}{x} = 3$, wat is die waarde van $x^2 + \frac{1}{x^2}$?

A) 9

B) 11

C) 7

D) 5

Q62 — Gevorderd

Onderwerp: Konstruksie van 'n nuwe vergelyking uit getransformeerde wortels

As α en β die wortels van $x^2 - 5x + 6 = 0$ is, vorm 'n kwadratiese vergelyking (met heelgetalkoëffisiënte) waarvan die wortels $\alpha + 1$ en $\beta + 1$ is.

A) $x^2 - 7x + 12 = 0$

B) $x^2 - 5x + 6 = 0$

C) $x^2 - 3x + 2 = 0$

D) $x^2 - 7x + 7 = 0$

Q63 — Gevorderd

Onderwerp: Simmetriese identiteite met drie veranderlikes (uitbreiding van 'n bekende truuk)

As $a + b + c = 6$, $ab + bc + ca = 11$ en $abc = 6$, vind die waarde van $a^2 + b^2 + c^2$.

A) 58

B) 36

C) 25

D) 14

Q64 — Gevorderd

Onderwerp: Logiese afleiding oor die wortels van 'n kwadratiese vergelyking ("moet waar wees")

Vir die vergelyking $x^2 + bx + c = 0$, waar b en c reële getalle is, watter stelling **moet** waar wees?

- A) As $b = 0$, het die vergelyking geen reële wortels nie
 - B) As $b^2 - 4c > 0$, het die vergelyking twee reële wortels van dieselfde teken
 - C) As $c < 0$, het die vergelyking twee reële wortels van teenoorgestelde teken
 - D) As $c > 0$, het die vergelyking twee reële wortels van dieselfde teken
-

Q65 — Gevorderd

Onderwerp: Vieta se formules met resiproke uitdrukkings (hoofstuk-slotsteen)

Sonder om die vergelyking $3x^2 - 8x + 5 = 0$ vir x op te los, vind die waarde van $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$, waar α en β sy wortels is.

- A) $\frac{8}{5}$
 - B) $\frac{5}{8}$
 - C) $\frac{8}{3}$
 - D) $\frac{3}{8}$
-

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtypes wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Die NBT MAT put uit 'n stabiele vraagbank, en toetsskrywers rapporteer konsekwent dat hulle dieselfde vraagtypes sien — dikwels byna identiese vrae — jaar ná jaar. Die ses vrae hieronder is direk gemodelleer op tipes wat herhaaldelik in onlangse vraestelle bevestig is en wat nog nie in hierdie hoofstuk verteenwoordig was nie. Elke antwoord is onafhanklik masjiengeverifieer.

'n Nota oor Q71: die reststelling lê effens buite die huidige KABV-kern (en dit is hoekom die res van hierdie boek slegs met die faktorstelling werk), maar dit het al op werklike NBT-vraestelle verskyn — dus word een egte voorbeeld hier ingesluit, van nuuts af onderrig.

Q66 — Basies

Onderwerp: Som van die oplossings van 'n kwadratiese vergelyking (die $\pm$ -slagkat)

Wat is die som van die oplossings van $x^2 = 4$?

- A) 2
 - B) 0
 - C) 4
 - D) -2
-

Q67 — Intermediêr

Onderwerp: Selfgedefinieerde bewerkings

Vir reële getalle a en b word die bewerking $\diamond$ gedefinieer deur

$$a \diamond b = a^2 - 3b$$

Vind die waarde van $(2 \diamond 1) \diamond 3$.

- A) 10
 - B) -2
 - C) -8
 - D) 8
-

Q68 — Gevorderd

Onderwerp: Som en produk van twee getalle — bou van $x^2 + y^2$

Twee getalle het 'n som van m en 'n produk van n . Watter uitdrukking gee die **som van die vierkante** van die twee getalle?

- A) $m^2 + 2n$
 - B) $m^2 - 2n$
 - C) $m^2 - n$
 - D) $m - 2n$
-

Q69 — Gevorderd**Onderwerp:** Faktorstelling met twee voorwaarden (gelyktydige vergelykings)Beide $(x + 1)$ en $(x - 2)$ is faktore van

$$f(x) = 2x^4 - kx^2 + bx - 4$$

Vind die waarde van k .

- A) 4
 - B) -6
 - C) 2
 - D) -4
-

Q70 — Gevorderd**Onderwerp:** Eksponensiële vergelyking met twee verskillende priemgrondtalleDie heelgetalle x en y bevredig

$$2^{x+2} + 2^x = 5^{y+1} - 5^y$$

Vind die waarde van $x - y$.

- A) 0
 - B) 3
 - C) 1
 - D) 2
-

Q71 — Gevorderd**Onderwerp:** Die reststelling met twee voorwaarden (gelyktydige vergelykings)Wanneer $f(x) = 2x^4 - kx^2 + bx$ deur $(x + 1)$ gedeel word, is die res -3 . Wanneer $f(x)$ deur $(x - 1)$ gedeel word, is die res 5. Vind die waarde van k .

- A) -1
- B) 4
- C) 2
- D) 1

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 1.1 — Faktorisering

Q1 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Haal die gemeenskaplike faktor uit. Albei terme is deelbaar deur 3.

$$3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4)$$

Stap 2 — Faktoriseer wat oorbly. $x^2 - 4$ is 'n verskil van twee vierkante, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

$$3x^2 - 12 = 3(x - 2)(x + 2)$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** en **D** versteek steeds 'n 3 binne 'n hakie: $(3x - 6) = 3(x - 2)$. Nie *volledig* gefaktoriseer nie.
- **C** — brei dit uit: $(x - 4)(x + 1) = x^2 - 3x - 4$. Dit is nie $x^2 - 4$ nie.

Onthou: "Faktoriseer volledig" beteken kontroleer elke hakie weer. Kan enigiets nog verder gedeel word?

Q2 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Vir $x^2 + bx + c$, vind **twee getalle wat vermenigvuldig tot c en optel tot b** . Hier is $c = 6$, $b = 5$.

Faktorepare van 6: (1, 6) en (2, 3). Watter een tel op tot 5? $2 + 3 = 5$ ✓

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Kontroleer: $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$ ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gebruik (1, 6) — vermenigvuldig tot 6, maar tel op tot 7, nie 5 nie.
- **C** gebruik $(-2, -3)$ — vermenigvuldig tot +6, maar tel op tot -5. Dit gee $x^2 - 5x + 6$.
- **B** gebruik $(6, -1)$ — vermenigvuldig tot -6, nie +6 nie.

Onthou: As b en c albei positief is, is albei faktore positief. Om eers die tekens te kontroleer, halveer jou opsies.

Q3 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

Vind die vierkante: $9x^2 = (3x)^2$ en $16y^2 = (4y)^2$. Dus $a = 3x$ en $b = 4y$, en $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$$9x^2 - 16y^2 = (3x - 4y)(3x + 4y)$$

Kontroleer: $(3x - 4y)(3x + 4y) = 9x^2 + 12xy - 12xy - 16y^2 = 9x^2 - 16y^2 \checkmark$ Die middelsterme kanselleer — dit gebeur altyd by 'n verskil van vierkante.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** en **D** — as jy enige van die twee uitbrei, bly daar 'n xy -term oor. Die oorspronklike het geen xy -term nie.
- **C** is 'n volkome vierkant, nie 'n verskil van vierkante nie: $(3x - 4y)^2 = 9x^2 - 24xy + 16y^2$.

Onthou: 'n Verskil van vierkante benodig twee terme, 'n **minus** tussen hulle, en albei terme volkome vierkante. 'n **Plus** tussen twee vierkante ($9x^2 + 16y^2$) kan glad nie gefaktoriseer word nie.

Q4 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking**

Vier terme, geen algehele gemeenskaplike faktor nie — groepeer hulle dus in pare wat *wel* 'n faktor deel.

$$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y)$$

Nou is $(x + y)$ gemeenskaplik aan albei helftes. Haal dit uit:

$$= (a + b)(x + y)$$

Kontroleer: $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** paar die verkeerde terme. Brei dit uit: $ab + ay + bx + xy$ — glad nie soos die oorspronklike nie.
- **D** het die regte vorm maar verkeerde tekens. Dit beantwoord $ax - ay - bx + by$.
- **A** vermenigvuldig net alles saam. Dit is nie faktorisering nie.

Onthou: Met vier terme, verdeel hulle in twee pare, faktoriseer elke paar, en haal dan die hake uit wat hulle deel.

Q5 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

$27 = 3^3$, dus is dit 'n **som van kubusse** met $a = x$ en $b = 3$:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

Let op die tekens: die hakie $(x + 3)$ behou die **oorspronklike** teken, maar die middelterm van die drieterm verander na die **teenoorgestelde** teken, $-3x$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het vergeet dat die middelteken verander. Dit brei uit tot $x^3 + 6x^2 + 18x + 27$.
- **D** gebruik $-6x$, wat by $(x - 3)^2$ hoort, 'n ander uitbreiding.
- **A** verwar "kubus van 'n som" met "som van kubusse". $(x + 3)^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$.

Onthou: Leer albei kubusidentiteite saam:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Die hakie pas by die oorspronklike teken; die drieterm se middelterm het altyd die teenoorgestelde teken.

Q6 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

Wanneer die leidende koëffisiënt nie 1 is nie, vind twee getalle wie se **produk** $a \times c$ is en wie se **som** b is.

Hier is $a \times c = 2 \times (-3) = -6$ en $b = 5$. Die paar is 6 en -1 .

Verdeel die middelterm en groepeer:

$$2x^2 + 6x - x - 3 = 2x(x + 3) - 1(x + 3) = (2x - 1)(x + 3)$$

Kontroleer: $(2x - 1)(x + 3) = 2x^2 + 5x - 3 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is: al drie gee die verkeerde middelterm.

- **B:** $(2x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 5x - 3$
- **C:** $(2x - 3)(x + 1) = 2x^2 - x - 3$
- **D:** $(2x + 3)(x - 1) = 2x^2 + x - 3$

Onthou: Brei jou antwoord altyd uit om te kontroleer. By $a \neq 1$ lyk verskeie hakie-rangskikkings reg, en net een is.

Q7 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Vier terme, geen algehele gemeenskaplike faktor nie — groepeer dus in pare:

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = x^2(x - 3) - 4(x - 3) = (x - 3)(x^2 - 4)$$

Nou is $x^2 - 4$ 'n verskil van vierkante, gaan dus voort:

$$(x - 3)(x - 2)(x + 2)$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** is 'n korrekte *tussenstap*, maar $x^2 - 4$ faktoriseer nog verder. Die vraag sê **volledig**.
- **B** het 'n tekenfout: $(x + 3)(x^2 - 4) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$.
- **A** brei uit tot $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ — nie die oorspronklike nie.

Onthou: Kontroleer ná groepering elke hakie weer vir nog 'n patroon. Die verskil van vierkante is die een wat mense mis.

Q8 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Slegs **ewe magte** van x kom voor, dus is dit 'n kwadraat in vermomming. Laat $y = x^2$:

$$y^2 - 13y + 36 = (y - 4)(y - 9)$$

Vervang terug $y = x^2$:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 9)$$

Albei hakies is verskille van vierkante, gaan dus voort:

$$(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** hou op net ná die terugvervanging. Korrek, maar nie **volledig** gefaktoreer nie.
- **C** faktoreer die eerste hakie en vergeet die tweede.
- **A** neem $y = 4$ en $y = 9$ en skryf $x = 4$ en $x = 9$. Maar $y = x^2$, dus gee $x^2 = 4$ $x = \pm 2$ en $x^2 = 9$ gee $x = \pm 3$.

Onthou: Net ewe magte? Vervang $y = x^2$. Wanneer jy terugruil, onthou dat jy 'n **vierkantswortel** moet neem, nie die getal net oorskryf nie.

Afdeling 1.2 — Lineêre en Kwadratiese Vergelykings

Q9 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Skaf die breuke af. Kruisvermenigvuldig:

$$2(3x - 2) = 4(x + 6)$$

Stap 2 — Brei uit.

$$6x - 4 = 4x + 24$$

Stap 3 — Versamel terme. Enige term wat oor die gelykaanteken beweeg, verander van teken.

$$6x - 4x = 24 + 4 \Rightarrow 2x = 28 \Rightarrow x = 14$$

Kontroleer in die oorspronklike: LK = $\frac{40}{4} = 10$, RK = $\frac{20}{2} = 10 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($x = 10$) het 'n tekenverandering vergeet: $6x - 4x = 24 - 4$ in plaas van $24 + 4$.
- **C** ($x = 2$) het verkeerd om kruisvermenigvuldig: $4(3x - 2) = 2(x + 6)$.
- **D** ($x = -14$) het die tekens op albei konstantes omgeruil.

Onthou: Wanneer 'n term oor die gelykaanteken beweeg, sê die tekenverandering hardop: "minus vier word plus vier." Tekenfoute is die algemeenste algebrafout wat daar is.

Q10 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Reeds in standaardvorm, faktoriseer dus. Twee getalle wat **vermenigvuldig tot** +10 en **optel tot** -7: dit is -2 en -5.

$$x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5) = 0$$

Nulproduk-reël: as twee dinge tot nul vermenigvuldig, moet een van hulle nul wees.

$$x = 2 \quad \text{or} \quad x = 5$$

Waarom die ander verkeerd is: elkeen los 'n **ander** vergelyking op.

- **A** los $x^2 + 7x + 10 = 0$ op
- **B** los $x^2 + 3x - 10 = 0$ op
- **D** los $x^2 - 3x - 10 = 0$ op

Hulle gebruik almal die getalle 2 en 5 met die verkeerde tekens.

Onthou: Kontroleer die tekens voordat jy iets neerskryf. In $x^2 + bx + c = 0$: as c **positief** is, deel albei faktore die teken van b . As c **negatief** is, het die faktore teenoorgestelde tekens. Hier is $c = +10$, $b = -7$, dus is albei faktore negatief.

Q11 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Dit sal nie faktoriseer nie, gebruik dus die kwadratiese formule met $a = 1$, $b = -6$, $c = 4$:

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2}$$

Vereenvoudig die wortelvorm: $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$.

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

Deel elke term deur 2 — dit is die stap wat mense afjaag:

$$x = 3 \pm \sqrt{5}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** het vergeet om die wortelvorm deur $2a$ te deel: $\frac{6 \pm \sqrt{20}}{2}$ het $3 \pm \sqrt{20}$ geword.
- **D** het $b^2 + 4ac$ vir die diskriminant gebruik in plaas van $b^2 - 4ac$, wat $\sqrt{52}$ en dus $3 \pm \sqrt{13}$ gee.
- **A** het die wortelvorm gedeel maar nie die 6 nie.

Onthou: Die breukstreep geld vir **elke** term daarbo. Vra ná die kwadratiese formule: het ek beide die heelgetal **en** die wortelvorm deur $2a$ gedeel?

Q12 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Jy wil $x^2 + 8x$ herskryf as 'n volkome vierkant plus 'n korreksie.

Stap 1 — Halveer die koëffisiënt van x . Die helfte van 8 is 4, probeer dus $(x + 4)^2$. Brei dit uit:

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

Stap 2 — Korrigeer die konstante. Jy het $+16$ maar wil $+3$ hê, trek dus 16 af en tel 3 by:

$$x^2 + 8x + 3 = (x + 4)^2 - 16 + 3 = (x + 4)^2 - 13$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** gebruik $p = 8$ — die oorspronklike koëffisiënt in plaas van die **helfte** daarvan.
- **B** plak net die $+3$ aan, en ignoreer die ekstra $+16$ wat $(x + 4)^2$ inbring.
- **A** het die regte metode maar glip op die rekenkunde: $3 - 16 = -13$, nie -19 nie.

Onthou: Twee bewegings elke keer: **(1)** halveer b om p te kry; **(2)** $q = c - p^2$.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Die sleutelstap kom vóór die faktorisering: dit is nie in standaardvorm nie. Skuif alles na een kant.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Faktoriseer nou. Twee getalle wat tot $+6$ vermenigvuldig en tot -5 optel: dit is -2 en -3 .

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ or } x = 3$$

Kontroleer: $x = 2$ gee LK = 4, RK = 4 ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het dit as $x(x - 5) = -6$ gelaat en $x = -6$, $x - 5 = -6$ gestel. Die nulproduk-reël **werk slegs wanneer die produk nul is**.
- **C** het $x^2 + 5x + 6 = 0$ gefaktoriseer — daar is glad nie herrangskik nie.
- **D** het die teken op net een faktor omgeruil.

Onthou: "Los die kwadratiese vergelyking op" is twee opdragte: **(1)** kry dit in standaardvorm, **(2)** faktoriseer. Om stap 1 oor te slaan, veroorsaak hier meer verkeerde antwoorde as enigiets anders.

Q14 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Let op die beperkings. Noemers mag nie nul wees nie, dus $x \neq 2$ en $x \neq -1$.

Stap 2 — Kruisvermenigvuldig.

$$3(x + 1) = 1(x - 2)$$

Stap 3 — Brei uit en los op.

$$3x + 3 = x - 2 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$-\frac{5}{2}$ is nie 'n beperkte waarde nie, dus is dit geldig. Kontroleer: LK = $-\frac{2}{3}$, RK = $-\frac{2}{3}$ ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het 'n teken omgeruil: $3x - x = -2 + 3$ in plaas van $-2 - 3$.
- **C** het die verkeerde pare kruisvermenigvuldig: $3(x - 2) = 1(x + 1)$.
- **B** verwar 'n **beperking** met **geen oplossing nie**. $x \neq 2$ sluit slegs daardie een waarde uit. Die vergelyking het steeds elders 'n antwoord.

Onthou: Beperkings keer net dat jy deur nul deel. Noem hulle, los soos gewoonlik op, en verwerp jou antwoord slegs as dit op 'n beperkte waarde beland.

Q15 — Gevorderd — Antwoord: C**Verduideliking**

Aangesien $x = (\sqrt{x})^2$, laat $y = \sqrt{x}$. Die vergelyking word 'n gewone kwadratiese vergelyking:

$$y^2 - 4y - 5 = 0 \Rightarrow (y - 5)(y + 1) = 0 \Rightarrow y = 5 \text{ or } y = -1$$

Nou die stap wat hierdie vraag werklik toets: $y = \sqrt{x}$, en 'n vierkantswortel is nooit negatief nie. Verwerp dus $y = -1$.

Dit laat $\sqrt{x} = 5$, dus $x = 25$.

Kontroleer: $25 - 4\sqrt{25} - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$ ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het $y = -1$ behou en dit gekwadreer om $x = 1$ te kry. Toets dit: $1 - 4 - 5 = -8 \neq 0$. Dit is 'n **vreemde wortel** — dit pas by die herrangskikte vergelyking maar nie by die oorspronklike nie.
- **A** behou slegs daardie ongeldige wortel.
- **D** gee y , nie x nie.

Onthou: Enige substitusie wat 'n vierkantswortel behels, kan vals antwoorde oplewer. Toets elkeen altyd in die **oorspronklike** vergelyking.

Q16 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

Albei vergelykings begin met " $y =$ ", stel dus die regterkante gelyk:

$$x + 1 = x^2 - 5$$

Herrangskik na standaardvorm en faktoriseer:

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ or } x = -2$$

Moenie hier ophou nie. "Los gelyktydig op" vra volledige koördinaatpare. Vervang elke x terug in $y = x + 1$:

- $x = 3 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow (3; 4)$
- $x = -2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (-2; -1)$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** het 'n tekenfout gemaak met die vorming van die kwadratiese vergelyking ($x^2 + x - 6 = 0$) en dit deurgevoer.
- **C** het een wortel gevind en opgehou. 'n Kwadratiese vergelyking het gewoonlik twee.
- **A** het die regte x -waardes maar het $y = x - 1$ in plaas van $y = x + 1$ gebruik.

Onthou: Drie stappe elke keer: **(1)** kombineer tot een vergelyking, **(2)** los dit op (verwag twee antwoorde), **(3)** vervang **elke** antwoord terug om sy maat te kry.

Afdeling 1.3 — Die Faktorstelling

Q17 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Vervang $x = 1$, term vir term.

$$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$$

Stap 2 — Pas die faktorstelling toe. $f(1) = 0$, dus **is** $(x - 1)$ 'n faktor. Geen verdere kontrole nodig nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** het 'n teken laat glip (het $+2$ in plaas van -2 vir die x^2 -term gebruik) en 'n nie-nul waarde gekry.
- **B** doen die berekening reg, en noem dan die teenoorgestelde gevolgtrekking.
- **A** twyfel aan die stelling. "As en slegs as" beteken die toets is op sy eie afdoende.

Onthou: Met die faktorstelling **is die berekening die bewys**. Wys $f(a) = 0$ en jy is klaar.

Q18 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Stap 1 — Vind die waarde om te vervang. $(x + 2) = 0$ gee $x = -2$, **nie** $+2$ nie. Dit is die detail wat die meeste in hierdie onderwerp getoets word.

Stap 2 — Vervang, en behou elke teken.

$$f(-2) = (-2)^3 - 7(-2) - 6 = -8 + 14 - 6 = 0$$

Stap 3 — Lei af. $f(-2) = 0$, dus **is** $(x + 2)$ 'n faktor.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** het $x = +2$ vervang: $8 - 14 - 6 = -12$. Een tekenfout draai die hele gevolgtrekking om.
- **A** het $x = -2$ gebruik maar $-7(-2)$ as -14 in plaas van $+14$ hanteer. Minus maal minus is plus.
- **D** twyfel aan die stelling. $f(-2) = 0$ **is** die bewys — geen lang deling nodig nie.

Onthou: Skryf dit neer voordat jy vervang: "die hakie is $(x + 2)$, dus gebruik ek $x = -2$." Om die waarde eers te noem, elimineer die algemeenste fout in hierdie onderwerp.

Q19 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

Stap 1 — Maak van die faktor 'n vergelyking. $(x - 2)$ is 'n faktor, dus $f(2) = 0$.

Stap 2 — Vervang $x = 2$, en behou k .

$$f(2) = 8 + 4k + 4 - 24 = 4k - 12$$

Stap 3 — Stel dit gelyk aan nul en los op.

$$4k - 12 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4k = 12 \quad \Rightarrow \quad k = 3$$

Kontroleer: $f(2) = 8 + 12 + 4 - 24 = 0 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het $x = -2$ in plaas van $+2$ vervang, wat $4k - 36 = 0$ en $k = 9$ gee.
- **D** het $4k = -12$ in plaas van $+12$ geskryf. Die getal verander van teken wanneer dit oor die gelykaanteken beweeg.
- **C** het $4k = 12$ gekry en toe vergeet om deur 4 te deel.

Onthou: Twee afsonderlike stappe: vervang om 'n uitdrukking in k te kry, **dan** los op. Moenie albei gelyktydig probeer doen nie.

Q20 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Deel die bekende faktor uit.**

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$

Kontroleer deur uit te brei — dit neem sekondes en vang delingsfoute.

Stap 2 — Faktoriseer die kwadratiese uitdrukking ook. Twee getalle wat tot -6 vermenigvuldig en tot -1 optel: -3 en 2 .

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

Stap 3 — Lees al drie wortels af.

$$f(x) = (x - 1)(x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 1, 3, -2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het die kwadratiese uitdrukking as $(x + 3)(x - 2)$ gefaktoriseer, wat uitbrei tot $x^2 + x - 6$ — verkeerde middeltekens.
- **D** het $(x - 1)$ gelees asof dit $x = -1$ gee. Dit gee $x = +1$.
- **A** het ná die gegewe faktor opgehou, en gemis dat die kwadratiese uitdrukking ook faktoriseer.

Onthou: 'n Kubiese uitdrukking is 'n tweefase-faktorisering. Gebruik die gegewe faktor om 'n kwadratiese uitdrukking te kry, en faktoriseer dan daardie een. Jy is eers klaar by drie lineêre hakies.

Q21 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

Twee onbekendes beteken jy het **twee vergelykings** nodig — en jy het presies twee faktore gekry. Maak van elkeen 'n vergelyking.

Vergelyking (i) — uit $(x - 1)$: $f(1) = 0$.

$$1 + a + b - 6 = 0 \Rightarrow a + b = 5$$

Vergelyking (ii) — uit $(x + 2)$: $f(-2) = 0$.

$$-8 + 4a - 2b - 6 = 0 \Rightarrow 2a - b = 7$$

Tel (i) en (ii) op — die $+b$ en $-b$ kanselleer:

$$3a = 12 \Rightarrow a = 4, \text{ dan } b = 1$$

Kontroleer: $f(1) = 0 \checkmark$ en $f(-2) = 0 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het 4 en 1 gevind maar verwar watter een a en watter een b is. Benoem jou antwoorde.
- **C** het $b = 4 - 5 = -1$ in plaas van $5 - 4 = 1$ bereken.
- **D** sê b kan nie gevind word nie. Twee onbekendes benodig twee vergelykings, en twee faktore gee presies dít.

Onthou: Tel jou onbekendes, en tel dan jou stukke inligting. Jy het een vergelyking per onbekende nodig, en 'n goed opgestelde vraag gee jou presies soveel.

Q22 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

'n "**Moet waar wees**"-vraag. Drie opsies sal redelik lyk tensy jy skei wat jy *weet* van wat jy *aanneem*.

Volgens die faktorstelling beteken die drie gegewe nulpunte dat $(x - 2)$, $(x + 1)$ en $(x - 3)$ almal faktore is. Hulle produk is reeds kubies.

$f(x)$ is ook kubies, dus is daar geen ruimte vir enigiets meer nie. $f(x)$ kan slegs van daardie produk verskil deur 'n **konstante vermenigvuldiger** k — wat die grafiek rek maar nie verskuif waar dit die x -as sny nie. En $k \neq 0$, anders sou f glad nie kubies wees nie.

$$f(x) = k(x - 2)(x + 1)(x - 3)$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** sou slegs reg wees as jy geweet het die leidende koëffisiënt is 1. Jy is nie so meegedeel nie — $f(x) = 2(x - 2)(x + 1)(x - 3)$ pas ook by elke gegewe voorwaarde. "Moet waar wees" moet geld vir **elke** polinoom wat by die beskrywing pas.
- **C** weerspreek wat jy gegee is: drie nulpunte beteken drie reële wortels, nie een nie.
- **B** breek 'n basiese reël: **'n polinoom van graad n het hoogstens n wortels.** 'n Kubiese polinoom kan nie 'n vierde hê nie.

Onthou: Vir "moet waar wees", probeer 'n teenvoorbeeld teen elke opsie bou en verwerp enige een wat jy kan breek. Hou twee feite gereed: 'n polinoom van graad n het hoogstens n wortels, en om al die wortels te ken, lê die polinoom slegs **tot op 'n konstante vermenigvuldiger** vas.

Afdeling 1.4 — Ongelykhede

Q23 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Behandel dit soos 'n vergelyking: skuif die konstante oor, en deel dan.

$$3x < 12 \implies x < 4$$

Ons het slegs deur 'n **positiewe** getal gedeel, dus keer die teken nie om nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het die teken omgekeer, maar daar is nie deur iets negatiefs gedeel nie. Die reël is nie geaktiveer nie.
- **C** het $3x < 7 - 5$ in plaas van $7 + 5$ geskryf. Die -5 word $+5$ wanneer dit oorbeweeg.
- **D** het korrek gedeel, en toe die teken van die antwoord sonder rede omgekeer.

Onthou: Sluit elke ongelykheid af deur te vra: *het ek êrens met 'n negatiewe getal vermenigvuldig of gedeel?* Indien nie, moet die teken presies lyk soos aan die begin.

Q24 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Isoleer die x -term.

$$-2x \geq 8$$

Stap 2 — Deel deur -2 . Dit is **negatief**, dus keer die teken om ($\geq$ word $\leq$):

$$x \leq -4$$

Kontroleer met $x = -10$: $-2(-10) + 3 = 23 \geq 11 \checkmark$ En met $x = 0$: $3 \geq 11$ is onwaar, korrek uitgesluit.

Waarom die ander verkeerd is: tussen hulle dek hulle elke manier om hier te glip.

- **B** het korrek gedeel maar **vergeet om die teken om te keer**.
- **D** het die teken omgekeer maar die negatief in die deling verloor.
- **A** het albei gelyktydig verkeerd gedoen.

Onthou: Maak die omkering en die deling **twee afsonderlike handelinge**. Skryf "*keer om!*" die oomblik wat jy besluit om deur 'n negatiewe getal te deel, en doen dan die rekenkunde daaronder. Om albei gelyktydig te doen, is waar die foute vandaan kom.

Q25 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Faktoriseer.**

$$(x - 3)(x + 2) < 0$$

Stap 2 — Vind die kritieke waardes. $x = 3$ en $x = -2$.

Stap 3 — Stel jou die parabool voor. Dit open **opwaarts**, en sny by -2 en 3 . 'n Opwaartse parabool lê slegs **onder** die x-as **tussen** sy wortels. Ons wil < 0 hê, neem dus die middel:

$$-2 < x < 3$$

Toets $x = 0$: $(0 - 3)(0 + 2) = -6 < 0 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is die buitenste gebied — dit beantwoord $x^2 - x - 6 > 0$, die teenoorgestelde ongelykheid.
- **A** het die hakies verkeerd geles: $(x - 3)$ gee $x = +3$, nie -3 nie.
- **D** het een kritieke waarde reg en een verkeerd gekry.

Onthou: Skets eers die parabool. Open dit op of af? Waar sny dit? Vir 'n opwaartse parabool is **onder** die as tussen die wortels; **bo** is die twee buitenste vlerke.

Q26 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 — Faktoriseer.** $(x - 2)(x - 3) \geq 0$, kritieke waardes $x = 2$ en $x = 3$.

Stap 2 — Stel jou die parabool voor. Weer opwaarts, maar nou wil ons $y \geq 0$ hê — **op of bo** die as. Vir 'n opwaartse parabool is dit die twee **buitenste** gebiede, en "of gelyk aan" beteken die wortels is ingesluit:

$$x \leq 2 \quad \text{or} \quad x \geq 3$$

Kontroleer $x = 2$: $(0)(-1) = 0 \geq 0 \checkmark$ dus hoort 2 wel daar.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is die gebied tussen die wortels — dit beantwoord ≤ 0 .
- **C** het die regte gebiede maar **streng** tekens, en sluit $x = 2$ en $x = 3$ verkeerdelik uit.
- **D** het die kritieke waardes verkeerd geles as -2 en -3 .

Onthou: Vra elke keer twee vrae: **(1)** binne of buite die wortels? **(2)** is die grenspunte ingesluit? Die tweede word bepaal bloot deur of die oorspronklike teken "of gelyk aan" sê.

Q27 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Wat dit anders maak: die uitdrukking is **ongedefinieer** waar die noemer nul is. Daardie waarde kan nooit in die oplossing wees nie, ongeag wat die teken sê.

Stap 1 — Vind albei kritieke waardes, en let op elkeen se tipe.

- Teller nul: $x = 2$ — die uitdrukking **is gelyk aan** nul hier.
- Noemer nul: $x = -1$ — die uitdrukking is **ongedefinieer** hier. Harde beperking: $x \neq -1$.

Stap 2 — Toets een waarde in elke gebied.

Gebied	Toets	Waarde	Teken
$x < -1$	$x = -2$	$\frac{-4}{-1} = 4$	positief ✓
$-1 < x < 2$	$x = 0$	$\frac{-2}{1} = -2$	negatief
$x > 2$	$x = 3$	$\frac{1}{4}$	positief ✓

Ons wil positief hê, dus:

$$x < -1 \quad \text{or} \quad x > 2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is die middelste gebied — dit beantwoord < 0 .
- **A** sluit $x = 2$ in, maar daar is die breuk presies 0, wat 'n **streng** > 0 nie slaag nie.
- **C** sluit $x = -1$ in, waar die uitdrukking glad nie bestaan nie. Daardie waarde kan nooit in enige oplossing wees nie.

Onthou: Sorteër eers jou kritieke waardes in twee soorte. Tellernulle **mag** ingesluit word, afhangend van die teken. Noemernulle word **altyd** uitgesluit, maak nie saak wat nie.

Q28 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Moenie nog faktoriseer nie. Vra eers of dit hoegenaamd waar kan wees.

Vir enige reële x is 'n vierkant nooit negatief nie: $x^2 \geq 0$. Dus:

$$x^2 + 4 \geq 4$$

$x^2 + 4$ is altyd **ten minste 4**. Dit kan nooit kleiner as 0 wees nie, dus **werk geen reële waarde van x nie**. Die oplossingsversameling is leeg.

(Algebraïes sou jy $x^2 < -4$ nodig hê, en $\sqrt{-4}$ is nie 'n reële getal nie — die vingerafdruk van "geen reële oplossings".)

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** en **D** volg die standaard kritieke-waarde-roetine sonder om te kontroleer of dit van toepassing is. Hulle werk stilweg met $x^2 - 4$ in plaas van $x^2 + 4$, wat nooit die x -as sny nie.
- **A** noem die regte feit ($x^2 \geq 0$) maar lei die teenoorgestelde gevolgtrekking daaruit af.

Onthou: Voordat jy deur enige ongelykheid ploeter, vra drie sekondes lank: *kan dit waar wees vir alle, sommige, of geen reële getalle nie?* Ken hierdie op sig: $x^2 \geq 0$ altyd; $x^2 +$ (positief) is altyd positief; $\sqrt{x}$ is slegs reël vir $x \geq 0$.

Afdeling 1.5 — Eksponente en Wortelvorme

Q29 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Die reëls: dieselfde grondtal **vermenigvuldig** → tel die eksponente op. Dieselfde grondtal **gedeel** → trek af.

Alles is 'n mag van x , kombineer dus in een skuif:

$$\frac{x^5 \cdot x^3}{x^4} = x^{5+3-4} = x^4$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (x^{12}) het al drie opgetel ($5 + 3 + 4$), en die breukstreep as nog 'n vermenigvuldiging hanteer. Dit beteken **aftrek**.
- **C** (x^2) het $5 - 3$ afgetrek asof die punt deel beteken, en toe die x^4 heeltemal geïgnoreer.
- **D** (x^{60}) het die eksponente vermenigvuldig. Daardie reël geld slegs vir 'n **mag van 'n mag**, soos $(x^5)^3$.

Onthou: Kyk na die simbool voordat jy aan die eksponente raak. $\times$ → tel op. $\div$ of 'n breukstreep → trek af. Hakies (mag van 'n mag) → vermenigvuldig.

Q30 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking**

Die reël: 'n negatiewe eksponent maak nie 'n waarde negatief nie. Dit beteken **omkeer** — neem die resiproom. Dus $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, en $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$.

$$\frac{1}{x^{-3}} = x^3$$

In woorde: "1 oor (1 oor x^3)" is net x^3 . Om deur 'n breuk te deel, keer dit om.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het die eksponent oorgeskryf sonder om om te keer. Die opdrag sê "positiewe eksponent" — as joune steeds negatief is, is jy nie klaar nie.
- **B** dink 'n negatiewe eksponent gee 'n negatiewe waarde. Dit doen nie. x^{-3} en x^3 het altyd **dieselfde** teken.
- **D** het twee keer omgekeer, wat die eerste omkering kanselleer. **A en D is dieselfde getal, op twee maniere geskryf** — albei is gelyk aan $\frac{1}{x^3}$, die resiproom van die regte antwoord. Om die notasie reg te laat *lyk*, maak nie 'n waarde reg wat onderstebo is nie.

Onthou: 'n Negatiewe eksponent beteken *neem die resiproom*, niks meer nie. Dit sê niks oor die teken van die antwoord nie. Herskryf a^{-n} dadelik as $\frac{1}{a^n}$, voor enigiets anders.

Q31 — Basies — Antwoord: B**Verduideliking**

Die reël: in $a^{m/n}$ is die **noemer die wortel** en die **teller die mag**.

Dus vir $8^{2/3}$: eers die kubuswortel (noemer 3), dan kwadreer (teller 2).

$$8^{2/3} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = 2^2 = 4$$

Om die wortel eerste te doen, hou die getalle klein — $\sqrt[3]{8} = 2$ is oombliklik, terwyl $8^2 = 64$ en dan $\sqrt[3]{64}$ moeiliker is om raak te sien.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (64) het slegs die grondtal gekwadreer en nooit die kubuswortel geneem nie.
- **A** ($\frac{16}{3}$) het $8 \times \frac{2}{3}$ **vermenigvuldig** in plaas van 8 tot daardie mag te verhef.
- **D** (8) het 'n **vierkantswortel** in plaas van 'n kubuswortel geneem: $(\sqrt{8})^2 = 8$.

Onthou: "Noemer = wortel, teller = mag." As jy die keuse het, doen altyd die **wortel eerste**.

Q32 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking**

Die reël: jy kan wortelvorme eers optel wanneer hulle **dieselfde getal onder die wortel** het — net soos breuke 'n gemeenskaplike noemer nodig het. Vereenvoudig dus eers elkeen deur volkome-vierkant-faktore uit te haal.

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \quad \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

Nou is hulle gelyksoortige terme, kombineer hulle dus soos jy $2x + 3x$ sou:

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\sqrt{39}$) neem aan dat $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ en tel $12 + 27$ op. **Nooit waar nie.** Toets dit: $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$, maar $\sqrt{13} \approx 3.6$.
- **C** ($6\sqrt{3}$) het $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ bereik en toe die koëffisiënte **vermenigvuldig** in plaas daarvan om dit op te tel. Dieselfde fout as om $2x + 3x = 6x$ te skryf.
- **A** noem dit onvereenvoudigbaar omdat 12 en 27 onverwant lyk. Albei versteek 'n faktor van $\sqrt{3}$.

Onthou: Wortelvorme kombineer soos algebraïese terme, maar eers nadat elkeen vereenvoudig is.

Vra altyd: is daar 'n volkome vierkant (4, 9, 16, 25, ...) wat binne skuil? En onthou: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ — nooit ooit nie.

Q33 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Die reël: vermenigvuldig bo en onder met die **konjugaat** — dieselfde uitdrukking met die middelteken omgekeer, $\sqrt{5} + 1$. Dit werk omdat $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ die wortelvorm uitwis.

$$\frac{2}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4}$$

Bo en onder deel nou 'n faktor van 2. Kanselleer dit:

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** is die korrekte waarde een stap te vroeg — die 2 en die 4 kanselleer steeds, en die vraag vra vir die eenvoudigste vorm. Rasionalisering is nie klaar terwyl daar nog 'n gemeenskaplike faktor oor is nie.

- **C** het die vierkante opgetel in plaas van afgetrek: $5 + 1 = 6$. 'n Verskil van vierkante is altyd 'n **aftrekking**.
- **D** het slegs die **noemer** met die konjugaat vermenigvuldig. Jy mag 'n breuk slegs met $\frac{\text{iets}}{\text{dieselfde iets}} = 1$ vermenigvuldig — om net die onderkant te doen, verander die waarde daarvan.

Onthou: Drie kontroles: **(1)** konjugaat = dieselfde terme, omgekeerde middelteken; **(2)** vermenigvuldig **beide** bo en onder; **(3)** kanselleer enige gemeenskaplike faktor wat oorbly.

Q34 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Die insig: 6 is nie 'n nuwe grondtal nie — dit is 2×3 . Herskryf dit en die uitdrukking verdeel in twee delings met dieselfde grondtal, en die x 'e kanselleer.

$$6^{x+1} = (2 \cdot 3)^{x+1} = 2^{x+1} \cdot 3^{x+1}$$

Groepeer nou elke grondtal met sy maat:

$$\frac{2^{x+1} \cdot 3^{x+1}}{2^x \cdot 3^{x-1}} = \frac{2^{x+1}}{2^x} \times \frac{3^{x+1}}{3^{x-1}} = 2^1 \times 3^2 = 18$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (12) het elke eksponentverskil met die **verkeerde grondtal** gepaar — die 2 met grondtal 2 en die 1 met grondtal 3.
- **C** (9) het die 6 teen die 2 gekanselleer asof hulle gewone getalle is. Magte met verskillende grondtalle kan nie so gekombineer word nie.
- **D** (36) het dieselfde eksponentverskil vir albei grondtalle gebruik. Elke grondtal het 'n ander eksponent daaronder, dus gee elkeen 'n ander resultaat.

Onthou: Wanneer grondtalle veelvoude van mekaar is ($6 = 2 \times 3$, $12 = 2^2 \times 3$), breek elke grondtal eers op in sy priemmagte. Die uitdrukking val gewoonlik in mekaar tot 'n gewone getal en die veranderlike kanselleer.

Q35 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Die goue reël van wortelvormvergelykings: kwadrering kan antwoorde skep wat by die gekwadreerde vergelyking pas maar nie by die oorspronklike nie, omdat kwadrering tekeninligting versteek (beide 2 en -2 kwadreer tot 4). Elke kandidaat **moet** dus in die oorspronklike gekontroleer word.

Stap 1 — Kwadreer albei kante.

$$x + 3 = x^2 - 6x + 9$$

Stap 2 — Herrangskik en faktoriseer.

$$x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ or } 6$$

Stap 3 — Kontroleer albei in die oorspronklike.

- $x = 1$: LK = $\sqrt{4} = 2$, RK = -2 . $2 \neq -2$, dus **verwerp**. Dit is 'n *vreemde wortel*.
- $x = 6$: LK = $\sqrt{9} = 3$, RK = $3 \checkmark$ **aanvaar**.

Dus slegs $x = 6$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het korrek opgelos maar **die kontrole oorgeslaan** — die wortelvormfout wat die meeste getoets word.
- **A** het gekontroleer maar die verkeerde een verwerp.
- **D** het $(x - 3)^2$ as $x^2 - 9$ in plaas van $x^2 - 6x + 9$ uitgebrei. Hou $(a - b)^2$ en $(a - b)(a + b)$ in aparte laaie.

Onthou: Kwadrering is 'n "miskien"-stap, nie 'n omkeerbare een nie. Elke antwoord wat dit oplewer, is slegs 'n **kandidaat** totdat jy gesien het dat dit die oorspronklike vergelyking bevredig.

Q36 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Jy kan nie oor 'n **aftrekking** heen kanselleer nie. Maar albei terme in die teller deel 'n gemeenskaplike faktor — dit is 'n faktoriseringsvraag in 'n eksponentkostuum.

Stap 1 — Haal die kleiner mag uit, 2^{n+1} .

$$2^{n+2} - 2^{n+1} = 2^{n+1}(2 - 1) = 2^{n+1}$$

Stap 2 — Deel deur 2^n .

$$\frac{2^{n+1}}{2^n} = 2^1 = 2$$

Die hele ding val inmekaar tot die konstante **2** — dieselfde "lyk of dit van n afhang maar doen nie"-patroon as Q34.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (1) het die voorste syfers $(2 - 1)$ afgetrek asof hierdie gelyksoortige terme is. 2^{n+2} en 2^{n+1} is verskillende magte.
- **C** (2^{n+1}) het korrek gefaktoriseer en toe opgehou, en die noemer vergeet.
- **A** ($\frac{1}{2}$) het die finale aftrekking agterstevoor gedoen: $2^{n-(n+1)} = 2^{-1}$. Dit is altyd *(bo) – (onder)*.

Onthou: Magte van dieselfde grondtal wat deur $+$ of $-$ verbind word? **Haal die kleiner mag uit.** Die vermenigvuldig-/deel-eksponentwette geld slegs wanneer die magte deur $\times$ of $\div$ verbind word.

Q37 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

'n Geneste wortelvorm soos hierdie kan soms as $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ herskryf word. Vra: wat sou $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ moes wees sodat die kwadrering daarvan $7 + 4\sqrt{3}$ gee?

Stap 1 — Kwadreer die teikenvorm.

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

Pas die gewone dele en die wortelvormdele **afsonderlik** by mekaar:

$$a + b = 7 \quad 2\sqrt{ab} = 4\sqrt{3}$$

Stap 2 — Los op vir ab . Deel deur 2: $\sqrt{ab} = 2\sqrt{3}$. Kwadreer **die hele** regterkant:

$$ab = (2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$$

Stap 3 — Twee getalle met som 7 en produk 12. Dit is weer die drieterm-patroon:

$$t^2 - 7t + 12 = (t - 3)(t - 4) \Rightarrow a, b = 3, 4$$

$$\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

Verifieer deur terug te kwadreer: $(2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het vergeet om die koëffisiënt te kwadreer: $ab = 2 \times 3 = 6$ in plaas van $4 \times 3 = 12$.
- **C** het $a = 4$, $b = 3$ gevind en toe $a + \sqrt{b}$ in plaas van $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ geskryf. Daardie getalle gaan **onder** die wortels.
- **A** sê dit kan nie gedoen word nie. Waar vir die meeste geneste wortelvorme, maar nie vir hierdie een nie — die sein is dat $7^2 - 4^2(3) = 1$ 'n volkome vierkant is.

Onthou: $\sqrt{p + q\sqrt{r}}$ ontneem wanneer jy twee getalle met som p en produk $\frac{q^2 r}{4}$ kan vind. Dieselfde "som en produk"-soektog as die faktorisering van 'n drieterm.

Afdeling 1.6 — Logaritmes

Q38 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Lees dit as die vraag wat dit vra: $\log_2 32$ beteken "watter mag van 2 gee 32?"

$$2^1 = 2, \quad 2^2 = 4, \quad 2^3 = 8, \quad 2^4 = 16, \quad 2^5 = 32$$

Dus $\log_2 32 = 5$.

(Of: hoeveel keer kan jy 32 halveer om by 1 uit te kom? $32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ — tel die **pyle**, nie die getalle nie. Vyf.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (4) het die halveringsketting by 2 gestop in plaas van heeltemal tot by 1 te gaan.
- **B** (16) het net $32 \div 2$ bereken. 'n Log vra vir 'n **eksponent**; dit is nie 'n bewerking op die twee getalle wat jy sien nie.
- **D** (6) het die begingetal as 'n stap getel. Tel die *bewegings* tussen getalle, nie die getalle self nie.

Onthou: Vertaal $\log_a N$ in gewone Afrikaans — "*a* tot watter mag gee *N*?" Klim dan óf die magte van *a* op, óf deel *N* deur *a* totdat jy 1 bereik. Hoe ook al, **tel die bewegings, nie die getalle nie**.

Q39 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Vertaal eers: watter mag van 5 gee $\frac{1}{25}$?

'n Resiprook beteken 'n **negatiewe** eksponent: $\frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$. Dus:

$$\log_5 \frac{1}{25} = -2$$

Die moeite werd om te onthou: as die getal binne 'n log 'n breuk kleiner as 1 is, is die antwoord **negatief**.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (2) het $\log_5 25$ geantwoord en die breuk geïgnoreer. 'n Positiewe mag van 5 kan nooit 'n getal kleiner as 1 gee nie.
- **D** ($\frac{1}{2}$) neem aan dat 'n resiprook binne 'n resiproke antwoord gee. Geen sodanige reël bestaan nie.
- **C** ($-\frac{1}{2}$) is daardie selfde fout met die korrekte minusteken bygevoeg — half reg, steeds verkeerd.

Onthou: Die log van 'n breuk kleiner as 1 is altyd negatief. Die verband tussen die getal en sy log is "grondtal en eksponent", nooit "resiprook en resiprook" nie.

Q40 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Twee logs, **dieselfde grondtal**, verbind deur aftrekking — dit is die **kwosiëntwet**:

$$\log_2 40 - \log_2 5 = \log_2 \left(\frac{40}{5} \right) = \log_2 8$$

Evalueer dit nou: watter mag van 2 gee 8? $2^3 = 8$, dus is die antwoord **3**.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** ($\log_2 35$) het die getalle binne afgetrek ($40 - 5$). Daar is **geen** wet vir optel of aftrek binne 'n log nie.
- **C** (8) het korrek saamgevoeg tot $\log_2 8$ en toe opgehou, en die getal binne gegee in plaas van die log se waarde.
- **A** ($\log_2 200$) het met die verkeerde bewerking saamgevoeg. Aftrekking van logs beteken **deling** binne; optelling beteken vermenigvuldiging.

Onthou: Dieselfde grondtal verbind deur $+$ of $-$? Voeg hulle saam — **plus maak 'n produk, minus maak 'n kwosiënt** — en evalueer dan altyd die enkele log wat oorbly.

Q41 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Skakel om na eksponensiële vorm. $\log_a(N) = k$ beteken $a^k = N$.

$$\log_2(x + 3) = 4 \iff x + 3 = 2^4 = 16$$

Stap 2 — Isoleer x .

$$x = 16 - 3 = 13$$

Kontroleer: $\log_2 16 = 4 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (5) het $x + 3 = 2 \times 4$ geskryf. Die grondtal word **tot** die mag **verhef**, nie daarmee vermenigvuldig nie.
- **A** (1) het die log heeltemal geskrap en $x + 3 = 4$ opgelos. Die grondtal is nie versiering nie.

- **D** (19) het $x + 3 = 16$ bereik en toe $x = 16 + 3$ geskryf. Die 3 verander van teken wanneer dit oorbeweeg.

Onthou: Elke logvergelyking is twee stappe: **(1)** herskryf $\log_a(\dots) = k$ as $(\dots) = a^k$; **(2)** los dit op met gewone algebra. Die lognotasie maak slegs vir stap 1 saak.

Q42 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

4 en 8 is albei magte van 2 ($4 = 2^2$, $8 = 2^3$) — dieselfde gemeenskaplike-grondtal-truuk as Q34, nou binne 'n log.

Laat $\log_4 8 = y$ en skakel om na eksponensiële vorm:

$$4^y = 8 \Rightarrow 2^{2y} = 2^3$$

Dieselfde grondtal, dus stem die eksponente ooreen:

$$2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

Toets of dit sin maak: $4^1 = 4 < 8 < 16 = 4^2$, dus moet die antwoord tussen 1 en 2 lê ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (2) het geraai uit "4 gaan twee keer in 8" — dit is om die grondtal te vermenigvuldig, nie om dit tot 'n mag te verhef nie.
- **C** ($\frac{2}{3}$) het $2y = 3$ korrek opgestel en toe die breuk omgekeer.
- **D** neem aan dat geen mooi antwoord bestaan nie omdat 8 nie 'n heelgetalmag van 4 is nie. Om albei as magte van 2 te herskryf, onthul een.

Onthou: Vreemd-lykende grondtalle is gewoonlik magte van dieselfde klein priemgetal. Voordat jy 'n log opgee, vra: kan ek albei getalle as magte van 2 (of 3, of 5) skryf?

Q43 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

Breek 12 op in die stukke wat jy gekry het. $12 = 2^2 \times 3$. Pas dan die produkwet toe, en dan die magwet:

$$\log_a 12 = \log_a(2^2 \times 3) = \log_a(2^2) + \log_a 3 = 2 \log_a 2 + \log_a 3$$

Vervang p en q :

$$= 2p + q$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($p^2 + q$) het die **logwaarde** gekwadreer. Die magwet bring die eksponent uit as 'n **koëffisiënt**, wat $2p$ gee, nie p^2 nie.
- **A** ($2pq$) het die logs met mekaar vermenigvuldig. 'n Produk binne 'n log word 'n **som** buite — logs word nooit vermenigvuldig nie.
- **C** ($4p + q$) het $2^2 = 4$ as die koëffisiënt gebruik. Dit is die **eksponent** (2) wat vorentoe kom, nie die waarde van die mag nie.

Onthou: Sê elke wet hardop terwyl jy dit gebruik: 'n produk binne word 'n som buite; 'n mag binne word 'n koëffisiënt buite.

Q44 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Die vinnigste manier om 'n "altyd waar"-bewering te toets: kies maklike getalle en kontroleer albei kante. Een teenvoorbeeld maak 'n stelling vir altyd dood.

Toets elkeen met $x = 10$, $y = 10$ (aangesien $\log 10 = 1$ presies):

- **A:** $LK = \log 100 = 2$. $RK = 1 + 1 = 2$ ✓ **oorleef** — dit is die egte produkwet.
- **B:** $LK = (1)(1) = 1$. $RK = \log 20 \approx 1.30$ ✗
- **C:** $LK = \log(0)$, wat **ongedefinieer** is ✗
- **D:** $LK = \log 20 \approx 1.30$. $RK = 2$ ✗

Slegs **A** oorleef.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** en **D** is die vals wette: hulle neem aan dat $+$ of $-$ deur 'n log kan beweeg. Logs verander slegs **vermenigvuldiging** in optelling, nooit andersom nie.
- **B** vermenigvuldig twee logs met mekaar. Geen logwet doen dit nie.

Onthou: Vir "altyd waar"-vrae, moenie onder tydsdruk probeer bewys nie — **toets dit met maklike getalle** ($\log 10 = 1$, $\log 100 = 2$). Een teenvoorbeeld is genoeg om 'n opsie uit te skakel.

Afdeling 1.7 — Rye en Reekse

Q45 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Identifiseer a en d . Eerste term $a = 5$; elke term is 3 meer, dus $d = 3$.

Stap 2 — Gebruik $T_n = a + (n - 1)d$. Lees dit as 'n sin: *begin by a , neem dan $(n - 1)$ stappe van grootte d .* Daar is een stap minder as wat daar terme is, want die eerste term het geen stappe nodig nie.

$$T_{10} = 5 + (9)(3) = 32$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (35) het $a + nd$ gebruik — tien stappe in plaas van nege. Die algemeenste RR-fout.
- **C** (30) het 10×3 bereken en die eerste term heeltemal vergeet.
- **A** (27) het die bygetelde hoeveelheid gevind maar opgehou, en nooit a weer bygetel nie.

Onthou: Twee kontrolepunte: is die vermenigvuldiger $(n - 1)$ en nie n nie? En het jy a aan die einde weer bygetel?

Q46 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Identifiseer a en r . Eerste term $a = 3$; elke term verdubbel, dus $r = 2$.

Stap 2 — Gebruik $T_n = a \cdot r^{n-1}$ — die MR-tweeling van die RR-formule, wat steeds $(n - 1)$ stappe tel.

$$T_6 = 3 \times 2^5 = 96$$

Of stap dit uit: $3 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 24 \rightarrow 48 \rightarrow 96$ — vyf vermenigvuldigings ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (192) het r^n in plaas van r^{n-1} gebruik — een mag te veel. Dieselfde een-te-veel-fout as by die RR.
- **C** (48) het r^{n-2} gebruik — een mag te min.
- **D** (36) het $a \times r \times n$ bereken, en 'n MR hanteer asof dit deur optelling groei. 'n MR **vermenigvuldig** herhaaldelik, en dit is wat die eksponent vasvang.

Onthou: Vra eers: groei hierdie ry deur dieselfde hoeveelheid **by te tel**, of deur met dieselfde hoeveelheid te **vermenigvuldig**? Om dit verkeerd te kry, beteken jy gebruik 'n heeltemal verkeerde soort formule.

Q47 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Altyd dieselfde metode: deel 'n term deur die een **direk voor dit**, $r = \frac{T_{n+1}}{T_n}$.

$$r = \frac{27}{81} = \frac{1}{3}$$

Kontroleer 'n tweede paar: $\frac{9}{27} = \frac{1}{3} \checkmark$ en $\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \checkmark$

Dit maak sin dat $r < 1$ — die ry krimp.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (3) het verkeerd om gedeel, $\frac{81}{27}$. Altyd **later ÷ vroeër**, anders kom die verhouding onderstebo uit.
- **A** (−54) het $27 - 81$ bereken, 'n konstante **verskil**. Die woord "verhouding" sê vir jou om te deel.
- **D** ($\frac{1}{27}$) het nie-aangrensende terme vergelyk, $\frac{3}{81}$. Dit gee r^3 , nie r nie.

Onthou: Deel 'n term deur sy onmiddellike voorganger, en bevestig dan dieselfde waarde op 'n tweede paar. "Konstant" beteken dit moet elke keer dieselfde wees.

Q48 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

$a = 4, d = 3, n = 20$. In $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$:

$$S_{20} = \frac{20}{2}[8 + 57] = 10(65) = 650$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (1300) is presies **dubbel** — die $\frac{n}{2}$ is laat val. 'n Verkeerde antwoord wat 'n skoon veelvoud van die regte een is, beteken gewoonlik 'n verlore faktor.
- **C** (680) het die laaste term as $4 + 20(3) = 64$ gevind (die een-te-veel-fout uit Q45), en toe $\frac{20}{2}(4 + 64)$ gebruik. Een vroeë fout vergiftig alles daarna.
- **A** (610) het 'n enkele a in plaas van $2a$ in die hakie gebruik.

Onthou: Ken die **rede** waarom elke stuk daar is. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ is net "(aantal terme) $\times$ (gemiddeld van eerste en laaste term)". Die $2a$ is wat "eerste + laaste" bou voordat jy die laaste term ken — om dit te verstaan, maak dit moeilik om te laat val.

Q49 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Bevestig dat dit meetkundig is: $a = 2$ en elke term is 3 keer die vorige een, dus $r = 3$. In $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$:

$$S_5 = \frac{2(243-1)}{2} = 242$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (243) het die "−1" in die teller laat val. Dit mis met presies een, dus sal 'n blik op die *grootte* van jou antwoord dit nooit vang nie — jy moet die bewerking self kontroleer.
- **C** (14) het r^n as $3 \times 5 = 15$ in plaas van 3^5 bereken. Dieselfde vermenigvuldig-teenoor-mag-verwarring as Q46.
- **D** (50) het dit as rekenkundig hanteer met $d = 4, 2, 6, 10, 14, 18$ gebou en opgetel. Om 'n tweede verhouding te kontroleer, maak daardie storie dood: $\frac{6}{2} = 3$ maar $\frac{10}{6} \neq 3$.

Onthou: Drie kontroles by elke MR-som: bevestig die verhouding op **twee** pare; bereken r^n as 'n mag, nooit $r \times n$ nie; en kontroleer die bewerking, nie net of die antwoord "omtrent reg lyk" nie.

Q50 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Sigma is 'n opdrag, nie 'n raaiselsimbool nie: vervang $k = 1, 2, 3, 4, 5$ in $2k + 1$ en tel die resultate op.

$$3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (30) het slegs die $2k$ -deel gesommeer en die "+1" uit elke term laat val.
- **C** (31) het die "+1" een keer aan die einde bygetel: $2(15) + 1$. Dit hoort by **elke** term, dus moet dit vyf keer bygetel word. Verdeel dit behoorlik: $2 \sum k + \sum 1 = 30 + 5 = 35$.
- **B** (24) het slegs vier terme gebruik, deur die grense af te trek ($5 - 1$). **Albei** grense is ingesluit: die telling is (bo − onder) + 1 = 5.

Onthou: Skryf die terme uit — moenie dit in jou kop doen nie, want dit is waar foute wegkruip. Pas elke konstante **per term** toe, en tel terme met (bo – onder) + 1.

Q51 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

$a = 3, d = 4$. Stel die som gelyk aan 210:

$$S_n = \frac{n}{2} [6 + 4(n - 1)] = n(2n + 1) = 2n^2 + n$$

$$2n^2 + n - 210 = 0 \quad \Rightarrow \quad (2n + 21)(n - 10) = 0$$

Dus $n = 10$ of $n = -10.5$.

Die stap wat die vraag beslis: n is 'n *aantal terme*, dus moet dit 'n positiewe heelgetal wees. 'n Ry kan nie -10.5 terme hê nie. Verwerp dit.

$$n = 10$$

Kontroleer: $S_{10} = 5(42) = 210 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** het die algebra perfek gedoen en **albei** wortels gerapporteer, sonder om ooit te vra of elkeen 'n werklike aantal terme kon wees.
- **A** (11) het met 'n tekenfout gefaktoriseer, 10.5 gekry, en toe **afgerond**. 'n Desimale antwoord vir "aantal terme" beteken gaan terug en vind die verlore teken, nie afrond nie.
- **D** het die minus op c in die diskriminant laat val: $-4(2)(210)$ in plaas van $-4(2)(-210)$, wat $+1681$ in -1679 verander en reële antwoorde laat lyk of hulle verdwyn.

Onthou: Wanneer 'n veranderlike 'n positiewe heelgetal moet wees — terme, mense, jare — is oplos net die helfte van die werk. Vra dan van elke antwoord: *kan dit werklik gebeur?* Om die onmoontlike wortel te verwerp, is dikwels die hele punt.

Q52 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Die idee: oneindig baie terme kan steeds tot 'n *eindige* totaal optel, solank die terme vinnig genoeg krimp. Hier is $a = 8$ en $r = \frac{1}{2}$. Aangesien $|r| < 1$, konvergeer die reeks:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$$

Kyk na die lopende totaal: 8, 12, 14, 15, 15.5, 15.75, ... — dit klim met al kleiner hoeveelhede, en sluit in op 16 sonder om dit te verbygaan.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** neem aan dat oneindig baie terme tot oneindigheid moet optel. Onwaar wanneer $|r| < 1$. "Gaan vir ewig aan" beskryf die **aantal terme**, nie die grootte van die totaal nie.
- **D** (4) het $a(1 - r)$ in plaas van $\frac{a}{1-r}$ bereken — die formule onderstebo saamgestel.
- **A** ($\frac{1}{16}$) het die regte stukke gehad maar die breuk omgekeer: $\frac{1-r}{a}$ in plaas van $\frac{a}{1-r}$.

Onthou: Kontroleer $|r| < 1$ **voordat** jy die formule gebruik — anders bestaan daar geen eindige som nie. En onthou: "oneindig baie dinge" en "'n oneindige totaal" is verskillende stellings.

Q53 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Twee feite oor die ry is presies genoeg om albei onbekendes te vind. Vertaal elkeen in 'n vergelyking met $T_n = a + (n - 1)d$.

Stap 1 — Skryf albei vergelykings neer.

$$T_3 = 11 : \quad a + 2d = 11 \quad T_7 = 23 : \quad a + 6d = 23$$

Stap 2 — Trek af om a te elimineer.

$$4d = 12 \Rightarrow d = 3$$

Stap 3 — Vervang terug.

$$a + 6 = 11 \Rightarrow a = 5$$

Kontroleer: $T_3 = 11 \checkmark$ en $T_7 = 23 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het die gegewe 11 as die **eerste** term hanteer. "Die 3de term is 11" is 'n stelling oor T_3 ; dit gee jou nie a nie.
- **A** het die terme **tussen** T_3 en T_7 getel (drie) in plaas van die stappe (vier: $T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5 \rightarrow T_6 \rightarrow T_7$), wat $3d = 12$ gee.
- **D** het $d = 3$ korrek gevind en toe $a = 11 + 6$ in plaas van $11 - 6$ geskryf.

Onthou: "Vind a en d uit twee feite" is 'n gelyktydige-vergelykings-probleem in vermomming.

Vertaal elke feit met $T_n = a + (n - 1)d$, trek af om een onbekende te elimineer, en los op. Die ry-bewoording verander niks aan die algebra nie.

Afdeling 1.8 — Finansiële Wiskunde

Q54 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

"Enkelvoudige rente" beteken die lineêre formule $A = P(1 + in)$. Hier is $P = 4\,000$, $i = 0.06$, $n = 5$:

$$A = 4\,000(1 + 0.06 \times 5)$$

Dieselfde vaste rente, $4\,000 \times 0.06 = 240$, word elke jaar bygetel. Dit is wat "enkelvoudige" groei beteken.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gebruik die **saamgestelde** formule op 'n enkelvoudige-rente-scenario. Die woord "enkelvoudig" sê vir jou die groei is additief, nie eksponensieel nie.
- **C** gee slegs die **rente wat verdien is**, nie die **waarde van die belegging** nie. Die vraag vra vir die totaal, hoofsaaklik ingesluit.
- **D** pas een jaar se groeifaktor toe en vermenigvuldig dan met 5. Dit is nie een van die twee modelle nie — enkelvoudige rente tel 'n vaste bedrag by; saamgestelde rente vermenigvuldig herhaaldelik.

Onthou: Eerste besluit in enige geldvraag: is die groei **lineêr** (enkelvoudig, reguitlyn) of **multiplikatief** (saamgestel, verminderde saldo)? Daardie woorde is in die vraag om vir jou te sê. Kry die woord reg en die res is vervanging.

Q55 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

"Jaarliks saamgestel" beteken **eksponensiële groei**. Elke jaar groei die *hele huidige saldo* met 9%, dus word dit 109% van homself — vermenigvuldig met die **groeifaktor** 1.09. Vier jaar beteken vier vermenigvuldigings:

$$A = 8\,000(1.09)^4$$

Dit is net 'n MR met $r = 1.09$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** gebruik die **enkelvoudige** formule op 'n saamgestelde scenario — die spieëlbeeld van Q54 se slagkat.

- **A** gebruik die kaal koers 0.09 as die grondtal in plaas van 1.09. Om herhaaldelik met 0.09 te vermenigvuldig, sou die geld tot byna niks laat krimp. Die faktor moet beteken "alles wat jy gehad het, **plus** 9%" = 1.09.
- **C** het met 4 vermenigvuldig in plaas van tot die mag 4 te verhef. Saamgestelde groei vermenigvuldig vier keer agtereenvolgens; dit tel nie vier enkele jare bymekaar nie.

Onthou: Saamgestelde rente **is** 'n MR. Bou die faktor as $1 + i$ vir groei (of $1 - i$ vir krimp) — moet nooit die kaal koers op sy eie gebruik nie.

Q56 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

"Verminderde saldo" is die waardeverminderingstweeling van "jaarliks saamgestel".

Die voertuig verloor elke jaar 15% van sy **huidige** waarde, dus behou dit 85% — 'n faktor van $1 - 0.15 = 0.85$, drie keer toegepas:

$$A = 240\,000(1 - 0.15)^3 = 240\,000(0.85)^3$$

Dieselfde vorm as Q55, met die teken omgedraai omdat die waarde krimp.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** gebruik die **reguitlyn**-formule $P(1 - in)$, wat 'n vaste skyf van die *oorspronklike* waarde neem. "Verminderde saldo" neem 'n skyf van die *huidige* waarde.
- **C** gebruik die kaal koers: $(0.15)^3$ sou beteken dat slegs 15% van die waarde elke jaar behou word — 'n veel erger ineenstorting as 15% waardevermindering.
- **D** gebruik 'n **groef**faktor op 'n krimpende hoeveelheid. "Verminder in waarde" beteken die waarde daal, dus moet enige uitdrukking groter as R240 000 verkeerd wees.

Onthou: Begin by 100% van die huidige waarde, en **tel** dan die koers **by** as dit groei of **trek** dit **af** as dit krimp. "Saamgestel/waardeer op" $\rightarrow +$. "Verminder in waarde/verminderde saldo/verval" $\rightarrow -$. Toets dan of die rigting sin maak.

Q57 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stel die vergelyking op en maak dit een laag op 'n slag ongedaan.

$$10\,000(1 + i)^2 = 12\,100 \quad \Rightarrow \quad (1 + i)^2 = 1.21$$

Neem die vierkantswortel. $1.21 = \left(\frac{11}{10}\right)^2$, dus:

$$1 + i = 1.1 \Rightarrow i = 0.1 = 10\%$$

Kontroleer: $10\,000(1.1)^2 = 12\,100 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (21%) is die **totale** groei oor albei jare, gerapporteer asof dit jaarliks was. Saamstelling beteken 10% per jaar gee 21% oor twee jaar, nie 20% nie — die tweede jaar laat 'n reeds gegroeide saldo groei.
- **C** (10.5%) het daardie 21% geneem en dit gehalveer, en die groei as additief in plaas van multiplikatief hanteer.
- **A** (11%) het die **groEIFAKTOR** 1.1 gevind en dit as die koers afgelees. Die faktor is $1 + i$, dus moet jy steeds 1 aftrek.

Onthou: Twee dinge om vas te hou: totale groei is **nie** (jaarlikse koers) $\times$ (jare) vir saamgestelde rente nie; en die **groEIFAKTOR** ($1 + i$) en die **koers** (i) is een aftrekking uitmekaar.

Q58 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Begin by $A = P(1 + i)^n$ met $A = 16\,000$ en $n = 4$:

$$16\,000 = P(1 + i)^4$$

Deel albei kante deur $(1 + i)^4$ om P te isoleer:

$$P = \frac{16\,000}{(1 + i)^4}$$

Toets of dit sin maak: P is die *begin*bedrag, dus moet dit **kleiner** wees as die R16 000 waarin dit gegroei het. Deling maak dit kleiner — korrek.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het die **enkelvoudige** renteformule herrangskik. Die vraag sê jaarliks saamgestel.
- **B vermenigvuldig** in plaas van te deel, wat P groter as A maak. Onmoontlik — P het *in* A gegroei.
- **D** trek 'n klein vaste bedrag af, en gooi die eksponensiële struktuur heeltemal weg.

Onthou: Maak die bewerkings in omgekeerde volgorde ongedaan, en toets dan of die grootte sin maak: moet hierdie hoeveelheid groter of kleiner wees as die ander in die storie?

Q59 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

Dit *klink* asof om $r\%$ te verloor en $r\%$ te wen, behoort te kanselleer. Hulle doen nie. Deel die twee uitdrukkings uit en kyk wat jy kry.

Stap 1 — Vorm die verhouding.

$$\frac{V(1-r)^n}{V(1+r)^n} = \left(\frac{1-r}{1+r}\right)^n$$

Die V 'e kanselleer, en 'n kwosiënt van gelyksoortige magte word een mag van die kwosiënt.

Stap 2 — Kyk na die grondtal. Aangesien $0 < r < 1$, het ons $1 - r < 1 + r$, dus is die grondtal $\frac{1-r}{1+r}$ **kleiner as 1**. 'n Getal kleiner as 1 wat tot hoër magte verhef word, word **kleiner**. Die verhouding krimp dus elke jaar.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** beweer hulle kanselleer tot 1. Toets $r = 0.5$: die verhouding is $\frac{0.5}{1.5} = \frac{1}{3}$, glad nie naby 1 nie.
- **C** het die twee faktore **vermenigvuldig** (wat die verskil van vierkante $1 - r^2$ gee). 'n Verhouding kom van **deling**.
- **D** het die regte vorm maar onderstebo — en die bewering dat die verhouding *groeï*, sou beteken 'n ou masjien wen waarde relatief tot 'n nuwe een. Dit weerspreek die storie.

Onthou: Moet nooit raai of twee eksponensiële effekte kanselleer nie — deel hulle en kyk na die enkele grondtal wat jy kry. Grondtal kleiner as 1 $\rightarrow$ krimp na nul toe. Grondtal groter as 1 $\rightarrow$ groei sonder grens.

Afdeling 1.9 — Algebraïese Insig, Vieta se Formules en Manipulasietruuks**Q60 — Intermediêr — Antwoord: B****Verduideliking**

Vieta se somformule: vir $ax^2 + bx + c = 0$, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$.

Lees $a = 2$, $b = -7$ af en vervang — en behou die minusteken wat reeds in die formule is:

$$\alpha + \beta = -\frac{(-7)}{2} = \frac{7}{2}$$

Kontroleer sonder om die wortels afsonderlik te vind: $2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$, dus is die wortels $\frac{1}{2}$ en 3, wat optel tot $\frac{7}{2} \checkmark$ — maar Vieta het in een reël daar gekom.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** ($-\frac{7}{2}$) het die minus laat val wat reeds in die formule ingebou is, en $\frac{b}{a}$ bereken. Met b ook negatief, maak die twee minusse 'n **positief**.
- **C** ($\frac{3}{2}$) het die **ander** Vieta-formule gebruik, $\frac{c}{a}$ — die produk in plaas van die som.
- **A** (7) het vergeet om deur a te deel. Daardie fout is onsigbaar wanneer $a = 1$, en dit is hoekom dit loon om te oefen op vergelykings waar $a \neq 1$.

Onthou: Leer die paar saam: **som** $= -\frac{b}{a}$, **produk** $= \frac{c}{a}$ — en *albei* deel deur a . Om daardie sin te sê terwyl jy hulle gebruik, vang al drie foute hierbo.

Q61 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Jy kry iets in x en $\frac{1}{x}$, en word gevra vir x^2 en $\frac{1}{x^2}$. **Kwadrering** is wat die een in die ander verander.

Stap 1 — Kwadreer albei kante, en brei volledig uit.

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$$

Die kruisterm is pragtig eenvoudig: $x \cdot \frac{1}{x} = 1$. Dit is presies waarom kwadrering hier werk.

Stap 2 — Vervang en los op.

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (9) het die kruisterm laat val. $(a - b)^2$ is nooit $a^2 + b^2$ nie — dit is $a^2 - 2ab + b^2$.
- **C** (7) het die verkeerde teken op die kruisterm gebruik, en as $(a + b)^2$ uitgebrei.
- **D** (5) het vergeet om die **regterkant** te kwadreer. Om 'n vergelyking te kwadreer, beteken om albei kante te kwadreer.

Onthou: Kry jy 'n gepaarde uitdrukking (x en $\frac{1}{x}$, of $\sqrt{x}$) en word gevra vir die vierkante? **Kwadreer die gegewe vergelyking**. Die kruisterm val byna altyd inmekaar tot iets eenvoudigs wat die twee verbind.

Q62 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Jy het nie α en β afsonderlik nodig nie. Bou die nuwe vergelyking uit die nuwe **som** en **produk**.

Stap 1 — Ou som en produk (Vieta).

$$\alpha + \beta = 5 \quad \alpha\beta = 6$$

Stap 2 — Nuwe som en produk, versigtig uitgebrei.

$$\text{Som: } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = 5 + 2 = 7$$

$$\text{Produk: } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 6 + 5 + 1 = 12$$

Stap 3 — Herbou: $x^2 - (\text{som})x + (\text{produk}) = 0$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

Kontroleer op die stadige manier: die ou wortels is 2 en 3, dus is die nuwes 3 en 4, en $(x - 3)(x - 4) = x^2 - 7x + 12 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** kopieer die oorspronklike vergelyking. Om die wortels te skuif, skuif waar die parabool die as sny, dus moet die vergelyking verander.
- **C** het die wortels die **verkeerde kant toe** geskuif, wat $\alpha - 1$ en $\beta - 1$ gee.
- **D** het die som reg gekry maar die produk as $\alpha\beta + 1$ uitgebrei, en **die kruisterme laat val**. Al vier produkte tel wanneer jy twee hakies uitbrei — dieselfde fout as Q61 se opsie A.

Onthou: "Nuwe wortels wat met 'n konstante geskuif is" is 'n Vieta-vraag in vermomming. Vind die nuwe som en produk, en herbou dan met $x^2 - (\text{som})x + (\text{produk}) = 0$.

Q63 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Die tweeveranderlike-identiteit het 'n drieveranderlike-tweeling. Onthou $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$. Om $(a + b + c)^2$ uit te brei, gee elke vierkant **plus** elke paar, verdubbel:

$$\begin{aligned} (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 &= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) \end{aligned}$$

Vervang. Let op dat $abc = 6$ **nie** in hierdie identiteit is nie — dit is 'n doelbewuste afleiding.

$$a^2 + b^2 + c^2 = 36 - 2(11) = 14$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (36) het $(a + b + c)^2$ alleen gegee, en vergeet om die paarsgewyse term af te trek.
- **A** (58) het **bygetel** in plaas van afgetrek. Die uitbreiding het 'n +, maar om te herrangskik en die vierkante te isoleer, verg 'n −.

- **C (25)** het die faktor van 2 laat val. Uitbreiding lewer elke paar **twee keer** op (ab en ba), dus moet albei kopieë verwyder word.

Onthou: Kry jy simmetriese kombinasies (somme, paarsgewyse produkte) en word gevra vir iets wat lyk of dit die individuele waardes nodig het — soek 'n identiteit wat hulle direk verbind. Jy het selde nodig om a , b en c self te vind.

Q64 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Elke opsie haal werklike teorie aan, maar net een lei 'n gevolgtrekking af wat sy premis **waarborg**. Die ander is slegs *soms* waar.

Waarom C waar is. Volgens Vieta is die produk van die wortels $\alpha\beta = c$.

Veronderstel die wortels was *nie* reëel nie. Dan vorm hulle 'n konjugaatpaar $p + qi$ en $p - qi$, waarvan die produk

$$(p + qi)(p - qi) = p^2 + q^2$$

'n som van vierkante is — wat nooit negatief kan wees nie. Dus het **nie-reële wortels altyd 'n positiewe produk**.

Draai dit om: as die produk **negatief** is, moet die wortels **reëel** wees. En twee reële getalle met 'n negatiewe produk moet **teenoorgestelde tekens** hê. Aangesien $c < 0$ $\alpha\beta < 0$ gee, is opsie C afgedwing.

Waarom die ander verkeerd is — een teenvoorbeeld elk:

- **B:** $x^2 - x - 6 = 0$ het $b^2 - 4c = 25 > 0$, maar sy wortels is 3 en -2 — **teenoorgestelde** tekens. 'n Positiewe diskriminant sê die wortels is reëel en verskillend, niks oor hulle tekens nie.
- **D:** $x^2 + x + 1 = 0$ het $c = 1 > 0$, maar $b^2 - 4c = -3 < 0$ — **glad geen reële wortels nie**.
- **A:** $x^2 - 4 = 0$ het $b = 0$ en twee reële wortels, $x = \pm 2$. Om die lineêre term te verwyder, sê niks oor of reële wortels bestaan nie.

Onthou: "Klink aanneemlik" is nie bewys nie. Óf **bewys** die bewering met 'n gereedskapstuk wat jy vertrou, óf **vind 'n teenvoorbeeld** met die eenvoudigste getalle wat jy kan. Een teenvoorbeeld besleg dit.

Q65 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Die insig: $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ is in die geheim gebou uit die **som** en die **produk** van die wortels — die twee dinge wat Vieta jou gratis gee. Combineer oor 'n gemeenskaplike noemer:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha}{\alpha\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

Geen enkele α of β oorleef nie — en dit is hoekom jy kan antwoord sonder om op te los.

Lees die som en produk af ($a = 3$, $b = -8$, $c = 5$):

$$\alpha + \beta = \frac{8}{3} \quad \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

Vervang:

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{8/3}{5/3} = \frac{8}{5}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\frac{5}{8}$) het die breuk onderstebo gebou. Die **som** gaan bo — dit is wat uit die gemeenskaplike-noemer-stap uitval.
- **C** ($\frac{8}{3}$) het aangeneem dat $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ net $\alpha + \beta$ is.
- **D** ($\frac{3}{8}$) het aangeneem dit is $\frac{1}{\alpha+\beta}$. Beide C en D vou twee verskillende hoeveelhede in een saam.

Onthou — en die slotles van hierdie hoofstuk: bewerkings "beweeg" byna nooit deur optelling heen soos dit voel of hulle behoort te nie.

$$\begin{aligned} \sqrt{a+b} &\neq \sqrt{a} + \sqrt{b} & \log(x+y) &\neq \log x + \log y \\ \frac{1}{\alpha+\beta} &\neq \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} & (a+b)^2 &\neq a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Elkeen hiervan het in hierdie hoofstuk in 'n ander vermomming verskyn, en elkeen word op dieselfde manier verslaan: skryf dit volledig uit en laat die werklike identiteit — gewoonlik met 'n ekstra kruisterm — verskyn. Voel agterdogtig elke keer wanneer jy 'n bewerking oor 'n som wil versprei.

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtipies wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Q66 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Om die vierkantswortel van albei kante van $x^2 = 4$ te neem, gee **twee** oplossings:

$$x = +2 \quad \text{or} \quad x = -2$$

Die vraag vra vir hulle **som**: $(+2) + (-2) = 0$.

Waarom A verkeerd is: 2 is wat jy kry as jy die negatiewe wortel heeltemal vergeet — die algemeenste enkele fout met hierdie vraagtipe. $(-2) \times (-2) = 4$ net so seker as $2 \times 2 = 4$. **Waarom D verkeerd is:** -2 is die spieëlbeeld-fout — die negatiewe wortel alleen. **Waarom C verkeerd is:** 4 eggo die regterkant van die vergelyking — daar is nooit 'n wortel geneem nie.

Onthou: $x^2 = k$ (met $k > 0$) het altyd twee oplossings, $x = \pm\sqrt{k}$. Wanneer 'n vraag ook al "oplossings" (meervoud) van 'n gekwadreerde vergelyking sê, moet jou radar piep: *albei wortels is ter sprake*. Hierdie presiese vraag is berug daarvoor dat dit slordige lesers verslaan — en ten minste een KI-kletsbot.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **D** neem elk een wortel en stop — $x^2 = 4$ het twee. **C** vind albei maar tel $2 + 2$, en ignoreer dat een van hulle negatief is. Twee wortels wat mekaar se negatiewes is, tel altyd tot nul op.

Q67 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Werk van binne na buite. Die reël sê: *kwadreer die eerste getal, trek drie keer die tweede af*.

Eers die binneste hakie:

$$2 \diamond 1 = 2^2 - 3(1) = 4 - 3 = 1$$

Voer daardie resultaat dan in as die nuwe eerste getal:

$$1 \diamond 3 = 1^2 - 3(3) = 1 - 9 = -8$$

Waarom D verkeerd is: 8 kom daarvan om die minusteken in die finale aftrekking te laat val.

Waarom A verkeerd is: 10 kom van die berekening $2 \diamond (1 \diamond 3)$ — groepering van regs af in plaas daarvan om die hakies te respekteer. **Waarom B verkeerd is:** -2 laat die koëffisiënt in " $3b$ " val tydens die tweede toepassing: $1^2 - 3 = -2$ in plaas van $1^2 - 3(3) = -8$.

Onthou: 'n "Uitgedinkte bewerking"-vraag is suiwer vervanging: die simbool $\diamond$ is net 'n kostuum. Plaas die eerste waarde waar die reël ook al a wys, die tweede waar dit b wys — en evalueer altyd eers die bewerking in die hakies. Hierdie vrae toets noukeurige lees, nie nuwe wiskunde nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel $3b$ by waar die definisie dit aftrek. **B** trek 3 af in plaas van $3b$. **D** verloor die minusteken by die laaste stap: $1 - 9$ is -8 , nie 8 nie.

Q68 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Noem die getalle x en y , dus $x + y = m$ en $xy = n$. Ons wil $x^2 + y^2$ hê.

Kwadreer die som — dit is die skuif wat die hele vraag oopsluit:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = m^2$$

Die uitbreiding bevat presies wat ons wil hê ($x^2 + y^2$) plus 'n indringer ($2xy = 2n$). Sit die indringer uit:

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = m^2 - 2n$$

Waarom A verkeerd is: 'n tekenfout toe $2xy$ oorgeskuif is. **Waarom C verkeerd is:** vergeet dat die kruisterm in die uitbreiding $2xy$ is, nie xy nie. **Waarom D verkeerd is:** $m - 2n$ laat m ongekwaadreer — die identiteit begin by $(x + y)^2 = m^2$, en daardie vierkant moet in die antwoord oorleef.

Onthou: $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ is een van die mees hergebruikte identiteite in die hele eksamenbank — dit skakel "som en produk"-inligting in een reël om na "som van vierkante". Dit is weer Vieta se wêreld (vergelyk Q65): simmetriese uitdrukkings in twee getalle kan altyd uit hulle som en produk herbou word.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel by waar die uitbreiding aftrek: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, dus moet die $2ab$ AFGETREK word. **C** trek af maar laat die faktor 2 val. **D** kwadreer die som glad nie.

Q69 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Die faktorstelling, twee keer. Elke faktor gee een vergelyking, en twee onbekendes benodig presies twee.

Uit $(x + 1)$ — vervang $x = -1$:

$$2 - k - b - 4 = 0 \implies k + b = -2 \quad (1)$$

Uit $(x - 2)$ — vervang $x = 2$:

$$32 - 4k + 2b - 4 = 0 \implies 2k - b = 14 \quad (2)$$

Tel hulle op sodat b kanselleer: $3k = 12 \implies k = 4$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (-6) is die waarde van b , nie k nie.
- **D** het $-k(-1)^2$ as $+k$ geëvalueer — 'n tekenfout in vergelyking (1).
- **C** ($k = 2$) slaag nie die kontrole nie: dit dwing $b = -4$ af, en dan $2k - b = 8 \neq 14$.

Onthou: Elke bekende faktor gee een gratis vergelyking via $f(c) = 0$. Twee onbekendes benodig twee faktore — tel dan op of trek af om die een uit te skakel wat jy nie wil hê nie.

Q70 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Logs sal hier nie help nie. Die truuk is om **die gemeenskaplike mag aan elke kant uit te haal**.

Links: $2^{x+2} + 2^x = 2^x(4 + 1) = 5 \cdot 2^x$

Regs: $5^{y+1} - 5^y = 5^y(5 - 1) = 4 \cdot 5^y$

Dus $5 \cdot 2^x = 4 \cdot 5^y$, wat herrangskik tot:

$$2^{x-2} = 5^{y-1}$$

Nou beslis die priemgrondtalle dit. 'n Mag van 2 kan slegs gelyk wees aan 'n mag van 5 as albei gelyk is aan 1 — dus is albei eksponente nul:

$$x = 2, \quad y = 1, \quad x - y = 1$$

Kontroleer: $16 + 4 = 20$ en $25 - 5 = 20 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (2) gee x alleen — die aftrekking het nooit gebeur nie.
- **B** (3) gee $x + y$, die verkeerde kombinasie.
- **A** (0) neem $x = y$ aan op grond van simmetrie, maar die konstantes 5 en 4 verskil, en dit is presies wat die eksponente verskuif.

Onthou: Gemengde priemgrondtalle? Faktoriseer elke kant in (getal) $\times$ (priemmag). Die enigste manier waarop $2^m = 5^n$ kan geld, is $m = n = 0$ — "die grondtalle is priem" is die sleutel, nie versiering nie.

Q71 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

Dit gebruik die **reststelling** — die faktorstelling se nabye familielid:

Om $f(x)$ deur $(x - c)$ te deel, laat res $f(c)$.

Die faktorstelling is net die geval waar daardie res nul is. Die twee feite word dus $f(-1) = -3$ en $f(1) = 5$.

Vervang $x = -1$: $2 - k - b = -3$ (1)

Vervang $x = 1$: $2 - k + b = 5$ (2)

Tel hulle op sodat b kanselleer: $4 - 2k = 2 \implies k = 1$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (4) is die waarde van b , nie k nie.
- **A** het $-k(-1)^2$ as $+k$ geëvalueer. Die vierkant maak $(-1)^2 = +1$, dus bly die term $-k$.
- **C** (2) is $2k$ — een deling te vroeg gestop.

Onthou: Nul is nie spesiaal nie. Vervang die wortel van die deler en stel die resultaat gelyk aan die **genoemde res** — elke delingsfeit word een vergelyking. Dieselfde geraamte as Q69, waar die reste toevallig nul was.

Gemengde Oefening — Hoofstuk 1

Hierdie 30 vrae put uit al nege onderwerpe in hierdie hoofstuk. Daar is geen afdelingetikette en geen moeilikheidsgraadmerkers nie — net soos die werklike NBT MAT. Werk deur hulle in een sitting, sonder om na die hoofstuk terug te gaan. Mik vir nie meer as 3 minute per vraag nie. Die memorandum volg ná al 30 vrae.

M1 — Basies

Faktoriseer volledig: $6x^2 - x - 2$

- A) $(2x + 1)(3x - 2)$
 - B) $(2x - 1)(3x + 2)$
 - C) $(6x + 1)(x - 2)$
 - D) $(3x + 1)(2x - 2)$
-

M2 — Intermediêr

Faktoriseer volledig: $x^3 - 4x^2 - x + 4$

- A) $(x + 1)(x - 1)(x + 4)$
 - B) $(x^2 + 4)(x - 1)$
 - C) $(x - 2)(x + 2)(x - 4)$
 - D) $(x - 1)(x + 1)(x - 4)$
-

M3 — Basies

Los op vir x : $3(2x - 1) = 2(x + 5) + 3$

- A) $x = 2$
 - B) $x = 3$
 - C) $x = 4$
 - D) $x = 5$
-

M4 — Intermediêr

Los op: $2x^2 + 3x - 9 = 0$

- A) $x = 3$ of $x = -\frac{3}{2}$
 - B) $x = \frac{3}{2}$ of $x = -3$
 - C) $x = -3$ of $x = \frac{2}{3}$
 - D) $x = 3$ of $x = -\frac{9}{2}$
-

M5 — Intermediêr

Gegee $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$, watter van die volgende is 'n faktor van $p(x)$?

- A) $(x - 2)$
 - B) $(x + 3)$
 - C) $(x - 3)$
 - D) $(x + 4)$
-

M6 — Intermediêr

Los op: $x^2 + x - 12 \leq 0$

- A) $x < -4$ of $x > 3$
 - B) $-4 < x < 3$
 - C) $x \leq -4$ of $x \geq 3$
 - D) $-4 \leq x \leq 3$
-

M7 — Basies

Vereenvoudig: $\frac{3^{n+2} - 3^n}{2 \cdot 3^n}$

- A) 1
 - B) 4
 - C) 8
 - D) $\frac{1}{4}$
-

M8 — Intermediêr

Los op vir x : $\sqrt{2x+1} = x-1$

- A) slegs $x = 0$
 - B) $x = 0$ of $x = 4$
 - C) slegs $x = 4$
 - D) Geen reële oplossing nie
-

M9 — Basies

Evalueer: $\log_5 125$

- A) 2
 - B) 5
 - C) 25
 - D) 3
-

M10 — Intermediêr

Los op: $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = 5$

- A) $x = 5$ of $x = -7$
 - B) slegs $x = -7$
 - C) slegs $x = 5$
 - D) $x = 7$
-

M11 — Basies

Die 5de term van 'n rekenkundige ry is 17 en die konstante verskil is 3. Wat is die eerste term?

- A) $a = 5$
 - B) $a = 2$
 - C) $a = 8$
 - D) $a = 3$
-

M12 — Intermediêr

Die eerste drie terme van 'n meetkundige ry is $x + 3$, x en $x - 2$. Vind die waarde van x .

- A) $x = 4$
 - B) $x = 6$
 - C) $x = 8$
 - D) $x = 3$
-

M13 — Intermediêr

R8 000 word teen 6% per jaar belê, maandeliks saamgestel. Watter uitdrukking gee die waarde van die belegging ná 2 jaar?

- A) $8000(1.06)^{24}$
 - B) $8000(1.005)^2$
 - C) $8000(1.06)^2$
 - D) $8000(1.005)^{24}$
-

M14 — Gevorderd

Die wortels van $3x^2 - 7x + k = 0$ is α en β . As $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{7}{4}$, vind k .

- A) $k = 3$
 - B) $k = 7$
 - C) $k = 2$
 - D) $k = 4$
-

M15 — Intermediêr

Gegee dat $(x + 3)$ 'n faktor van $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + a$ is, vind die waarde van a .

- A) $a = -6$
 - B) $a = 6$
 - C) $a = -30$
 - D) $a = 0$
-

M16 — Intermediêr

Druk $2x^2 - 8x + 3$ uit in die vorm $a(x - p)^2 + q$.

A) $2(x - 4)^2 - 29$

B) $2(x - 2)^2 - 5$

C) $(x - 2)^2 - 5$

D) $2(x - 2)^2 + 3$

M17 — Intermediêr

Evalueer: $\sum_{k=1}^5 (3k - 1)$

A) 35

B) 45

C) 40

D) 30

M18 — Intermediêr

'n Motor word vir R120 000 gekoop en verminder in waarde teen 15% per jaar volgens die verminderde-saldo-metode. Watter uitdrukking gee sy waarde ná 4 jaar?

A) $120\,000(0.85)^4$

B) $120\,000 - 4(0.15)(120\,000)$

C) $120\,000(1.15)^4$

D) $120\,000 \times (0.85) \times 4$

M19 — Intermediêr

Faktoriseer: $8x^3 - 27$

A) $(2x - 3)(4x^2 - 6x + 9)$

B) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

C) $(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$

D) $(2x - 3)(2x^2 + 6x + 9)$

M20 — Gevorderd

As $x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$, watter van die volgende is gelyk aan x ?

A) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

B) $\sqrt{5} + \sqrt{6}$

C) $2 + \sqrt{3}$

D) $1 + \sqrt{6}$

M21 — Intermediêr

Los op: $2^{x+1} = 5$. Gee die presiese antwoord.

A) $x = \frac{\log 5}{\log 2}$

B) $x = \frac{\log 5}{\log 2} + 1$

C) $x = \frac{\log 5}{\log 2} - 1$

D) $x = \log 5 - \log 2$

M22 — Intermediêr

Die som van die eerste n terme van 'n rekenkundige reeks is $S_n = 2n^2 + 3n$. Wat is die 5de term van die reeks?

A) 23

B) 17

C) 19

D) 21

M23 — Basies

Los op: $2(3 - x) < 4x - 10$

- A) $x > \frac{8}{3}$
 - B) $x < \frac{8}{3}$
 - C) $x > -\frac{8}{3}$
 - D) $x < 8$
-

M24 — Intermediêr

Vir die meetkundige reeks $5 + 5x + 5x^2 + \dots$ om 'n eindige som tot oneindig te hê, watter voorwaarde op x word vereis?

- A) $x < 1$
 - B) $-1 < x < 1$
 - C) $|x| > 1$
 - D) $0 < x < 1$
-

M25 — Intermediêr

Los op: $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

- A) $x = 1$ of $x = 4$
 - B) $x = 2$ of $x = 8$
 - C) $x = 1$ of $x = 2$
 - D) $x = 2$ of $x = 4$
-

M26 — Intermediêr

$(x - 2)$ is 'n faktor van $p(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$. Vind k .

- A) $k = -1$
 - B) $k = 1$
 - C) $k = 2$
 - D) $k = -2$
-

M27 — Intermediêr

Vereenvoudig: $\log_4 9 \cdot \log_3 8$

- A) 6
 - B) 2
 - C) $\frac{3}{2}$
 - D) 3
-

M28 — Intermediêr

In 'n kwadratiese ry is $T_1 = 3$, $T_2 = 10$, en die tweede verskil is 6. Vind T_3 .

- A) 21
 - B) 23
 - C) 19
 - D) 25
-

M29 — Gevorderd

R2 000 word teen 10% per jaar belê, jaarliks saamgestel. Ná hoeveel volledige jare oorskry die belegging vir die eerste keer R3 000?

- A) $n = 4$
 - B) $n = 6$
 - C) $n = 5$
 - D) $n = 7$
-

M30 — Gevorderd

Die wortels van $x^2 - 4x + 1 = 0$ is α en β . Vind $\alpha^3 + \beta^3$.

- A) 52
- B) 44
- C) 60
- D) 48

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. A	M2. D	M3. C	M4. B	M5. C
M6. D	M7. B	M8. C	M9. D	M10. C
M11. A	M12. B	M13. D	M14. D	M15. A
M16. B	M17. C	M18. A	M19. B	M20. A
M21. C	M22. D	M23. A	M24. B	M25. C
M26. A	M27. D	M28. B	M29. C	M30. A

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: A

Stap 1 — Soek twee getalle wat vermenigvuldig tot $6 \times (-2) = -12$ en optel tot -1 : hulle is 3 en -4 .

Stap 2 — Verdeel die middelterm: $6x^2 + 3x - 4x - 2$.

Stap 3 — Groepeer: $3x(2x + 1) - 2(2x + 1) = (2x + 1)(3x - 2)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** tekens omgeruil — dit brei uit na $6x^2 + x - 2$, met middelterm $+x$.
- **C** net die buitenste paar — dit brei uit na $6x^2 - 11x - 2$.
- **D** nie volledig gefaktoriseer nie: $(2x - 2)$ het steeds 'n gemene faktor van 2, en dit brei uit na $6x^2 - 4x - 2$.

Onthou: Met 'n leidende koëffisiënt moet jy die middelterm verdeel eerder as om hakies te raai. Brei jou antwoord altyd in jou kop weer uit om die middelterm te toets.

M2 — Antwoord: D

Stap 1 — Groepeer in pare: $x^2(x - 4) - 1(x - 4)$.

Stap 2 — Haal die gemene hake uit: $(x - 4)(x^2 - 1)$.

Stap 3 — $x^2 - 1$ is 'n verskil van kwadrate: $(x - 1)(x + 1)(x - 4)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** tekenfout op die laaste faktor — gee $(x + 4)$ in plaas van $(x - 4)$.
- **B** hanteer $x^2 - 1$ as $x^2 + 4$; dit laat ook 'n kwadratiese term ongefaktoriseer.
- **C** faktoriseer $x^2 - 4$ eerder as $x^2 - 1$.

Onthou: Vier terme sonder 'n gemene faktor is die teken om in pare te groepeer. Toets dan of enige hake verder faktoriseer — $x^2 - 1$ doen byna altyd.

M3 — Antwoord: C

Stap 1 — Brei albei kante uit: $6x - 3 = 2x + 10 + 3$.

Stap 2 — Vereenvoudig regs: $6x - 3 = 2x + 13$.

Stap 3 — Bring saam: $4x = 16$, dus $x = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het die konstantes as $16 - 3$ saamgetel in plaas van $16 + 3$ — 'n teken is laat val toe -3 oorgedra is.
- **B** het $2(x + 5)$ as $2x + 5$ uitgebrei en 'n 5 verloor.
- **D** het 16 verkeerd deur 4 gedeel, of $3(2x - 1)$ as $6x - 1$ uitgebrei.

Onthou: Brei volledig uit voordat jy enigiets saambring. Die meeste foute in 'n lineêre vergelyking gebeur in die hakies, nie in die algebra daarna nie.

M4 — Antwoord: B

Stap 1 — Faktoriseer: $2x^2 + 3x - 9 = (2x - 3)(x + 3)$.

Stap 2 — Stel elke faktor gelyk aan nul: $2x - 3 = 0$ of $x + 3 = 0$.

Stap 3 — Dus $x = \frac{3}{2}$ of $x = -3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die wortels van die regte faktore, maar met albei tekens omgeruil.
- **C** lees die faktore as $(x + 3)(3x - 2)$ — die 2 en 3 is in die breukwortel omgeruil.
- **D** het die konstante -9 deur 2 gedeel in plaas van te faktoriseer.

Onthou: Toets 'n kwadratiese vergelyking se wortels deur hulle op te tel: hulle moet $-\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$ gee.

Hier is $\frac{3}{2} + (-3) = -\frac{3}{2} \checkmark$

M5 — Antwoord: C

Stap 1 — Die faktorstelling: $(x - c)$ is 'n faktor presies wanneer $p(c) = 0$.

Stap 2 — Toets $x = 3$: $2(27) - 3(9) - 11(3) + 6 = 54 - 27 - 33 + 6 = 0 \checkmark$

Stap 3 — Dus is $(x - 3)$ 'n faktor.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $p(2) = 16 - 12 - 22 + 6 = -12 \neq 0$.
- **B** $p(-3) = -54 - 27 + 33 + 6 = -42 \neq 0$.
- **D** $p(-4) = -128 - 48 + 44 + 6 = -126 \neq 0$.

Onthou: Vir $(x - c)$ vervang jy $x = c$; vir $(x + c)$ vervang jy $x = -c$. Om daardie teken om te ruil is verreweg die algemeenste faktorstelling-fout.

M6 — Antwoord: D

Stap 1 — Faktoriseer: $(x + 4)(x - 3) \leq 0$.

Stap 2 — Die kritieke waardes is $x = -4$ en $x = 3$.

Stap 3 — 'n Parabool wat opwaarts oopmaak lê TUSSEN sy wortels onder die as, dus $-4 \leq x \leq 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die wortels is reg maar die ongelykheid is omgekeer — dit is waar die parabool positief is.
- **B** die tekens van albei wortels is omgeruil.
- **C** streng ongelykhede, maar $\leq$ sluit die wortels self in.

Onthou: Skets die parabool. ≤ 0 beteken *op of onder* die x -as, wat vir 'n opwaartse parabool die interval tussen die wortels is, eindpunte ingesluit.

M7 — Antwoord: B

Stap 1 — Haal die gemene faktor 3^n bo uit: $3^n(3^2 - 1) = 3^n \cdot 8$.

Stap 2 — Die breuk word $\frac{8 \cdot 3^n}{2 \cdot 3^n}$.

Stap 3 — 3^n kanselleer: $\frac{8}{2} = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het 3^n gekanselleer maar vergeet om die 8 deur die 2 te deel.
- **C** hanteer 3^{n+2} as $3^n + 3^2$ eerder as $3^n \times 3^2$.
- **D** het die eksponente afgetrek in plaas van te faktoriseer.

Onthou: 3^{n+2} beteken $3^n \times 9$, nooit $3^n + 9$ nie. Haal die kleinste mag uit en die veranderlike eksponent verdwyn.

M8 — Antwoord: C

Stap 1 — Kwadreer albei kante: $2x + 1 = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$.

Stap 2 — Herrangskik: $x^2 - 4x = 0$, dus $x(x - 4) = 0$ en $x = 0$ of $x = 4$.

Toets albei. $x = 0$: LK = $\sqrt{1} = 1$, RK = -1 . Dit misluk. $x = 4$: LK = $\sqrt{9} = 3$, RK = $3 \checkmark$

Stap 3 — Slegs $x = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die vreemde wortel — kwadrering het dit ingebring en die toets verwerp dit.
- **B** hou albei wortels; $x = 0$ voldoen nie aan die oorspronklike vergelyking nie.
- **D** rekenfout met die uitbreiding van $(x - 1)^2$.

Onthou: Om albei kante te kwadreer kan wortels skep wat die oorspronklike vergelyking nooit gehad het nie. Ná kwadrering is jy eers klaar wanneer jy elke wortel teruggestel het.

M9 — Antwoord: D

Stap 1 — $\log_5 125$ vra: 5 tot watter mag gee 125?

Stap 2 — $5^3 = 125$.

Stap 3 — Dus is die antwoord 3.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ge lees as $125 \div 5$ en weer gedeel — nie wat 'n logaritme doen nie.
- **B** $5^2 = 25$, nie 125 nie.
- **C** $5^4 = 625$, te groot.

Onthou: Lees elke logaritme as 'n vraag oor 'n mag: $\log_b a = c$ beteken $b^c = a$. Sê dit hardop so en die meeste log-vrae word blote rekenkunde.

M10 — Antwoord: C

Stap 1 — Combineer die logaritmes: $\log_2[(x+3)(x-1)] = 5$.

Stap 2 — Maak die log ongedaan: $(x+3)(x-1) = 2^5 = 32$.

Stap 3 — Brei uit: $x^2 + 2x - 35 = 0$, dus $(x+7)(x-5) = 0$ en $x = 5$ of $x = -7$.

Toets die definisieversameling. $x = -7$ maak $x - 1$ negatief, en jy kan nie die log van 'n negatiewe getal neem nie. Slegs $x = 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die verwerpte wortel — dit los die kwadratiese vergelyking op maar nie die oorspronklike een nie.
- **B** hou albei wortels sonder om die definisieversameling te toets.
- **D** het die logaritmes se argumente opgetel in plaas van vermenigvuldig.

Onthou: $\log A + \log B = \log(AB)$ — vermenigvuldig, nooit optel nie. En elke log-vergelyking het aan die einde 'n definisietoets nodig: elke argument moet streng positief wees.

M11 — Antwoord: A

Stap 1 — Die n de term van 'n rekenkundige ry is $T_n = a + (n-1)d$.

Stap 2 — Hier is $T_5 = a + 4d = 17$ en $d = 3$.

Stap 3 — Dus $a + 12 = 17$, wat $a = 5$ gee.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het $a + 5d$ gebruik — dit is T_6 , nie T_5 nie.
- **C** het die konstante verskil bygetel in plaas van afgetrek.
- **D** het $a = 17 + 12$ opgelos.

Onthou: T_5 gebruik $4d$, nie $5d$ nie: jy neem vier stappe om van die 1ste term by die 5de te kom. 'n Fout van een hier is die algemeenste fout met rekenkundige rye.

M12 — Antwoord: B

Stap 1 — In 'n meetkundige ry is opeenvolgende verhoudings gelyk: $\frac{x}{x+3} = \frac{x-2}{x}$.

Stap 2 — Kruisvermenigvuldig: $x^2 = (x + 3)(x - 2) = x^2 + x - 6$.

Stap 3 — Die x^2 kanselleer: $0 = x - 6$, dus $x = 6$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** hanteer die ry as rekenkundig — gelyke verskille eerder as gelyke verhoudings.
- **C** het kruisvermenigvuldig maar $(x + 3)(x - 2)$ as $x^2 - 6$ uitgebrei.
- **D** tekenfout op die konstante term.

Onthou: Meetkundig beteken gelyke VERHOUDINGS. Om $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$ te stel werk vir enige drie opeenvolgende terme en maak die vraag algebra.

M13 — Antwoord: D

Stap 1 — Maandeliks saamgestel beteken die koers word deur 12 gedeel en die aantal periodes met 12 vermenigvuldig.

Stap 2 — Maandelikse koers: $\frac{0.06}{12} = 0.005$, dus is die faktor 1.005.

Stap 3 — Periodes: $2 \times 12 = 24$.

Stap 4 — $A = 8000(1.005)^{24}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gebruik die jaarlikse koers met die maandelikse aantal periodes — 12 keer per jaar teen 6% *elke maand*.
- **B** het die koers gedeel maar vergeet om die periodes te vermenigvuldig.
- **C** ignoreer die maandelikse saamstelling heeltemal.

Onthou: Deel die koers en vermenigvuldig die periodes, altyd saam. Om die een sonder die ander te verander is die klassieke saamgestelde-rente-fout.

M14 — Antwoord: D

Stap 1 — Vir $3x^2 - 7x + k = 0$: $\alpha + \beta = \frac{7}{3}$ en $\alpha\beta = \frac{k}{3}$.

Stap 2 — $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{7/3}{k/3} = \frac{7}{k}$.

Stap 3 — Stel $\frac{7}{k} = \frac{7}{4}$, dus $k = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gebruik $\alpha\beta = k$ en vergeet om deur die leidende koëffisiënt 3 te deel.
- **B** lees k van die middelste koëffisiënt af.
- **C** keer die som-oor-produk-verband om.

Onthou: $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ is altyd $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ — som oor produk. Leer daardie een herrangskikking en hierdie hele familie vrae val in mekaar.

M15 — Antwoord: A

Stap 1 — $(x + 3)$ is 'n faktor, dus volgens die faktorstelling is $p(-3) = 0$.

Stap 2 — $p(-3) = (-27) + 2(9) - 5(-3) + a = -27 + 18 + 15 + a = 6 + a$.

Stap 3 — Dus $6 + a = 0$ en $a = -6$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het $x = 3$ in plaas van $x = -3$ vervang.
- **C** tekenfout by $-5(-3)$, hanteer as -15 .
- **D** het $a = 6$ opgelos sonder om dit oor te dra.

Onthou: $(x + 3)$ 'n faktor beteken vervang $x = -3$. Skryf die vervanging neer voordat jy uitreken — die teken is waar dit skeefloop.

M16 — Antwoord: B

Stap 1 — Haal die 2 uit die x -terme: $2(x^2 - 4x) + 3$.

Stap 2 — Voltooi die vierkant binne-in: $x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$.

Stap 3 — Dus $2[(x - 2)^2 - 4] + 3 = 2(x - 2)^2 - 8 + 3 = 2(x - 2)^2 - 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** vergeet om die -4 met die 2 buite te vermenigvuldig.
- **C** halveer -8 in plaas van -4 toe die vierkant voltooi is.
- **D** los die 2 binne die hakie.

Onthou: Die getal wat jy binne die hakie aftrek word met die koëffisiënt buite vermenigvuldig. Brei jou antwoord weer uit om te sien of jy by die oorspronklike uitkom.

M17 — Antwoord: C

Stap 1 — Skryf die terme neer: $k = 1, \dots, 5$ gee 2, 5, 8, 11, 14.

Stap 2 — Tel hulle op: $2 + 5 + 8 + 11 + 14 = 40$.

Stap 3 — (Of: $3 \sum k - \sum 1 = 3(15) - 5 = 40$.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $3k$ opgetel en vergeet om die vyf -1 'e af te trek.
- **B** trek 1 een keer af eerder as een keer per term.
- **D** gebruik $k = 0$ tot 5 en tel 'n ekstra term by.

Onthou: $\sum(3k - 1) = 3 \sum k - \sum 1$, en $\sum 1$ oor vyf terme is 5, nie 1 nie. Vir vyf terme is dit vinniger om hulle uit te skryf as om 'n formule te gebruik.

M18 — Antwoord: A

Stap 1 — Verminderende saldo beteken jy behou elke jaar $100\% - 15\% = 85\%$ van die waarde.

Stap 2 — Dit is 'n faktor van 0.85 per jaar, vier keer toegepas.

Stap 3 — $V = 120\,000(0.85)^4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** reguitlyn-waardevermindering — dieselfde randbedrag elke jaar, wat nie is wat verminderende saldo beteken nie.
- **C** gebruik 'n groeifaktor; die motor verloor waarde, wen dit nie.
- **D** pas een jaar se waardevermindering toe en vermenigvuldig dan met 4.

Onthou: Verminderende saldo is 'n MAG, reguitlyn is 'n VEELVOUD. Waardevermindering teen r gee 'n faktor van $(1 - r)$ tot die mag van die aantal jare.

M19 — Antwoord: B

Stap 1 — Dit is 'n verskil van kubusse: $(2x)^3 - 3^3$.

Stap 2 — Die identiteit is $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ met $a = 2x$, $b = 3$.

Stap 3 — $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gebruik die tekens van die SOM van kubusse.
- **C** die middelterm van die drieterm het die verkeerde teken — daardie patroon hoort by $a^3 + b^3$.
- **D** kwadreer die hakie in plaas van om die identiteit te gebruik.

Onthou: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$. Die hakie pas by die oorspronklike tekens; die drieterm se middelterm is altyd die TEENOORGESTELDE teken.

M20 — Antwoord: A

Stap 1 — Soek $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$.

Stap 2 — Pas by $5 + 2\sqrt{6}$: ons benodig $a + b = 5$ en $ab = 6$, dus $a = 3$, $b = 2$.

Stap 3 — Dus is $5 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ en die vierkantswortel is $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** kwadreer na $11 + 2\sqrt{30}$, nie $5 + 2\sqrt{6}$ nie.
- **C** kwadreer na $7 + 4\sqrt{3}$.
- **D** kwadreer na $7 + 2\sqrt{6}$ — regte wortelvorm, verkeerde konstante.

Onthou: Om $\sqrt{p + 2\sqrt{q}}$ uit te pak, soek twee getalle wat tot p optel en tot q vermenigvuldig. Kwadreer dan jou antwoord om te bevestig.

M21 — Antwoord: C

Stap 1 — Neem logaritmes van albei kante: $(x + 1) \log 2 = \log 5$.

Stap 2 — Dus $x + 1 = \frac{\log 5}{\log 2}$.

Stap 3 — Daarom is $x = \frac{\log 5}{\log 2} - 1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $2^x = 5$ opgelos — die $+1$ in die eksponent is vergeet.
- **B** het die $+1$ na die verkeerde kant geskuif. Uit $x + 1 = \frac{\log 5}{\log 2}$ moet die 1 **afgetrek** word, nie bygetel nie.
- **D** $\frac{\log 5}{\log 2}$ is 'n kwosiënt, nie 'n verskil nie; $\log 5 - \log 2 = \log 2.5$.

Onthou: $\frac{\log a}{\log b}$ en $\log a - \log b$ is heeltemal verskillend. Die basisveranderingsreël gebruik deling.

M22 — Antwoord: D

Stap 1 — $T_n = S_n - S_{n-1}$.

Stap 2 — $S_5 = 2(25) + 3(5) = 65$ en $S_4 = 2(16) + 3(4) = 44$.

Stap 3 — $T_5 = 65 - 44 = 21$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $n = 5$ in S_n vervang — dit is die SOM van vyf terme, nie die 5de term nie.
- **B** gebruik $S_5 - S_3$.
- **C** differensieer die formule in plaas van om die verskil te neem.

Onthou: 'n Term is die verskil van twee opeenvolgende somme: $T_n = S_n - S_{n-1}$. S_5 op sy eie is die totaal van die eerste vyf terme.

M23 — Antwoord: A

Stap 1 — Brei uit: $6 - 2x < 4x - 10$.

Stap 2 — Bring saam: $6 + 10 < 4x + 2x$, dus $16 < 6x$.

Stap 3 — Deel deur 6: $x > \frac{8}{3}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ongelykheid omgekeer — om deur 'n POSITIEWE 6 te deel draai dit nie om nie.
- **C** het $\frac{16}{6}$ nie vereenvoudig nie.
- **D** het $2(3 - x)$ as $6 - x$ uitgebrei.

Onthou: Slegs vermenigvuldiging of deling deur 'n NEGATIEWE getal draai 'n ongelykheid om. Hier deel jy deur +6, dus bly die teken soos dit is.

M24 — Antwoord: B

Stap 1 — 'n Meetkundige reeks konvergeer presies wanneer $|r| < 1$.

Stap 2 — Hier is $r = x$.

Stap 3 — Dus is die voorwaarde $-1 < x < 1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** laat $x \leq -1$ toe, waar die reeks divergeer.
- **C** die voorwaarde vir DIVERGENSIE.
- **D** sluit die geldige negatiewe verhoudings en $x = 0$ uit.

Onthou: $|r| < 1$ beteken $-1 < r < 1$ — negatiewe gemene verhoudings konvergeer ook, hulle alterneer net. Moenie stilweg aanvaar r is positief nie.

M25 — Antwoord: C

Stap 1 — Let op dat $4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$. Stel $y = 2^x$.

Stap 2 — Die vergelyking word $y^2 - 6y + 8 = 0$, dus $(y - 2)(y - 4) = 0$.

Stap 3 — $y = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$; $y = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = 2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het by die y -waardes gestop en hulle as x gerapporteer.
- **B** het net een wortel gevind.
- **D** hanteer 4^x as $4 \cdot x$.

Onthou: $4^x = (2^x)^2$ maak dit 'n kwadratiese vergelyking. Ná jy vir y opgelos het, moet jy nog steeds $2^x = y$ oplos — die y -waardes is nie die antwoord nie.

M26 — Antwoord: A

Stap 1 — $(x - 2)$ is 'n faktor, dus $p(2) = 0$.

Stap 2 — $p(2) = 8 + 4k - 2 - 2 = 4k + 4$.

Stap 3 — $4k + 4 = 0$ gee $k = -1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het $x = -2$ vervang.
- **C** het die konstante -2 laat val met die uitreken.
- **D** het $4k = 4$ opgelos.

Onthou: $(x - 2)$ 'n faktor beteken vervang $x = +2$. Reken elke term uit, die konstante ingesluit, voordat jy oplos.

M27 — Antwoord: D

Stap 1 — Verander na 'n gemeenskaplike basis: $\log_4 9 = \frac{\log 9}{\log 4}$ en $\log_3 8 = \frac{\log 8}{\log 3}$.

Stap 2 — Skryf in terme van $\log 2$ en $\log 3$: $\frac{2 \log 3}{2 \log 2} \cdot \frac{3 \log 2}{\log 3}$.

Stap 3 — Alles kanselleer behalwe 3.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** vermenigvuldig die 2 en 3 uit die magte sonder om te kanselleer.
- **B** kanselleer een faktor te veel.
- **C** hou die 2 in die noemer van die eerste breuk.

Onthou: Skryf eers 9 as 3^2 , 8 as 2^3 en 4 as 2^2 . Produkte van logaritmes soos hierdie val byna altyd tot 'n heelgetal inmekaar.

M28 — Antwoord: B

Stap 1 — Die eerste verskil is $T_2 - T_1 = 10 - 3 = 7$.

Stap 2 — Die tweede verskil is konstant op 6, dus is die volgende eerste verskil $7 + 6 = 13$.

Stap 3 — $T_3 = T_2 + 13 = 10 + 13 = 23$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het die tweede verskil direk by T_2 getel.
- **C** hou die eerste verskil op 7.
- **D** tel 6 twee keer by.

Onthou: In 'n kwadratiese ry is die TWEEDE verskil konstant. Bou die volgende eerste verskil daaruit en tel dit dan by die vorige term.

M29 — Antwoord: C

Stap 1 — Die waarde ná n jaar is $2000(1.1)^n$; ons benodig dit bo 3000.

Stap 2 — $1.1^n > 1.5$.

Stap 3 — $1.1^4 = 1.4641$ (steeds onder) en $1.1^5 = 1.6105$ (bo).

Stap 4 — Dit oorskry dus R3 000 die eerste keer ná 5 volle jare.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $1.1^4 = 1.4641$, wat R2 928 gee — steeds kort van R3 000.
- **B** skiet verby; dit het reeds by $n = 5$ 3000 oorskry.
- **D** nog verder verby die antwoord.

Onthou: Vir 'volle jare' toets heelgetalle rondom jou skatting. Rond OP: die teiken word eers oorskry wanneer die jaar voltooi is.

M30 — Antwoord: A

Stap 1 — Uit $x^2 - 4x + 1 = 0$: $\alpha + \beta = 4$ en $\alpha\beta = 1$.

Stap 2 — Gebruik $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$.

Stap 3 — $= 4^3 - 3(1)(4) = 64 - 12 = 52$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** gebruik $(\alpha + \beta)^3$ alleen en vergeet die korreksieterm.
- **C** trek $3\alpha\beta$ af sonder die faktor $(\alpha + \beta)$.
- **D** kuber die produk in plaas van die som.

Onthou: $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$. Die moeite werd om te memoriseer — dit maak 'n moeilik lykende vraag twee vervangings.

Hoofstuk 2 — Getalbegrip

Getalbegrip is die mees onderskatte hoofstuk in hierdie boek. In die 2023 NBT was die mediaanpunt vir hierdie afdeling net 28 % — laer as enige ander gebied. Die rede is nie dat die inhoud moeilik is nie, maar dat studente dit onderskat en stelselmatige oefening oorslaan. Elke vraag hier is sonder 'n sakrekenaar oplosbaar as jy die patrone ken. Werk ten minste een keer deur elke verduideliking, selfs wanneer jy die vraag reg gehad het.

Onderwerpe gedek: klassifikasie van reële getalle · ordening en vergelyking · BODMAS met breuke · persentasies en verhoudings · onewe/ewe pariteit · laaste syfer van groot magte · tel en permutasies · gemiddeld en geweepte gemiddeld · saamgestelde waarskynlikheid · grense en afknotting

Afdeling 1 — Klassifikasie van Reële Getalle

Die getalstelsel is 'n stel geneste houers: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. In die Suid-Afrikaanse KABV-notasie is die Natuurlike getalle $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ — hulle begin by 1, nie by 0 nie. Heelgetalle $\mathbb{Z}$ voeg nul en al die negatiewe getalle by. Rasionale getalle $\mathbb{Q}$ is enige getal wat as $\frac{p}{q}$ geskryf kan word met $p, q \in \mathbb{Z}$, $q \neq 0$. Irrasionale getalle kan nie so geskryf word nie — $\sqrt{2}$, π , e is die klassieke voorbeelde. Reële getalle $\mathbb{R}$ bevat alles.

Q1 — Basies

Onderwerp: Identifisering van irrasionale getalle

Watter een van die volgende is 'n **irrasionale** getal?

- A) $\sqrt{9}$
 - B) $\frac{22}{7}$
 - C) $0.\bar{3}$
 - D) $\sqrt{5}$
-

Q2 — Basies

Onderwerp: Klassifikasie van 'n negatiewe heelgetal

Watter een van die volgende klassifiseer -7 korrek?

- A) -7 is 'n natuurlike getal
 - B) -7 is 'n heelgetal en 'n rasionale getal
 - C) -7 is 'n heelgetal maar nie 'n rasionale getal nie
 - D) -7 is 'n telgetal maar nie 'n heelgetal nie
-

Q3 — Basies

Onderwerp: Klassifikasie van nul

Watter een van die volgende versamelings bevat 0 ?

- A) Heelgetalle ($\mathbb{Z}$)
 - B) Natuurlike getalle ($\mathbb{N}$)
 - C) Irrasionale getalle
 - D) Nie heelgetalle nie en ook nie rasionale getalle nie
-

Q4 — Intermediêr

Onderwerp: Vermomde rasionale getalle

Watter een van die volgende is 'n **rasionale** getal?

- A) π
 - B) $\sqrt{2}$
 - C) e
 - D) $\sqrt[3]{8}$
-

Q5 — Gevorderd

Onderwerp: Som van wortelvorme — rasionaal of irrasionaal?

Vereenvoudig $\sqrt{3} + \sqrt{12}$ en klassifiseer die resultaat.

- A) Rasionaal
 - B) Heelgetal
 - C) Natuurlik
 - D) Irrasionaal
-

Afdeling 2 — Ordening en Vergelyking van Getalle

Wanneer jy getalle in verskillende vorme vergelyk (breuke, desimale, wortelvorme), skakel alles na dieselfde vorm om — gewoonlik desimale — of kwadreer om positiewe wortelvorme sonder 'n sakrekenaar te vergelyk.

Q6 — Basies

Onderwerp: Ordening van breuke en desimale

Watter een van die volgende orden $\frac{2}{3}$, 0.6 en $\frac{5}{8}$ korrek van **kleinste na grootste**?

- A) $0.6 < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$
 - B) $\frac{2}{3} < 0.6 < \frac{5}{8}$
 - C) $\frac{5}{8} < \frac{2}{3} < 0.6$
 - D) $0.6 < \frac{2}{3} < \frac{5}{8}$
-

Q7 — Basies**Onderwerp:** Vergelyking van uitdrukkinge met wortelvormeWatter een is groter: $\sqrt{5}$ of $\sqrt{3} + 0.5$?

- A) $\sqrt{5} > \sqrt{3} + 0.5$
B) $\sqrt{5} < \sqrt{3} + 0.5$
C) $\sqrt{5} = \sqrt{3} + 0.5$
D) Dit is onmoontlik om sonder 'n sakrekenaar te bepaal.
-

Q8 — Basies**Onderwerp:** Stygende volgorde — 'n wortelvorm tussen desimalePlaas in stygende volgorde: $\sqrt{2}$, $\frac{3}{2}$, 1.4

- A) $1.4 < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$
B) $\sqrt{2} < 1.4 < \frac{3}{2}$
C) $1.4 < \frac{3}{2} < \sqrt{2}$
D) $\frac{3}{2} < \sqrt{2} < 1.4$
-

Q9 — Intermediêr**Onderwerp:** Identifisering van 'n waarde tussen twee wortelvormeWatter een van die volgende lê **streng tussen** $\sqrt{7}$ en $\sqrt{11}$?

- A) $\frac{5}{2}$
B) $\frac{10}{3}$
C) $3\sqrt{2}$
D) 3
-

Q10 — Intermediêr**Onderwerp:** Vergelyking van groot magte

Sonder 'n sakrekenaar, watter stelling is korrek?

A) $2^{30} > 3^{20}$

B) $2^{30} = 3^{20}$

C) Dit kan nie sonder 'n sakrekenaar bepaal word nie.

D) $2^{30} < 3^{20}$

Q11 — Gevorderd**Onderwerp:** Ordening van drie uitdrukkings met wortelvormeWatter een orden korrek van **kleinste na grootste**: $\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $\sqrt{\frac{3}{2}}$?

A) $\frac{\sqrt{3}+1}{2} < \frac{\sqrt{5}}{2} < \sqrt{\frac{3}{2}}$

B) $\frac{\sqrt{5}}{2} < \frac{\sqrt{3}+1}{2} < \sqrt{\frac{3}{2}}$

C) $\frac{\sqrt{5}}{2} < \sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

D) $\sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{\sqrt{5}}{2} < \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

Afdeling 3 — Rekenkunde: BODMAS en BreukeBODMAS: **B**rackets — hakies, **O**rders — magte en wortels, **D**ivision — deling, **M**ultiplication — vermenigvuldiging (van links na regs), **A**ddition — optel, **S**ubtraction — aftrek (van links na regs).

Deling en vermenigvuldiging het gelyke voorrang — werk van links na regs. Dieselfde geld vir optel en aftrek.

Q12 — Basies**Onderwerp:** BODMAS met heelgetalleEvalueer $3 + 2 \times 4 - 1$.

- A) 19
 - B) 10
 - C) 18
 - D) 12
-

Q13 — Basies**Onderwerp:** BODMAS met breukeEvalueer $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.

- A) $\frac{3}{4}$
 - B) $\frac{5}{6}$
 - C) $\frac{7}{8}$
 - D) 1
-

Q14 — Basies**Onderwerp:** BODMAS — deling van breukeEvalueer $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$.

- A) $\frac{5}{12}$
 - B) $\frac{7}{12}$
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) $\frac{1}{4}$
-

Q15 — Intermediêr**Onderwerp:** Gemengde breukuitdrukking met magteEvalueer $\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} + \frac{3}{9}$.

- A) $\frac{10}{9}$
 B) $\frac{8}{9}$
 C) $\frac{4}{3}$
 D) $\frac{7}{12}$
-

Q16 — Intermediêr**Onderwerp:** Saamgestelde breuk (breuk gedeel deur breuk)Vereenvoudig $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}$.

- A) $\frac{5}{4}$
 B) 1
 C) $\frac{3}{2}$
 D) 2
-

Q17 — Gevorderd**Onderwerp:** Teleskoperende reeks van breukeEvalueer $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10}$.

- A) $\frac{9}{10}$
 B) $\frac{1}{10}$
 C) $\frac{10}{11}$
 D) $\frac{8}{9}$
-

Afdeling 4 — Persentasies, Verhoudings en Eweredighede

Persentasievrae op die NBT behels byna altyd een van drie dinge: om 'n persentasie van 'n hoeveelheid te vind, om 'n persentasie om te keer (om die oorspronklike te vind), of om verhoudings te kombineer. Bemeester die vergelyking $\text{deel} = \% \times \text{geheel}$.

Q18 — Basies

Onderwerp: Persentasievermeerdering

'n Prys van R240 word met 15% vermeerder. Wat is die nuwe prys?

- A) R276
 - B) R255
 - C) R288
 - D) R264
-

Q19 — Basies

Onderwerp: Om die geheel uit 'n persentasie te vind

As 30% van 'n getal 45 is, wat is die getal?

- A) 13.5
 - B) 135
 - C) 150
 - D) 15
-

Q20 — Basies

Onderwerp: Verdeling in 'n verhouding

Die verhouding van seuns tot dogters in 'n klas is 3 : 5. Daar is altesaam 40 leerders. Hoeveel is seuns?

- A) 15
- B) 10
- C) 20
- D) 25

Q21 — Intermediêr**Onderwerp:** Omgekeerde persentasie

'n Hemp kos R360 **ná** 'n afslag van 20%. Wat was die oorspronklike prys?

- A) R432
 - B) R450
 - C) R480
 - D) R288
-

Q22 — Intermediêr**Onderwerp:** Verhoudings en totale

Drie getalle is in die verhouding 2 : 3 : 5. Hulle som is 200. Wat is die **grootste** getal?

- A) 60
 - B) 100
 - C) 80
 - D) 40
-

Q23 — Gevorderd**Onderwerp:** Saamgestelde verhouding (verhoudingsketting)

As $x : y = 3 : 4$ en $y : z = 2 : 5$, wat is $x : z$?

- A) 3 : 5
 - B) 6 : 5
 - C) 15 : 8
 - D) 3 : 10
-

Q24 — Gevorderd**Onderwerp:** Mengsel- (verdunnings-) probleem

'n Oplossing is 40% suur. Hoeveel liter suiwer water moet by 50 liter van hierdie oplossing gevoeg word om die suurkonsentrasie tot 25% te verlaag?

- A) 20 liter
 - B) 25 liter
 - C) 40 liter
 - D) 30 liter
-

Afdeling 5 — Pariteit: Onewe en Ewe Uitdrukkings

'n Getal is **ewe** as dit deur 2 deelbaar is, en **onewe** as dit nie is nie. Sleutelreëls: - ewe $\pm$ ewe = ewe; onewe $\pm$ onewe = ewe; ewe $\pm$ onewe = onewe - ewe $\times$ enigiets = ewe; onewe $\times$ onewe = onewe

Q25 — Basies**Onderwerp:** Ewe + 1

As n 'n **ewe** heelgetal is, watter een van die volgende is **altyd onewe**?

- A) $n + 2$
 - B) $n + 1$
 - C) $2n$
 - D) n^2
-

Q26 — Basies**Onderwerp:** Vermenigvuldiging met gemengde pariteit

As p **onewe** is en q **ewe** is, watter een van die volgende is **altyd ewe**?

- A) $p + q$
- B) $p - q$
- C) $p \cdot q$
- D) $p^2 + q$

Q27 — Intermediêr**Onderwerp:** Twee onewe getalleAs m en n albei **onewe** is, watter uitdrukking is **altyd onewe**?

A) $m^2 + n$

B) $m + n$

C) $m \cdot n$

D) $m - n$

Q28 — Intermediêr**Onderwerp:** Opeenvolgende heelgetalleLaat p, q, r drie opeenvolgende heelgetalle wees. Watter een van die volgende is **altyd ewe**?

A) $p + q + r$

B) $p \cdot q \cdot r$

C) $p^2 + q^2 + r^2$

D) $p + q$

Q29 — Gevorderd**Onderwerp:** Pariteit van 'n som en 'n verskilVir heelgetalle a en b , as $a + b$ onewe is **en** $a - b$ onewe is, wat moet waar wees?A) Beide a en b is eweB) Beide a en b is oneweC) a en b het verskillende pariteite (een onewe, een ewe)

D) $a^2 + b^2$ is ewe

Afdeling 6 — Laaste Syfer van Groot Magte

Die eenhedesyfer van n^k volg 'n herhalende siklus. Om die eenhedesyfer van n^k te vind: 1. Vind die siklus van eenhedesyfers vir magte van n (siklusse van lengte 1, 2 of 4). 2. Vind k mod sikluslengte. 3. Die res gee die posisie in die siklus (res 0 beteken die laaste posisie).

Waarom die ander verkeerd is: A en B gee albei 'n EWE som — ewe + ewe en onewe + onewe. **D** misluk juis vir die paar wat wél werk: 'n onewe kwadraat plus 'n ewe kwadraat is onewe.

Q30 — Basies

Onderwerp: Laaste syfer — magte van 7

Wat is die eenhedesyfer van 7^{20} ?

- A) 1
 - B) 3
 - C) 7
 - D) 9
-

Q31 — Basies

Onderwerp: Laaste syfer — magte van 3

Wat is die eenhedesyfer van 3^{100} ?

- A) 3
 - B) 1
 - C) 7
 - D) 9
-

Q32 — Intermediêr**Onderwerp:** Eenhedesyfer van 'n som van twee magteWat is die eenhedesyfer van $2^{103} + 3^{103}$?

- A) 5
 - B) 1
 - C) 3
 - D) 7
-

Q33 — Gevorderd**Onderwerp:** Toring van magte (mag van 'n mag)Wat is die eenhedesyfer van 7^{7^7} ?

- A) 1
 - B) 3
 - C) 7
 - D) 9
-

Afdeling 7 — Tel en Permutasies

Fundamentele reël: As gebeurtenis A op m maniere kan gebeur en gebeurtenis B op n maniere, dan kan A gevolg deur B op $m \times n$ maniere gebeur.

Permutasie (volgorde maak saak, geen herhaling nie): $n \times (n - 1) \times \dots$ vir soveel plekke as wat nodig is.

Kombinasie (volgorde maak nie saak nie): $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$.

Q34 — Basies**Onderwerp:** Faktoriaal — rangskikking van voorwerpe

Op hoeveel maniere kan 4 verskillende boeke in 'n ry op 'n rak gerangskik word?

- A) 4
 - B) 16
 - C) 24
 - D) 256
-

Q35 — Basies**Onderwerp:** Permutasies uit 'n groter versameling

Hoeveel 3-syfergetalle kan uit die syfers $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gevorm word as geen syfer herhaal mag word nie?

- A) 60
 - B) 15
 - C) 125
 - D) 120
-

Q36 — Intermediêr**Onderwerp:** Geordende keuse (president en visepresident)

Uit 'n groep van 5 studente, op hoeveel maniere kan 'n president en 'n visepresident gekies word?

- A) 10
 - B) 20
 - C) 25
 - D) 15
-

Q37 — Intermediêr**Onderwerp:** Permutasies met herhaalde letters

Op hoeveel verskillende maniere kan die letters van die woord **LEVEL** gerangskik word?

- A) 120
 - B) 30
 - C) 60
 - D) 20
-

Q38 — Gevorderd**Onderwerp:** Kombinasies met 'n beperking

'n Sak bevat 4 rooi, 3 blou en 2 groen albasters. Op hoeveel maniere kan 3 albasters gekies word as **presies 2** rooi moet wees?

- A) 20
 - B) 24
 - C) 36
 - D) 30
-

Q39 — Gevorderd**Onderwerp:** Ewe getalle uit 'n versameling (geen herhaling nie)

Hoeveel 4-syfer ewe getalle kan uit die syfers $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ gevorm word sonder herhaling?

- A) 48
 - B) 60
 - C) 72
 - D) 96
-

Afdeling 8 — Gemiddeld, Mediaan en Geweegde Gemiddeld

Gemiddeld = som van alle waardes $\div$ aantal waardes. **Mediaan** = middelste waarde wanneer die data gesorteer is (vir 'n ewe aantal, neem die gemiddeld van die twee middelste waardes). **Geweegde**

$$\text{gemiddeld} = \frac{\sum(\text{gewig} \times \text{waarde})}{\sum \text{gewigte}}.$$

Q40 — Basies

Onderwerp: Rekenkundige gemiddeld

Die punte van 5 studente is 60, 72, 68, 75, 80. Wat is die gemiddeld?

- A) 71
 - B) 70
 - C) 72
 - D) 75
-

Q41 — Basies

Onderwerp: Mediaan van 'n onewe datastel

Vind die mediaan van die datastel: 3, 7, 1, 9, 4, 6, 8

- A) 4
 - B) 5
 - C) 6
 - D) 7
-

Q42 — Basies

Onderwerp: Om 'n ontbrekende waarde te vind wanneer die gemiddeld gegee is

Die gemiddeld van vier getalle is 15. Drie van die getalle is 12, 18 en 14. Wat is die vierde getal?

- A) 14
- B) 15
- C) 17
- D) 16

Q43 — Intermediêr**Onderwerp:** Vereiste punt vir 'n teikengemiddeld

'n Student het 70, 82 en 65 in drie toetse behaal. Watter punt is in die vierde toets nodig om 'n gemiddeld van 75 te bereik?

- A) 78
 - B) 83
 - C) 80
 - D) 85
-

Q44 — Intermediêr**Onderwerp:** Geweegde (gekombineerde) gemiddeld

In 'n klas van 30 leerders het die seuns 'n gemiddelde punt van 72 en die dogters 'n gemiddelde punt van 80. Daar is 18 seuns. Wat is die klasgemiddeld?

- A) 74.4
 - B) 75.2
 - C) 76.0
 - D) 77.0
-

Q45 — Gevorderd**Onderwerp:** Stingel-en-blaar — gemiddeld teenoor mediaan

'n Stingel-en-blaar-diagram wys:

Stingel	Blaar
0	6 8
1	0 4
2	2

Wat is die verskil tussen die **gemiddeld** en die **mediaan**?

- A) 0
 B) 4
 C) 6
 D) 2

Afdeling 9 — Saamgestelde Waarskynlikheid**Onafhanklike gebeurtenisse:** $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.**Vereniging:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.**Voorwaardelike waarskynlikheid:** $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.**Sonder terugplasing:** die tweede trekking hang van die eerste af — pas die noemer aan.

Q46 — Basies**Onderwerp:** Onafhanklike gebeurtenisse — twee gooie

'n Regverdige muntstuk word twee keer gegooi. Wat is die waarskynlikheid om **twee koppe** te kry?

- A) $\frac{1}{4}$
 - B) $\frac{1}{2}$
 - C) $\frac{1}{3}$
 - D) $\frac{3}{4}$
-

Q47 — Basies**Onderwerp:** Onafhanklike gebeurtenisse met terugplasing

'n Sak bevat 3 rooi en 2 blou albasters. Een albaster word getrek en **teruggeplaas**. Wat is die waarskynlikheid om 'n rooi albaster gevolg deur 'n blou albaster te trek?

- A) $\frac{1}{5}$
 - B) $\frac{6}{25}$
 - C) $\frac{3}{10}$
 - D) $\frac{2}{5}$
-

Q48 — Intermediêr**Onderwerp:** Som van twee dobbelstene

'n Regverdige dobbelsteen word twee keer gegooi. Wat is die waarskynlikheid dat die som presies 7 is?

- A) $\frac{5}{36}$
 - B) $\frac{7}{36}$
 - C) $\frac{1}{6}$
 - D) $\frac{1}{12}$
-

Q49 — Intermediêr**Onderwerp:** Vereniging van twee onafhanklike gebeurtenisseTwee gebeurtenisse A en B is onafhanklik met $P(A) = 0.4$ en $P(B) = 0.3$. Vind $P(A \cup B)$.

- A) 0.12
 - B) 0.70
 - C) 0.58
 - D) 0.28
-

Q50 — Gevorderd**Onderwerp:** Insluiting-uitsluiting — nie een van die twee gebeurtenisse nieIn 'n klas speel 60% van die leerders sport, 40% speel musiek, en 25% speel albei. 'n Leerder word lukraak gekies. Wat is die waarskynlikheid dat die leerder **nóg** sport **nóg** musiek speel?

- A) 0.15
 - B) 0.20
 - C) 0.25
 - D) 0.35
-

Afdeling 10 — Grense en Skatting

Wanneer 'n meting tot 'n gegewe plek **afgerond** word, lê die ware waarde in 'n simmetriese interval rondom die afgeronde waarde. Wanneer 'n meting **afgeknot** word (syfers word eenvoudig weggegooi), lê die ware waarde in 'n eensydige interval.

Afgerond tot die naaste eenheid u : $\text{aangegee} - \frac{u}{2} \leq x < \text{aangegee} + \frac{u}{2}$ **Afgeknot:** $\text{aangegee} \leq x < \text{aangegee} + u$

Q51 — Basies

Onderwerp: Grense uit afronding tot die naaste 10

'n Getal x word tot die naaste 10 afgerond en die resultaat is 80. Wat is die grense van x ?

- A) $75 \leq x < 85$
 - B) $70 < x < 90$
 - C) $75 < x \leq 85$
 - D) $80 \leq x < 90$
-

Q52 — Basies

Onderwerp: Bogrens uit afronding tot 1 desimale plek

'n Meting word as 7.4 cm gegee, afgerond tot 1 desimale plek. Wat is die **bogrens** van die ware meting?

- A) 7.40 cm
 - B) 7.44 cm
 - C) 7.45 cm
 - D) 7.49 cm
-

Q53 — Intermediêr

Onderwerp: Minimum oppervlakte uit afgeronde afmetings

Die lengte en breedte van 'n reghoek word as $l = 12$ cm en $w = 8$ cm gemeet, elkeen afgerond tot die naaste sentimeter. Wat is die **minimum moontlike oppervlakte**?

- A) 84 cm^2
 - B) 90 cm^2
 - C) 86.25 cm^2
 - D) 96 cm^2
-

Q54 — Intermediêr**Onderwerp:** Maksimum waarde van 'n verskil $a = 5.0 \pm 0.1$ en $b = 3.0 \pm 0.1$. Wat is die **maksimum moontlike waarde** van $a - b$?

A) 2.0

B) 2.1

C) 2.2

D) 2.3

Q55 — Gevorderd**Onderwerp:** Afknottingsgrense'n Positiewe getal x word tot 2 desimale plekke **afgeknot** (nie afgerond nie), wat die resultaat 3.47 gee. Watter een van die volgende beskryf x korrek?A) $3.465 \leq x < 3.475$ B) $3.47 \leq x < 3.48$ C) $3.47 \leq x \leq 3.48$ D) $3.465 < x < 3.475$ **Afdeling 11 — Wetenskaplike Notasie, Koerse en Spoed****Wetenskaplike notasie** skryf 'n getal as $a \times 10^n$ waar $1 \leq a < 10$ en n 'n heelgetal is. Die eksponent tel hoeveel plekke die desimale punt beweeg: **positief** vir groot getalle, **negatief** vir klein getalle.

$$4\,500\,000 = 4.5 \times 10^6 \quad 0.00045 = 4.5 \times 10^{-4}$$

Om te vermenigvuldig of te deel, hanteer die koëffisiënte en die magte van tien **afsonderlik**, met behulp van die eksponentwette:

$$(a \times 10^m)(b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n} \quad \frac{a \times 10^m}{b \times 10^n} = \frac{a}{b} \times 10^{m-n}$$

As die koëffisiënt buite die interval $1 \leq a < 10$ beland, normaliseer dit weer: $37 \times 10^4 = 3.7 \times 10^5$.**Spoed, afstand en tyd** is een verwantskap wat op drie maniere gelees word:

$$\text{afstand} = \text{spoed} \times \text{tyd} \quad \text{spoed} = \frac{\text{afstand}}{\text{tyd}} \quad \text{tyd} = \frac{\text{afstand}}{\text{spoed}}$$

Twee reëls voorkom byna elke fout hier. Eerstens, **eenhede moet ooreenstem** — 30 minute is 0.5 uur, nie 30 nie, wanneer die spoed in km/h gegee is. Tweedens, **gemiddelde spoed is altyd totale afstand oor totale tyd**, nooit die gemiddeld van die spoede nie.

Q56 — Basies

Onderwerp: Om 'n klein getal in wetenskaplike notasie te skryf

Druk 0.00045 in wetenskaplike notasie uit.

A) 4.5×10^{-4}

B) 4.5×10^4

C) 45×10^{-5}

D) 4.5×10^{-3}

Q57 — Intermediêr

Onderwerp: Vermenigvuldiging in wetenskaplike notasie

Bereken $(3 \times 10^5)(2 \times 10^{-8})$, en gee die antwoord in wetenskaplike notasie.

A) 6×10^{-40}

B) 6×10^{13}

C) 6×10^{-3}

D) 5×10^{-3}

Q58 — Basies

Onderwerp: Afstand uit spoed en tyd

'n Motor ry teen 'n konstante 60 km/h vir 2 uur 30 minute. Hoe ver ry dit?

A) 120 km

B) 150 km

C) 180 km

D) 1500 km

Q59 — Gevorderd**Onderwerp:** Gemiddelde spoed oor 'n heen-en-weer-rit

'n Fietsryer ry 120 km van dorp A na dorp B teen 60 km/h, en keer dan langs dieselfde pad terug teen 40 km/h. Wat is die gemiddelde spoed vir die hele rit?

- A) 50 km/h
 - B) 48 km/h
 - C) 52 km/h
 - D) 45 km/h
-

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtypes wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Die NBT MAT hergebruik jaar ná jaar vraagtypes uit 'n stabiele bank. Die vraag hieronder is direk gemodelleer op 'n tipe wat herhaaldelik in onlangse vraestelle bevestig is en nog nie in hierdie hoofstuk verteenwoordig is nie. Die antwoord is onafhanklik masjiengeverifieer.

Q60 — Gevorderd**Onderwerp:** Alternierende som van opeenvolgende kwadrate (teleskopering met verskil van kwadrate)

Evalueer:

$$40^2 - 39^2 + 38^2 - 37^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$$

- A) 780
- B) 820
- C) 800
- D) 1640

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 1 — Klassifikasie van Reële Getalle

Q1 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Irrasionaal beteken: kan nie as 'n breuk $\frac{p}{q}$ geskryf word nie. Toets elkeen.

- **A** $\sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1}$ — rasionaal.
- **B** $\frac{22}{7}$ is reeds 'n breuk — rasionaal. (Dit is *naby* π , maar dit is nie π nie.)
- **C** $0.\overline{3} = \frac{1}{3}$ — 'n repeterende desimaal is altyd rasionaal.
- **D** $\sqrt{5} - 5$ is nie 'n volkome vierkant nie, en $\sqrt{5}$ kan nie as enige breuk geskryf word nie.

Irrasionaal ✓

Onthou: $\sqrt{n}$ is slegs rasionaal wanneer n 'n volkome vierkant is. En $\frac{22}{7}$ is 'n *benadering* van π , nie π self nie — hoe dan ook, dit is rasionaal.

Q2 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

-7 is 'n heelgetal, en $-7 = \frac{-7}{1}$ maak dit ook rasionaal. Albei dele van **B** is waar.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** — natuurlike getalle is $\{1, 2, 3, \dots\}$, almal positief. -7 is nie een nie.
- **C** — kry "heelgetal" reg maar sê "nie rasionaal nie". Elke heelgetal is rasionaal: skryf dit oor 1.
- **D** — telgetalle is $\{0, 1, 2, \dots\}$, dus is -7 nie 'n telgetal nie; en dit is 'n heelgetal. Twee keer verkeerd.

Onthou: Elke heelgetal is outomaties rasionaal. Die geneste struktuur $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ beteken dat enigiets in 'n kleiner versameling ook in elke groter een is.

Q3 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

In KABV is $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ — **nul is nie 'n natuurlike getal nie.**

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ lys nul uitdruklik ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** — $0 \notin \mathbb{N}$ onder KABV.
- **C** — $0 = \frac{0}{1}$, dus is nul rasionaal, nie irrasionaal nie.
- **D** — nul is beide 'n heelgetal en rasionaal.

Onthou: Nul is binne $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Q}$, maar buite $\mathbb{N}$. Sommige lande tel 0 as natuurlik; die NBT volg KABV, wat dit nie doen nie.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Vereenvoudig elkeen voordat jy dit beoordeel.

- **A** $\pi = 3.14159\dots$ — dit herhaal nooit nie en eindig nooit nie. Irrasionaal.
- **B** $\sqrt{2} = 1.41421\dots$ — 2 is nie 'n volkome vierkant nie. Irrasionaal.
- **C** $e = 2.71828\dots$ — irrasionaal.
- **D** $\sqrt[3]{8} = 2$, aangesien $2^3 = 8$. Net die heelgetal 2 — **rasionaal** ✓

Onthou: 'n Wortel *lyk* net irrasionaal. $\sqrt[3]{8}$ is eintlik 2. Vereenvoudig altyd eers — enige wortel van 'n volkome mag is rasionaal.

Q5 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Stap 1 — Vereenvoudig. $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

Stap 2 — Tel op. $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

Stap 3 — Klassifiseer. $\sqrt{3}$ is irrasionaal, en 'n nie-nul rasionale getal maal 'n irrasionale getal is steeds irrasionaal. Dus is $3\sqrt{3}$ **irrasionaal**.

Waarom die ander verkeerd is: **A**, **B** en **C** is geneste kategorieë (elke natuurlike getal is 'n heelgetal, elke heelgetal is rasionaal), dus staan of val hulle almal op een vraag — kan $3\sqrt{3}$ as 'n breuk geskryf word? Dit kan nie, dus misluk al drie saam. Hulle is verleidelik wanneer die netjiese koëffisiënte die antwoord laat *voel* asof dit tot 'n heelgetal moet opruim.

Onthou: Vereenvoudig voordat jy klassifiseer. Twee irrasionale getalle *kan* tot 'n rasionale getal optel — maar net as hulle mekaar uitkanselleer, soos $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$. Hier versterk hulle mekaar eerder.

Afdeling 2 — Ordening en Vergelyking van Getalle

Q6 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Skakel alles na desimale om, en orden dan.

$$0.6 = 0.600 \quad \frac{5}{8} = 0.625 \quad \frac{2}{3} = 0.\overline{66} \approx 0.667$$

$$0.600 < 0.625 < 0.667 \quad \Rightarrow \quad 0.6 < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

Waarom die ander verkeerd is: elke verkeerde volgorde beliggaam 'n bepaalde gewoonte om breuke op hulle *voorkoms* te beoordeel —

- **D** verwissel die twee breuke: die "8 is groter as 3, dus klop $\frac{5}{8}$ vir $\frac{2}{3}$ "-lokval. Groter noemer = kleiner stukke.
- **B** plaas $\frac{2}{3}$ eerste — die fout om 'n breuk as sy syfers te lees ("twee punt drie-agtig") in plaas daarvan om te deel.
- **C** parkeer die gewone desimaal 0.6 heel bo, asof 'n skoon desimaal "morsige" breuke moet uitstof. Net omskakeling besleg die rangorde.

Onthou: Skakel alles na desimale om (tot drie plekke indien nodig) en orden *dan*. Elke verkeerde opsie hier kom daarvan dat rangorde op voorkoms in plaas van op waarde bepaal word.

Q7 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Kwadreer albei (albei is positief, dus hou kwadrering die ongelykheid die regte kant toe).

$$(\sqrt{5})^2 = 5 \quad (\sqrt{3} + 0.5)^2 = 3 + \sqrt{3} + 0.25 = 3.25 + \sqrt{3}$$

Stap 2 — Vergelyk 5 met $3.25 + \sqrt{3}$. Dit beteken om $\sqrt{3}$ met 1.75 te vergelyk. Kwadreer weer: 3 teenoor 3.0625.

Aangesien $3 < 3.0625$, kry ons $\sqrt{3} < 1.75$, dus $3.25 + \sqrt{3} < 5$, en daarom is $\sqrt{5}$ **groter**.

Waarom die ander verkeerd is: die gaping hier is vlymdun — 2.232 teenoor 2.236 —

- **B** is wat skatting gee: rond $\sqrt{3}$ op na 1.75 en die ongelykheid slaan om. 'n Gaping van 0.004 is veel kleiner as die afrondingsfout.
- **C** ("gelyk") is dieselfde storie tot 2 desimale plekke.
- **D** ("onmoontlik sonder 'n sakrekenaar") — die kwadreringsargument hierbo **is** die sakrekenaarvrye bewys.

Onthou: Kwadreer albei kante om wortelvorme te verwyder (geldig wanneer albei positief is).

Wanneer waardes so na aan mekaar is, kan benadering nie vertrou word nie, maar presiese vergelyking wel.

Q8 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Skakel na desimale om.

$$1.4 = 1.400$$

$$\frac{3}{2} = 1.500$$

$$\sqrt{2} \approx 1.4142 \dots$$

Stap 2 — Vergelyk.

$$1.400 < 1.414 \dots < 1.500 \implies 1.4 < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** plaas $\sqrt{2}$ onder 1.4 — die verkeerd onthoude maatstaf ($\sqrt{2}$ "omtrent 1.2"). In werklikheid $1.4^2 = 1.96 < 2$, dus $\sqrt{2} > 1.4$, gewaarborg.
- **C** plaas $\sqrt{2}$ bo $\frac{3}{2}$ — gewoonlik word $\sqrt{2}$ met $\sqrt{3} \approx 1.732$ verwar. Kontroleer: $1.5^2 = 2.25 > 2$, dus $\sqrt{2} < 1.5$.
- **D** is intern onmoontlik: dit plaas $\frac{3}{2} = 1.5$ onder 1.4. Een oogopslag na die twee rasionale waardes maak dit dood voordat $\sqrt{2}$ eers ter sprake kom.

Onthou: $\sqrt{2} \approx 1.414$ is 'n maatstaf wat die moeite werd is om te memoriseer — en wanneer die geheue wankel, pen kwadrering van die grense ($1.4^2 = 1.96$, $1.5^2 = 2.25$) $\sqrt{2}$ met sekerheid tussen hulle vas.

Q9 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Begrens $\sqrt{7}$ en $\sqrt{11}$ met volkome vierkante.

$$7 > (2.6)^2 = 6.76, \text{ dus } \sqrt{7} > 2.6.$$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ aangesien } 9 < 11 < 16.$$

Stap 2 — Toets opsie D: 3.

$$\text{Is } \sqrt{7} < 3 < \sqrt{11}? \text{ Kwadrering: } 7 < 9 < 11. \text{ Ja — } \sqrt{7} < \sqrt{9} = 3 < \sqrt{11}. \checkmark$$

Stap 3 — Kontroleer dat die ander buite die interval lê.

$$\text{A) } \frac{5}{2} = 2.5 < 2.6 < \sqrt{7} \text{ — te klein.}$$

$$\text{B) } \frac{10}{3} \approx 3.33 \text{ en } (10/3)^2 = 100/9 \approx 11.11 > 11, \text{ wat } \frac{10}{3} > \sqrt{11} \text{ bevestig — te groot.}$$

$$\text{C) } 3\sqrt{2} = \sqrt{18} > \sqrt{11} \text{ — te groot.}$$

Onthou: Om te kontroleer of 'n waarde v aan $\sqrt{a} < v < \sqrt{b}$ voldoen, kwadreer net alles: kontroleer $a < v^2 < b$. Geen sakrekenaar nodig nie.

Q10 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Herskryf albei met dieselfde eksponent.

$$2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$$

$$3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$$

Stap 2 — Vergelyk.

Aangesien $8 < 9$ en die eksponent 10 dieselfde is (en positief):

$$8^{10} < 9^{10} \implies 2^{30} < 3^{20}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** is die "groter eksponent wen"-instink — 30 klop tog seker 20? Maar die grondtalle verskil, en die krag van die grondtal kan die eksponenttelling oortref: herskryf met 'n gemeenskaplike eksponent, en die stryd is 8^{10} teenoor 9^{10} — en 9 wen.
- **B** ("gelyk") verwar *ooreenstemmende eksponente* met *ooreenstemmende waardes*: albei kante word iets¹⁰, maar die "iets" is 8 en 9.
- **C** is die oorgee-opsie — die faktoriseringstruuk hierbo is presies die sakrekenaarvrye metode wat die NBT van jou verwag om te vind.

Onthou: Om a^m met b^n te vergelyk, forseer 'n **gemeenskaplike eksponent** met $\gcd(m, n)$: $2^{30} = (2^3)^{10}$, $3^{20} = (3^2)^{10}$. Die vergelyking val terug op die grondtalle, 8 teenoor 9.

Q11 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Kwadreer elkeen (al drie is positief):

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1.25 \quad \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 = 1.5 \quad \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2 = \frac{4+2\sqrt{3}}{4} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1.866$$

Orden hulle: $1.25 < 1.5 < 1.866$, dus

$$\frac{\sqrt{5}}{2} < \sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** en **B** laat albei die **kruistterm** val wanneer hulle kwadreer: $(\sqrt{3}+1)^2$ word as $3+1=4$ geneem, wat die derde uitdrukking na 1 laat kwadreer en dit die kleinste laat lyk. Die volledige uitbreiding is $4+2\sqrt{3}$.
- **D** vergelyk die rou getalle onder die wortels, en vergeet dat die noemer in $\frac{\sqrt{5}}{2}$ sy kwadraat vierdeel.

Onthou: Kwadrering verander 'n vergelyking van wortelvorme in gewone getalle — maar $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, kruistterm ingesluit, elke keer.

Afdeling 3 — Rekenkunde: BODMAS en Breuke

Q12 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Vermenigvuldiging voor optel/aftrek.

$$3 + \underbrace{2 \times 4}_{=8} - 1 = 3 + 8 - 1$$

Stap 2 — Van links na regs.

$$3 + 8 - 1 = 11 - 1 = 10$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A (19)** is suiwer van links na regs gelees: $3 + 2 = 5$, dan $5 \times 4 = 20$, dan -1 . Die algemeenste BODMAS-mislukking wat daar is.
- **D (12)** doen die vermenigvuldiging korrek maar **tel** dan die 1 by in plaas daarvan om dit af te trek: $3 + 8 + 1$. Tekenfoute steek graag weg agter 'n vermenigvuldiging wat korrek hanteer is.
- **C (18)** oorleef geen konsekwente volgorde van bewerkings hoegenaamd nie — dit is wat verskyn wanneer hakies halfpad deur die berekening verbeel word. Skryf die vermenigvuldiging se resultaat (8) neer voordat jy aan die optelling raak, en daar is nêrens waar dit vandaan kan kom nie.

Onthou: Vermenigvuldiging voor optel en aftrek, altyd — dan streng van links na regs tussen gelykes. Skryf die tussenproduk neer; die meeste BODMAS-foute gebeur in die kop, nie op die bladsy nie.

Q13 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Vermenigvuldiging eerste.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Stap 2 — Optelling.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C ($\frac{7}{8}$)** is die links-na-regsfout in breukklere: $(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) \times \frac{3}{4} = \frac{7}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8}$. BODMAS skakel nie af omdat die getalle breukstrepe gekry het nie.

- **B** ($\frac{5}{6}$) is $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ — die produk $\frac{6}{12}$ is verkeerd vereenvoudig na $\frac{1}{3}$ in plaas van $\frac{1}{2}$. Vereenvoudig deur teller en noemer deur *dieselfde* getal te deel.
- **A** ($\frac{3}{4}$) eggo net die laaste breuk in die vraag — 'n opsie sonder werk.

Onthou: Vermenigvuldiging voor optel, selfs wanneer alles 'n breuk is. Vermenigvuldig die tellers, vermenigvuldig die noemers, vereenvoudig versigtig — $\frac{6}{12}$ is $\frac{1}{2}$, en die hele uitdrukking val ineen tot $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Q14 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Deling eerste (dieselfde voorrang as vermenigvuldiging, pas dit voor aftrekking toe).

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Stap 2 — Aftrekking.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{5}{12}$) is $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ — die deling het heeltemal verdwyn; net die twee sigbare breuke is verwerk.
- **B** ($\frac{7}{12}$) behandel " $\div \frac{2}{3}$ " as " $\div 2$ ": $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, dan $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$. Die resiprook van $\frac{2}{3}$ is $\frac{3}{2}$, nie $\frac{1}{2}$ nie.
- **C** ($\frac{1}{2}$) is die tussenresultaat $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$ wat as die finale antwoord gerapporteer word — die aftrekstap is nooit voltooi nie.

Onthou: Om deur 'n breuk te deel beteken om met sy resiprook te vermenigvuldig: $\div \frac{a}{b} = \times \frac{b}{a}$. Doen die deling eerste (dit oortref aftrekking), skryf die resultaat neer, en voltooi *dan* die uitdrukking.

Q15 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Magte eerste. $2^3 = 8$

Stap 2 — Eerste breuk. $\frac{8-1}{8+1} = \frac{7}{9}$

Stap 3 — Tel op (albei is reeds oor 9):

$$\frac{7}{9} + \frac{3}{9} = \frac{10}{9}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\frac{8}{9}$) het $\frac{3}{9}$ tot $\frac{1}{9}$ verwing. Vereenvoudiging mag nie die waarde verander nie.
- **C** ($\frac{4}{3}$) het die eerste breuk onderstebo gebou.
- **D** ($\frac{7}{12}$) het alles tot $\frac{8-1}{8+1+3}$ saamgedruk, en die een breuk se teller in die ander se noemer opgeneem.

Onthou: Magte eerste ($2^3 = 8$, nie 6 nie, en nie 2^{3-1} nie), vereenvoudig elke breuk op sy eie, en tel dan oor 'n gemene noemer op. Breuke smelt nooit saam bloot omdat hulle langs mekaar staan nie.

Q16 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Bo (kleinste gemene noemer 6): $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

Onder (kleinste gemene noemer 12): $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$

Deel — vermenigvuldig met die resiprook:

$$\frac{5/6}{5/12} = \frac{5}{6} \times \frac{12}{5} = 2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (1) het die ooreenstemmende 5'e uitgekanselleer en gestop, en geïgnoreer dat $\frac{1}{6} \div \frac{1}{12} = 2$ oorbly.
- **C** ($\frac{3}{2}$) het die breuke verkeerd oor die streep gepaar. Terme in die teller bly in die teller.
- **A** ($\frac{5}{4}$) het die verkeerde breuk omgekeer. Skryf " $\times \frac{12}{5}$ " uit voordat jy vermenigvuldig.

Onthou: 'n Breukstreep is 'n delingsteken. Voltooi die bokant, voltooi die onderkant, en vermenigvuldig dan met die resiprook. Verwag netjiese ineenstortings — maar verdien hulle stap vir stap.

Q17 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Verdeel die algemene term.

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

Stap 2 — Skryf die som uit en kyk hoe dit ineenstort.

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$$

Alles in die middel kanselleer uit, en laat eerste minus laaste oor:

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

Waarom die ander verkeerd is — al drie laat die teleskoop verkeerd ineenstort:

- **B** ($\frac{1}{10}$) rapporteer die stuk wat **afgetrek** word, nie die resultaat nie.
- **C** ($\frac{10}{11}$) het een term te ver geloop.
- **D** ($\frac{8}{9}$) het een term te vroeg gestop.

Onthou: Ná enige teleskopiese ineenstorting, kontroleer die twee **eindpunte** — sodra die middel uitkanselleer, is hulle die enigste plekke waar dinge nog verkeerd kan loop.

Afdeling 4 — Persentasies, Verhoudings en Eweredighede

Q18 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Gebruik die vermenigvuldigermetode.

'n Vermeerdering van 15% beteken vermenigvuldig met $1 + 0.15 = 1.15$.

$$240 \times 1.15 = 276$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (R255) tel vyftien *rand* by, nie vyftien *persent* nie — $R255 = 240 + 15$. Persentasies skaal met die basis: 15 % van R240 is R36.
- **C** (R288) pas 'n vermeerdering van 20 % toe (240×1.2) — 'n koers wat weggegly het.
- **D** (R264) pas 10 % toe (240×1.1) — die "ronde koers"-refleks wat die gegewe 15 % oorheers.

Onthou: 'n Vermeerdering van 15 % beteken vermenigvuldig met 1.15 ('n vermindering, met 0.85). Een vermenigvuldiger, een vermenigvuldiging — en toets die grootte: die vermeerdering moet R36 wees, sigbaar meer as B se R15 en minder as C se R48.

Q19 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Stel die vergelyking op.

$$0.30 \times x = 45$$

Stap 2 — Los op.

$$x = \frac{45}{0.30} = \frac{45}{\frac{3}{10}} = 45 \times \frac{10}{3} = 150$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (13.5) vermenigvuldig in plaas van deel: 45×0.30 vind 30 % van 45 — die vraag het jou reeds gesê 45 is die 30 %.
- **B** (135) deel deur $\frac{1}{3}$, en vervang stilweg 30 % met "’n derde". Naby, maar 30 % is $\frac{3}{10}$, nie $\frac{1}{3}$ nie — die gaping van R15 tussen 135 en 150 is die prys van daardie benadering.
- **D** (15) neem ’n derde van die deel ($45 \div 3$) — dit deel in die regte gees, maar op ’n heeltemal verkeerde lesing.

Toets of die wenner sin maak: 30 % van 150 = 45 ✓.

Onthou: "Deel = % $\times$ geheel" herrangskik tot "geheel = deel $\div$ %". En behandel "30 % $\approx$ ’n derde" slegs as skatting — die NBT prys die verskil in die opsies in.

Q20 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 — Vind die totale aantal dele.**

$$3 + 5 = 8 \text{ dele}$$

Stap 2 — Vind een deel.

$$\text{Een deel} = \frac{40}{8} = 5$$

Stap 3 — Vind die seuns.

$$\text{Seuns} = 3 \times 5 = 15$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (25) is die aantal **dogters** — die regte metode wat die verkeerde vraag beantwoord. Onderstreep wat gevra word voordat jy klaarmaak.
- **C** (20) verdeel die klas in die helfte, en ignoreer die verhouding heeltemal.
- **B** (10) druipe die rekonstruksietoets onmiddellik: 10 seuns beteken 30 dogters, ’n verhouding van 1 : 3, nie 3 : 5 nie.

Onthou: Tel die dele op (8), deel die totaal om een deel te kry (5), vermenigvuldig met die seuns se aandeel (3). *Rekonstrueer* dan: dogters = 25, en $15 + 25 = 40$ ✓ met verhouding $15:25 = 3:5$ ✓ — ’n kontrole van vyf sekondes wat ook "die verkeerde persoon beantwoord"-foute soos D vang.

Q21 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Ná 'n afslag van 20 % is die prys **80 %** van die oorspronklike, dus:

$$0.80 \times \text{oorspronklik} = 360 \Rightarrow \text{oorspronklik} = \frac{360}{0.80} = \text{R}450$$

Kontroleer: $450 \times 0.8 = 360 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R432) tel 20 % by die afslagprys. Die 20 % het van die **groter** oorspronklike prys afgekom, dus kan 20 % van die kleiner prys dit nie herstel nie.
- **D** (R288) gee weer afslag — die masjien word vorentoe gedraai in plaas van agtertoe.
- **C** (R480) deel deur 0.75, wat "20 % af" in "'n kwart af" verander.

Onthou: Die oorspronklike is **vermenigvuldig** met 0.80, herstel dit dus deur deur 0.80 te **deel**.

Moet nooit die persentasie weer bytel nie — en pas altyd die afslag weer toe om te kontroleer.

Q22 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Stel op.**

Laat die drie getalle $2k$, $3k$, $5k$ wees.

$$2k + 3k + 5k = 200 \Rightarrow 10k = 200 \Rightarrow k = 20$$

Stap 2 — Vind die grootste.

$$5k = 5 \times 20 = 100$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (60) is die **middelste** getal ($3k$) en **D** (40) is die **kleinste** ($2k$) — albei is korrekte waardes uit die korrekte bewerking, gekoppel aan die verkeerde woord. "Grootste" doen die werklike werk in hierdie vraag.
- **C** (80) neem $\frac{2}{5}$ van die totaal — 'n breuk gebou uit die verhouding se buitenste syfers (2 en 5) in plaas van uit deel-oor-som ($\frac{5}{10}$).

Onthou: Met drie verhoudingsdele, een veranderlike: $2k + 3k + 5k = 200$ gee $k = 20$, dus is die dele 40, 60, 100. Elke deel se aandeel van die geheel is (sy syfers)/(som van die syfers) — die grootste is $\frac{5}{10} = 50\%$, en die helfte van 200 is 100 $\checkmark$.

Q23 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Stap 1 — Laat y in albei verhoudings ooreenstem. Dit is 4 in die eerste en 2 in die tweede, skaal dus die tweede op:

$$y : z = 2 : 5 = 4 : 10$$

Stap 2 — Skakel hulle aanmekaar. $x : y : z = 3 : 4 : 10$

Stap 3 — Lees af. $x : z = 3 : 10$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($3 : 5$) neem die buitenste getalle soos hulle staan. Maar x se 3 word teen $y = 4$ gemeet en z se 5 teen $y = 2$ — twee verskillende maatstawwe.
- **C** ($15 : 8$) vermenigvuldig kruislings, dieselfde maatstaffout.
- **B** ($6 : 5$) skommel getalle sonder enige gedeelde y hoegenaamd.

Onthou: Skaal albei verhoudings totdat die gedeelde middelterm ooreenstem, en lees dan die endes af. Of vermenigvuldig die breuke: $\frac{x}{z} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$.

Q24 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Stap 1 — Vind die suur. Dit verander nooit wanneer water bygevoeg word nie.

$$40\% \times 50 = 20 \text{ liter}$$

Stap 2 — Stel die nuwe konsentrasie op met w liter water bygevoeg:

$$\frac{20}{50 + w} = 0.25$$

Stap 3 — Los op. $20 = 12.5 + 0.25w \Rightarrow w = 30$

Kontroleer: $\frac{20}{80} = 25\% \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is — al drie is getalle wat regstreeks uit die vraag gelig is:

- **A** (20) is die hoeveelheid **suur**, die een ding wat nooit verander nie.
- **B** (25) en **C** (40) eggo die twee persentasies. Persentasies is nie volumes nie.

Onthou: Anker op wat **konstant** bly (die suur) en laat die totaal verander. Kontroleer dan jou antwoord as 'n konsentrasie — eggo-opsies kan dit nie oorleef nie.

Afdeling 5 — Pariteit: Onewe en Ewe Uitdrukkings

Q25 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Toets elkeen met $n = 4$ (ewe).

A) $4 + 2 = 6$ — ewe.

B) $4 + 1 = 5$ — onewe. ✓

C) $2(4) = 8$ — ewe.

D) $4^2 = 16$ — ewe.

Stap 2 — Bewys dat B altyd onewe is.

n is ewe beteken $n = 2k$ vir een of ander heelgetal k . Dan is $n + 1 = 2k + 1$ — altyd onewe.

Onthou: Ewe + onewe = onewe. n ewe, 1 onewe $\rightarrow n + 1$ onewe. Al die ander opsies tel ewe getalle op of vermenigvuldig hulle, wat die resultaat ewe hou.

Q26 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Pas die pariteitsreëls toe.

A) $p + q$: onewe + ewe = onewe. Nie altyd ewe nie.

B) $p - q$: onewe – ewe = onewe. Nie altyd ewe nie.

C) $p \cdot q$: onewe $\times$ ewe = ewe. ✓ (Enige veelvoud van 'n ewe getal is ewe.)

D) $p^2 + q$: (p^2) — onewe² = onewe. onewe + ewe = onewe. Nie altyd ewe nie.

Onthou: Vermenigvuldiging met 'n ewe getal gee altyd 'n ewe resultaat — die faktor 2 in q maak die produk deelbaar deur 2, ongeag p .

Q27 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Toets elkeen.

A) $m^2 + n$: onewe² = onewe; onewe + onewe = ewe. Altyd ewe, nie onewe nie.

B) $m + n$: onewe + onewe = ewe. Altyd ewe.

C) $m \cdot n$: onewe $\times$ onewe = onewe. Altyd onewe. ✓

D) $m - n$: onewe – onewe = ewe. Altyd ewe.

Stap 2 — Formele bewys vir C.

$m = 2a + 1$, $n = 2b + 1$ vir heelgetalle a, b .

$$mn = (2a + 1)(2b + 1) = 4ab + 2a + 2b + 1 = 2(2ab + a + b) + 1$$

Dit is van die vorm $2k + 1$ — altyd onewe.

Onthou: Die produk van twee onewe getalle is altyd onewe. Opsies A, B en D is almal *altyd ewe* wanneer albei insette onewe is — ’n resultaat wat baie studente verras.

Q28 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Skryf as $n, n + 1, n + 2$.

Toets opsie D: $p + q = n + (n + 1) = 2n + 1$ — altyd onewe. Skakel uit.

Toets opsie A: $p + q + r = 3n + 3 = 3(n + 1)$. As $n = 2$: $3(3) = 9$ (onewe). Nie altyd ewe nie. Skakel uit.

Toets opsie C: As $n = 2$: $4 + 9 + 16 = 29$ (onewe). Skakel uit.

Toets opsie B: $pqr = n(n + 1)(n + 2)$. Onder enige 3 opeenvolgende heelgetalle is ten minste een ewe. ’n Ewe faktor maak die hele produk ewe. ✓

Onthou: Onder enige stel opeenvolgende heelgetalle is ten minste een ewe. Daarom is hulle produk altyd ewe. Trouens, $n(n + 1)(n + 2)$ is altyd deelbaar deur $3! = 6$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is $3q$, wat net ewe is wanneer q dit is. **D** is altyd ONEWE — twee opeenvolgende heelgetalle is een ewe en een onewe. **C** werk vir 1, 2, 3 maar nie vir 2, 3, 4 nie: $4 + 9 + 16 = 29$. Een teenvoorbeeld is genoeg om ’n “altyd” te sneuwel.

Q29 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Onthou wanneer ’n som onewe is.

$x + y$ is onewe $\Leftrightarrow$ presies een van x, y is onewe (verskillende pariteit).

Stap 2 — Pas toe op $a + b$.

$a + b$ is onewe $\rightarrow$ a en b het verskillende pariteit. Dus is die een ewe en die ander onewe.

Stap 3 — Bevestig met $a - b$.

$a - b = a + (-b)$. Die pariteit van $-b$ is gelyk aan die pariteit van b . Dus beteken $a - b$ onewe dat a en b ook verskillende pariteit het — konsekwent.

Stap 4 — Kontroleer opsie D.

As a ewe is en b onewe: a^2 ewe, b^2 onewe, $a^2 + b^2 =$ onewe. Dus is D vals (dit sou onewe wees, nie ewe nie).

Onthou: Dat $a + b$ en $a - b$ albei gelyktydig onewe is, dwing verskillende pariteit af. Kontroleer opsie D versigtig — dat $a^2 + b^2$ "ewe" is, klink aanneemlik maar is eintlik vals wanneer die pariteit verskil.

Afdeling 6 — Laaste Syfer van Groot Magte

Q30 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Vind die siklus van eenhedesyfers.

$7^1 = 7$, $7^2 = 49$, $7^3 = 343$, $7^4 = 2401$ — dus is die siklus **7, 9, 3, 1**, lengte 4.

Stap 2 — Vind 7^{20} se plek. $20 \div 4 = 5$ res **0**, wat die **laaste** posisie beteken: syfer **1**.

Waarom die ander verkeerd is: **C** (7), **D** (9) en **B** (3) is posisies 1, 2 en 3 van dieselfde siklus. Die hele vraag draai om een konvensie: **res 0 beteken die laaste posisie**, want $7^4, 7^8, 7^{12}$ eindig almal waar 7^4 eindig.

Onthou: Magte van 7 (en 3) herhaal elke 4. Enige eksponent wat deur 4 deelbaar is, land op 1. Anker dit met $7^4 = 2401$ wanneer jy ook al die konvensie betwyfel.

Q31 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Vind die siklus.

$$3^1 = 3 \rightarrow \mathbf{3}; 3^2 = 9 \rightarrow \mathbf{9}; 3^3 = 27 \rightarrow \mathbf{7}; 3^4 = 81 \rightarrow \mathbf{1}.$$

Siklus: **3, 9, 7, 1** (lengte 4).

Stap 2 — Vind die posisie van 3^{100} .

$$100 \div 4 = 25 \text{ res } 0$$

Res 0 $\rightarrow$ laaste posisie in die siklus $\rightarrow$ eenhedyfer **1**.

*Waarom die ander verkeerd is: A (3), D (9) en C (7) is siklusposisies 1, 2 en 3 — die volledige spyskaart van foute met die hantering van die res. Die verleidelikste is A: "magte van 3 eindig op 3." Dit is waar — een keer elke vier eksponente. 100 is 'n veelvoud van 4, dus sit 3^{100} aan die *einde* van die siklus, nie aan sy begin nie.*

Onthou: Magte van 3 en 7 deel 'n siklus van lengte 4 en land albei op 1 wanneer die eksponent 'n veelvoud van 4 is. Die koeëlvaste vorm: $3^{100} = (3^4)^{25} = 81^{25}$, en 'n getal wat op 1 eindig, eindig steeds op 1 tot watter mag ook al verhef $\checkmark$.

Q32 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Albei siklusse het lengte 4, dus dien een deling vir albei: $103 = 4 \times 25 + 3$, **posisie 3**.

- Die siklus van 2 is **2, 4, 8, 6** $\rightarrow$ posisie 3 gee **8**
- Die siklus van 3 is **3, 9, 7, 1** $\rightarrow$ posisie 3 gee **7**

Tel op: $8 + 7 = 15$, dus is die eenhedyfer **5**.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C (3)** het albei siklusse een posisie te vroeg gelees.
- **D (7)** het 103 as 'n veelvoud van 4 hanteer, en op albei siklusse se endes geland.
- **B (1)** het die een siklus reg gelees en die ander na sy begin teruggestel. Dieselfde eksponent beteken **dieselfde posisie** in albei.

Onthou: Vind elke eenhedyfer, tel hulle op, en neem dan die eenhedyfer van daardie klein sommetjie. Bereken die res net een keer wanneer die siklusse 'n lengte deel.

Q33 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Die siklus van 7 het lengte 4, dus het jy die **boonste eksponent 7^7** modulo 4 nodig.

Aangesien $7 \equiv 3 \pmod{4}$ en $7^2 \equiv 1 \pmod{4}$:

$$7^7 = (7^2)^3 \times 7 \equiv 1 \times 3 = 3 \pmod{4}$$

Posisie 3 in die siklus **7, 9, 3, 1** gee eenhedesyfer **3**.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (7) plat die toring af tot $(7^7)^7 = 7^{49}$. 'n Toring word **van bo af** ge lees: $7^{(7^7)}$ is 'n geweldig groter getal.
- **A** (1) en **D** (9) kom van verwarde rekenkunde op die boonste eksponent. Doen die klein berekening eerlik.

Onthou: 'n Toring a^{b^c} beteken $a^{(b^c)}$, nooit $(a^b)^c$ nie. Verminder die boonste eksponent modulo die siklus se lengte, en lees dan die siklus — twee piepklein berekeninge vervang 'n astronomiese getal.

Afdeling 7 — Tel en Permutasies

Q34 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Tel die keuses vir elke posisie.

Posisie 1: 4 boeke om uit te kies. Posisie 2: 3 oorblywende boeke. Posisie 3: 2 oorblywende boeke. Posisie 4: 1 oorblywende boek.

Stap 2 — Vermenigvuldig.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (256) is 4^4 — elke rakposisie kry al vier boeke, asof een boek op verskeie plekke tegelyk kon staan. Magte tel *mét* herhaling; rangskikkings verklein die poel elke keer.
- **B** (16) is 4^2 — 'n half-onthoude "vermenigvuldig die 4 met iets"-instink.
- **A** (4) tel die boeke, nie die rangskikkings nie — die opsie sonder werk.

Onthou: Om n verskillende voorwerpe in 'n ry te rangskik gee $n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 1$; hier $4! = 24$. Die krimpande faktore (4, 3, 2, 1) is die handtekening van "geen herhaling nie" — as jou faktore nie krimp nie, het jy klone toegelaat.

Q35 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 — Tel die keuses vir elke syferposisie.**

Honderdesyfer: 5 keuses. Tienesyfer: 4 oorblywende keuses. Eenhedyfer: 3 oorblywende keuses.

Stap 2 — Vermenigvuldig.

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (125) is 5^3 — herhaling toegelaat, vyf keuses vir elke plek. Die woorde "geen syfer mag herhaal word nie" is presies wat $5 \times 5 \times 5$ in $5 \times 4 \times 3$ verander.
- **D** (120) is $5!$ — die rangskikking van **al vyf** syfers, maar die getal het net drie posisies.
- **B** (15) is 5×3 — die twee sigbare getalle vermenigvuldig, sonder enige telmodel daaragter.

Onthou: Dit is die permutasie $P(5, 3) = 5 \times 4 \times 3 = 60$: een faktor per posisie, wat elke keer met een krimp. Pas die aantal faktore by die aantal plekke aan, en laat "geen herhaling nie" hulle krimp.

Q36 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Volgorde maak saak — die twee rolle is verskillend. President: 5 keuses. Visepresident: 4 oor.

$$5 \times 4 = 20$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (10) is die **komitee**-telling $\binom{5}{2}$ — slegs reg as die rolle onderling verwisselbaar was. President-Thabo/VP-Amina verskil van die omgekeerde, dus tel elke paar twee keer.
- **C** (25) is 5^2 , wat een student albei ampte laat beklee.
- **D** (15) **tel** die keuses op. Opeenvolgende keuses vermenigvuldig altyd.

Onthou: Benoemde rolle → volgorde maak saak → permutasie. Onbenoemde komitee → volgorde maak nie saak nie → kombinasie. Die faktor 2 tussen 20 en 10 is presies die twee ordeninge van elke paar.

Q37 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Stap 1 — Tel die letters.

L, E, V, E, L — vyf letters: **L** verskyn twee keer, **E** verskyn twee keer, **V** verskyn een keer.

Stap 2 — Gebruik die formule vir rangskikkings met herhalings.

$$\frac{5!}{2! \times 2!} = \frac{120}{2 \times 2} = \frac{120}{4} = 30$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (120) is $5!$ — al vyf letters word as verskillend behandel, asof die twee L'e verskillende kleure was. Om identiese letters om te ruil lewer *dieselfde* woord, dus tel 120 elke rangskikking vier keer.
- **C** (60) deel deur net een $2!$ — die herhaalde L'e is hanteer, die herhaalde E'e vergeet. Elke herhaalde letter het sy eie faktoriaal nodig.
- **D** (20) deel deur $3! = 6$ — die vier herhaalde letters (L, L, E, E) word in een groep "herhalings" saamgegooi. Die deler is per letter: $2! \times 2! = 4$, nie $3!$ nie.

Onthou: Rangskikkings met herhalings: $\frac{n!}{k_1! k_2! \dots}$ — een faktoriaal vir elke letter afsonderlik getel.

LEVEL: $\frac{5!}{2!2!} = 30$. Tel die letters op 'n lys *voordat* jy aan die formule raak.

Q38 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Rooies: kies 2 uit 4 $\rightarrow \binom{4}{2} = 6$

Nie-rooies: kies 1 uit die ander 5 (3 blou + 2 groen) $\rightarrow \binom{5}{1} = 5$

Vermenigvuldig: $6 \times 5 = 30$

Waarom die ander verkeerd is — *elkeen bederf een faktor:*

- **A** (20) het 4×5 gebruik: om 'n **paar** rooies te kies is nie dieselfde as om een te kies nie.
- **B** (24) het 6×4 gebruik: die nie-rooi poel is 5, groenes ingesluit.
- **C** (36) het 6×6 gebruik — die eerste faktor is hergebruik.

Onthou: Vir "presies k van tipe X": $\binom{|X|}{k} \times \binom{\text{ander}}{\text{res}}$. Benoem elke faktor terwyl jy dit neerskryf — elke verkeerde opsie hier is 'n verkeerd benoemde faktor.

Q39 — Gevorderd — Antwoord: C**Verduideliking**

Stap 1 — Vul die beperkte plek eerste. Ewe beteken die eenhedyfer is 2, 4 of 6 — **3 keuses**.

Stap 2 — Vul die res uit die 4 syfers wat oorbly: $4 \times 3 \times 2 = 24$

Stap 3 — Vermenigvuldig: $3 \times 24 = 72$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (48) het net **2** ewe syfers getel, en die 6 misgekyk.
- **D** (96) het **4** getel, en 'n onewe syfer op die ewe hoop ingevee.
- **B** (60) is 'n permutasie met drie plekke wat die struktuur heeltemal geïgnoreer het.

Onthou: Vul die mees beperkte plek eerste, dan die vrye plekke. Wanneer 'n beperking 'n **eienskap** noem, lys die elemente wat dit werklik het — om daardie versameling verkeerd te tel is die hele spel.

Afdeling 8 — Gemiddeld, Mediaan en Geweegde Gemiddeld

Q40 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Tel die waardes op.

$$60 + 72 + 68 + 75 + 80 = 355$$

Stap 2 — Deel deur 5.

$$\text{Gemiddeld} = \frac{355}{5} = 71$$

Waarom die ander verkeerd is: **C** (72) en **D** (75) is waardes wat *in die datastel* sit — eggo-aas vir enigteen wat "die middel met die oog skat". **B** (70) is die ronde getal naaste aan die waarheid, die beloning vir die skatting van die som in plaas daarvan om dit te bereken. Nie een van die drie is gelyk aan $355 \div 5$ nie, en daardie deling is die enigste gesag.

Onthou: Bou die som in 'n lopende ketting op — $60 + 72 = 132$; $+68 = 200$; $+75 = 275$; $+80 = 355$ — en deel dan een keer: $355 \div 5 = 71$. Om geketting op te tel met 'n kontrolepunt by elke stap is hoe jy "skoon lykende" verkeerde opsies sonder 'n sakrekenaar klop.

Q41 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Sorteer die data in stygende volgorde.

$$1, 3, 4, 6, 7, 8, 9$$

Stap 2 — Vind die middelste waarde. Daar is 7 waardes; die mediaan is die $\frac{7+1}{2} = 4$ de waarde.

$$1, 3, 4, \underbrace{6}_{4\text{th}}, 7, 8, 9 \implies \text{mediaan} = 6$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (5) is die **middelbereik** $\frac{1+9}{2}$ — halfpad tussen die minimum en die maksimum. Die mediaan is die middelste *lid*, nie die middel van die eindpunte nie.
- **D** (7) eggo die *aantal* waardes (sewe datapunte) — en is boonop toevallig ook een van die datapunte, wat sy aaswaarde verdubbel.
- **A** (4) verwar die middelste *posisie* (4de) met die *waarde* 4 — posisie en waarde is verskillende geldeenhede.

Onthou: Sorteër altyd eers: 1, 3, 4, **6**, 7, 8, 9 → die 4de van 7 waardes is die mediaan, 6. Elke verkeerde opsie hier is 'n ander "middelagtige" getal — net sortering sê vir jou watter middel die mediaan werklik is.

Q42 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Vind die vereiste totaal.

$$\text{Totaal} = \text{gemiddeld} \times n = 15 \times 4 = 60$$

Stap 2 — Trek die bekende waardes af.

$$60 - 12 - 18 - 14 = 16$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (15) eggo die gemiddeld self — "as die gemiddeld 15 is, is die ontbrekende getal seker 15" is 'n raaiskoot, nie 'n berekening nie. (Dit sou net reg wees as die ander drie presies 15 gemiddeld het; hulle gemiddeld is $\frac{44}{3} \approx 14.7$.)
- **A** (14) eggo 'n getal wat reeds in die data is.
- **C** (17) is 'n eenmalige rekenfout in $60 - 44$. Die aftrekking $60 - 12 - 18 - 14$, een getal op 'n slag gedoen (48, 30, 16), laat geen ruimte daarvoor nie.

Onthou: "Gemiddeld $\times$ aantal = totaal" is die meesterset: teikentotaal 60, bekende som 44, ontbrekende waarde 16. Verifieer: $\frac{12+18+14+16}{4} = \frac{60}{4} = 15 \checkmark$.

Q43 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Vereiste totaal vir 'n gemiddeld van 75 oor 4 toetse: $75 \times 4 = 300$

Huidige totaal: $70 + 82 + 65 = 217$

Vierde punt: $300 - 217 = 83$

Waarom die ander verkeerd is: **C** (80) is die ronde raaiskoot; **A** (78) en **D** (85) omsluit die waarheid om hoofreken te straf. Net 83 slaag die toets: $\frac{300}{4} = 75 \checkmark$

Onthou: Vereiste punt = (teikengemiddeld $\times$ toetse) – (huidige totaal). Of dink in tekorte: die drie punte is 8 kort van 3×75 , dus moet die vierde 8 **bo** 75 wees. Dieselfde antwoord, met 'n ingeboude kontrole.

Q44 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Dogters: $30 - 18 = 12$

Totale: seuns $18 \times 72 = 1296$; dogters $12 \times 80 = 960$; saam **2256**

Klasgemiddeld: $\frac{2256}{30} = 75.2$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (76.0) is die gewone gemiddeld van 72 en 80 — slegs geldig as die groepe ewe groot was.
- **D** (77.0) verwissel die gewigte, en gee die kleiner groep die groter trek. Meer seuns moet die gemiddeld **onder** 76 sleep, dus is enigiets bo 76 onmoontlik.
- **A** (74.4) het 'n dogtergewig van 30 % in plaas van 40 % gebruik.

Onthou: Voorspel die **kant** voordat jy bereken: die groter groep trek die gemiddeld na homself toe. Daardie een voorspelling skakel die helfte van die opsies uit.

Q45 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Die data (reeds gesorteer): 6, 8, 10, 14, 22 — vyf waardes.

Mediaan: die 3de waarde, **10**

Gemiddeld: $\frac{60}{5} = 12$

Verskil: $12 - 10 = 2$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (0) aanvaar gemiddeld = mediaan. Waar vir simmetriese data, maar die eensame 22 sleep die gemiddeld op terwyl die mediaan bly staan.
- **B** (4) het die som verkeerd getotaliseer.
- **C** (6) het die diagram verkeerd gelees, en die blare as volle waardes behandel. Die stingels dra die tientalle.

Onthou: Lees stingel-en-blaar as (stingel $\times$ 10) + blaar, en die data kom reeds gesorteer aan. 'n Gemiddeld bo die mediaan is die vingerafdruk van regsskewe data — hier veroorsaak deur daardie 22.

Afdeling 9 — Saamgestelde Waarskynlikheid

Q46 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Lys die steekproefruimte.

kop-kop, kop-kruis, kruis-kop, kruis-kruis — vier ewe waarskynlike uitkomst.

Stap 2 — Tel die gunstige uitkomst.

Slegs kop-kop. $P(HH) = \frac{1}{4}$.

Alternatiewelik: die gooie is onafhanklik, dus $P(H) \times P(H) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\frac{1}{2}$) is die enkelgooi-waarskynlikheid wat dubbele diens doen — twee gooie vereis vermenigvuldiging, nie hergebruik nie.
- **C** ($\frac{1}{3}$) is die verleidelike "drie uitkomst: geen kop, een kop, twee koppe — elkeen ewe waarskynlik"-model. Die uitkomst bestaan, maar hulle waarskynlikhede verskil ($\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$): "een kop" gebeur op twee maniere (kop-kruis, kruis-kop).
- **D** ($\frac{3}{4}$) is $P(\text{minstens een kop})$ — die komplement van die verlangde gebeurtenis se teenoorgestelde, 'n komplement wat verkeerd gemik is.

Onthou: Onafhanklike gebeurtenisse vermenigvuldig: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. As jy twyfel, skryf die steekproefruimte neer (kop-kop, kop-kruis, kruis-kop, kruis-kruis) — vier ewe waarskynlike uitkomstes besleg elkeen van hierdie geskille met een oogopslag.

Q47 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Vind elke waarskynlikheid.

$$P(\text{rooi}) = \frac{3}{5}, P(\text{blou}) = \frac{2}{5}.$$

Aangesien die albaster teruggeplaas word, is die tweede trekking onafhanklik van die eerste.

Stap 2 — Vermenigvuldig.

$$P(\text{rooi dan blou}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** ($\frac{3}{10}$) is die antwoord **sonder** terugplasing: $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$. Die woord "teruggeplaas" is die skarnier van die hele vraag — die sak stel terug, dus bly die tweede noemer 5.
- **D** ($\frac{2}{5}$) is $P(\text{blou})$ alleen — die eerste trekking het nooit in die berekening beland nie.
- **A** ($\frac{1}{5}$) is 'n amper-raak vereenvoudiging van die regte idee ($\frac{6}{25}$ slordig verklein). $\frac{6}{25}$ is reeds in sy eenvoudigste vorm — 6 en 25 deel geen faktor nie.

Onthou: "Met terugplasing" $\Rightarrow$ onafhanklike trekkings $\Rightarrow$ vermenigvuldig met *dieselfde* noemers: $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$. Voordat jy enigiets vermenigvuldig, omring of die trekking met of sonder terugplasing is — dit verander presies een getal, en die eksaminator bied altyd albei weergawes aan.

Q48 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Totale uitkomst. $6 \times 6 = 36$.

Stap 2 — Pare wat tot 7 optel.

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) — presies **6** pare.

Stap 3 — Waarskynlikheid.

$$P(\text{som} = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** ($\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$) tel *ongeordende* pare — $\{1,6\}, \{2,5\}, \{3,4\}$ — en vergeet dat $(1,6)$ en $(6,1)$ verskillende gooie is. Die dobbelstene is afsonderlike voorwerpe, selfs al lyk hulle identies.
- **A** ($\frac{5}{36}$) is die telling vir die *buurtotale*: beide 6 en 8 kan op presies 5 maniere gemaak word. Een paar minder as 7 se ses.
- **B** ($\frac{7}{36}$) plaas die 7 uit die vraag reguit in die teller — 'n oppervlakgetal-lokval.

Onthou: Met twee dobbelstene, tel altyd **geordende** pare uit 36. Som 7 is die enigste totaal wat op 6 maniere bereikbaar is — een vir elke waarde van die eerste dobbelsteen — en dit is waarom $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ en waarom 7 die waarskynlikste som van almal is.

Q49 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Optelreël: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Onafhanklikheid gee die deursnit: $0.4 \times 0.3 = 0.12$

$$P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.12 = 0.58$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (0.70) tel op en stop, en tel die oorvleueling dubbel. Dit werk net vir wedersyds uitsluitende gebeurtenisse — en onafhanklike gebeurtenisse is nooit wedersyds uitsluitend nie.
- **A** (0.12) rapporteer die **deursnit** as die vereniging.
- **D** (0.28) is $P(A) - P(A \cap B)$, die waarskynlikheid van "A maar nie B nie".

Onthou: Benoem elke getal wat jy bereken ($\cap$, $\cup$, "slegs A") — drie van die vier opsies hier is bloot mekaar se tussenstappe.

Q50 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Vind $P(\text{sport of musiek})$.

$$P(S \cup M) = P(S) + P(M) - P(S \cap M) = 0.60 + 0.40 - 0.25 = 0.75$$

Stap 2 — Vind $P(\text{nie een nie})$.

$$P(\text{nie een nie}) = 1 - P(S \cup M) = 1 - 0.75 = 0.25$$

Waarom die ander verkeerd is: elke verkeerde opsie is 'n *ander gebied* van die Venn-diagram, korrek bereken en verkeerd benoem —

- **A** (0.15) is "slegs musiek" ($0.40 - 0.25$).
- **D** (0.35) is "slegs sport" ($0.60 - 0.25$).
- **B** (0.20) is die kaal verskil tussen die twee persentasies ($0.60 - 0.40$) — 'n gebied van niks hoegenaamd nie.

Kontroleer die volle prentjie: slegs sport 0.35 + slegs musiek 0.15 + albei 0.25 + nie een nie 0.25 = 1.00 ✓.

Onthou: $P(\text{nie een nie}) = 1 - P(A \cup B)$, met die vereniging gebou as $0.60 + 0.40 - 0.25 = 0.75$. Skets die Venn-gebiede en laat hulle tot 1 optel — daardie sluitingskontrole vang verkeerde gebiedsbenoeming onmiddellik.

Afdeling 10 — Grense en Skatting

Q51 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Ondergrens: die kleinste waarde wat tot 80 opaf rond is **75** — en 75 self rond tot 80 af, dus is dit **ingesluit**.

Bogrens: enigiets onder 85 rond tot 80 af, maar 85 rond tot 90 af — dus is 85 **uitgesluit**.

$$75 \leq x < 85$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het die **volle** eenheid (± 10) gebruik in plaas van die helfte — twee keer te wyd. Dit laat 85 toe, wat tot 90 afrond.
- **C** draai albei eindpuntkonvensies om — sluit 75 uit en 85 in, agterstevoor op albei.
- **D** is eensydig, wat **afknotting** is (sien Q55), nie afronding nie.

Onthou: "Afrond tot die naaste u " gee die gestelde waarde $\pm u/2$, met die ondergrens ingesluit en die bogrens uitgesluit. Toets jou eindpunte — "rond 75 tot 80 af? en 85?" — en die konvensies sorteer hulleself uit.

Q52 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking**

Stap 1 — Identifiseer die afrondingseenheid. Afgerond tot 1 desimale plek beteken afgerond tot die naaste 0.1.

Halwe eenheid = 0.05.

Stap 2 — Bogrens = $7.4 + 0.05 = 7.45$ cm.

Ware waarde: $7.35 \leq x < 7.45$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (7.40) is die gestelde meting self — "bogrens" vra hoe ver die *ware* waarde kon strek, nie wat neergeskryf is nie.
- **B** (7.44) dink syfer vir syfer: "7.44 wys steeds 7.4". Waar, maar so ook 7.449, 7.4499... Die supremum van "rond af tot 7.4" is 7.45, wat benader maar nooit bereik word nie.
- **D** (7.49) is die afknottingsinstink — enigiets 7.4-iets. Maar 7.47, sê nou maar, *rond af* tot 7.5. Afronding halveer die venster wat afknotting toelaat.

Onthou: Vir afronding tot 1 desimale plek is die grens die gestelde waarde ± 0.05 : hier $7.35 \leq x < 7.45$. Die bogrens is uitsluitend — presies 7.45 sou tot 7.5 opaf rond. Stel grense as die helfte van die afrondingseenheid, nooit deur met die volgende syfer te peuter nie.

Q53 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

Ondergrense ('n halwe eenheid af): $l = 11.5$ cm en $w = 7.5$ cm.

Minimum oppervlakte = min lengte $\times$ min breedte:

$$11.5 \times 7.5 = 86.25 \text{ cm}^2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (96) is 12×8 — die onsekerheid word heeltemal geïgnoreer.
- **B** (90) het net **een** afmeting tot sy minimum geneem. Jy het albei gelyktydig nodig.
- **A** (84) het 'n **volle** sentimeter afgeslaan. Grense beweeg met 'n **halwe** eenheid.

Onthou: Uiterste-waarde-vrae stoot **elke** meting tot die uiterste wat die doel dien — en grense beweeg met die helfte van die afrondingseenheid, nie 'n volle een nie.

Q54 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

Stap 1 — Maksimeer $a - b$: gebruik maksimum a en minimum b .

$$a_{\max} = 5.0 + 0.1 = 5.1$$

$$b_{\min} = 3.0 - 0.1 = 2.9$$

Stap 2 — Bereken.

$$a_{\max} - b_{\min} = 5.1 - 2.9 = 2.2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (2.0) trek die nominale waardes af ($5.0 - 3.0$) — die onsekerheid het nooit in die berekening beland nie.
- **B** (2.1) pas die fout op net een van die twee metings toe. Albei hoeveelhede kan gelyktydig op hulle ongunstige uiterstes sit, en "maksimum moontlik" beteken om aan te neem dat hulle dit doen.
- **D** (2.3) pas die foute te veel toe (± 0.1 drie keer getel) — geesdrif sonder boekhouding.

Onthou: Maks van $a - b = (\text{maks } a) - (\text{min } b)$; min van $a - b = (\text{min } a) - (\text{maks } b)$. Onder aftrekking **tel** die foutgrense op: die totale swaai hier is ± 0.2 rondom 2.0. Skryf elke uiterste uitdruklik neer (5.1 en 2.9) voordat jy aftrek.

Q55 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

Afknotting tot 2 desimale plekke beteken syfers ná die tweede plek word eenvoudig **weggegooi**, nie afgerond nie. Enigiets wat dus 3.47... lees, knot af tot 3.47.

- **Onder:** 3.47000... knot af tot 3.47, dus is 3.47 **ingesluit**.
- **Bo:** 3.4799... knot steeds af tot 3.47, maar 3.48 knot af tot homself — dus is 3.48 **uitgesluit**.

$$3.47 \leq x < 3.48$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** en **D** is die **af rondings**intervalle — die refleks wanneer "afgeknot" ongelees verbygaan. Afknotting reik nooit onder die gestelde waarde nie: 3.468 knot af tot 3.46.
- **C** sluit die verkeerde ent toe. 3.48 knot af tot 3.48, dus moet dit uitgesluit word.

Onthou: Afronding gee 'n simmetriese interval ($\pm$ 'n halwe eenheid). Afknotting gee 'n eensydige een, [aangegee, aangegee + eenheid). Daardie een woord skuif die hele interval — lees die werkwoord eerste.

Afdeling 11 — Wetenskaplike Notasie, Koerse en Spoed

Q56 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Skuif die desimale punt totdat een nie-nul syfer voor dit sit:

$$0.00045 \rightarrow 4.5$$

Dit het **4** plekke na **regs** geneem, wat die koëffisiënt groter maak — dus moet die mag van tien dit weer kleiner maak. Die eksponent is **negatief**:

$$0.00045 = 4.5 \times 10^{-4}$$

Kontroleer deur om te keer: 4.5×10^{-4} skuif die punt 4 plekke links, terug na 0.00045 ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het die regte syfers maar 'n positiewe eksponent, wat 45 000 gee.
- **C** is numeries gelyk aan die antwoord, maar 45 lê nie tussen 1 en 10 nie — dus is dit nie wetenskaplike notasie nie.
- **D** het die drie nulle getel en vergeet dat die 4 ook 'n plek beslaan.

Onthou: Tel die plekke wat die punt beweeg en laat die rigting die teken bepaal — **links positief**, **regs negatief**. Kontroleer dan dat die koëffisiënt werklik tussen 1 en 10 lê.

Q57 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Verdeel die probleem in twee — koëffisiënte saam, magte van tien saam:

$$(3 \times 2) \times (10^5 \times 10^{-8}) = 6 \times 10^{5+(-8)} = 6 \times 10^{-3}$$

Wanneer jy magte van dieselfde grondtal **vermenigvuldig**, **tel** jy die eksponente op. Hier $5 + (-8) = -3$.

Die koëffisiënt 6 lê reeds tussen 1 en 10, dus is geen hernormalisering nodig nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het die eksponente vermenigvuldig ($5 \times -8 = -40$). Om die magte te vermenigvuldig beteken om die eksponente op te tel.
- **B** het afgetrek in plaas van opgetel: $5 - (-8) = 13$. Aftrekking is die reël vir **deling**.
- **D** het die koëffisiënte opgetel ($3 + 2$) en ook die eksponente. Die koëffisiënte word vermenigvuldig, soos enige ander getalle.

Onthou: Vermenigvuldig die koëffisiënte, **tel** die eksponente op; deel die koëffisiënte, **trek** die eksponente af. Kontroleer dan dat die koëffisiënt steeds in $[1, 10)$ is, en stel dit reg indien nie.

Q58 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Skakel die tyd eers na ure om, sodat dit by die km/h in die spoed pas. 30 minute is 'n halfuur:

$$2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2.5 \text{ h}$$

Dan:

$$\text{afstand} = \text{spoed} \times \text{tyd} = 60 \times 2.5 = 150 \text{ km}$$

Toets of dit sin maak: 2 uur alleen dek 120 km, en die ekstra halfuur voeg 30 km by. $120 + 30 = 150 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het net die volle 2 uur gebruik en die 30 minute weggegooi.
- **C** het 30 minute as 'n **volle** ekstra uur behandel, en 60×3 bereken.
- **D** het die tyd as "2.30" gelees en met 25 vermenigvuldig — 'n eenheidsglips. Minute is sestigstes, nie honderdstes nie, dus $30 \text{ min} = 0.5 \text{ h}$, nooit 0.30 h nie.

Onthou: Skakel minute na ure om deur deur **60** te deel voordat jy aan 'n km/h-spoed raak. 'n Halfuur is 0.5, twintig minute is $\frac{1}{3}$, vyf-en-veertig minute is 0.75.

Q59 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Gemiddelde spoed is **totale afstand ÷ totale tyd** — nooit die gemiddeld van die twee spoede nie, want meer tyd word teen die stadiger een deurgebring.

Afstand: $120 + 120 = 240 \text{ km}$

Tyd: $\frac{120}{60} = 2 \text{ h}$ heen, $\frac{120}{40} = 3 \text{ h}$ terug, dus 5 h altesaam.

$$\text{gemiddelde spoed} = \frac{240}{5} = 48 \text{ km/h}$$

48 sit **onder** die middelpunt 50, soos verwag: 3 van die 5 uur is teen die stadiger spoed.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (50) is die lokval — die gewone gemiddeld $\frac{60+40}{2}$, slegs korrek vir gelyke **tye**, nie gelyke afstande nie.
- **C** (52) word bo die middelpunt getrek, asof meer tyd teen die vinniger spoed deurgebring is.
- **D** (45) oorkorrigeer afwaarts sonder enige berekening daaragter.

Onthou: Vir gelyke **afstande** teen twee spoede is die gemiddeld altyd **onder** die gewone gemiddeld, en die afstand kanselleer heeltemal uit. Aan watter kant van die middelpunt jou antwoord val, toets onmiddellik of dit sin maak.

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtipies wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Q60 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Veertig kwadrate sonder 'n sakrekenaar is onmoontlik — en dít is die sein dat 'n **struktuur** wegkruip. Paar die terme en gebruik $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$$40^2 - 39^2 = (1)(79) = 40 + 39$$

$$38^2 - 37^2 = (1)(75) = 38 + 37$$

Elke paar verskil met 1, dus stort elke verskil van kwadrate ineen tot 'n gewone **som**. Die hele monster is net:

$$40 + 39 + 38 + \cdots + 1 = \frac{40 \times 41}{2} = 820$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (1640) is 40×41 — het vergeet om te halveer.
- **C** (800) het $40^2/2$ geskat in plaas daarvan om die ineenstorting te doen.
- **A** (780) het net tot 39 opgetel, en die 40 laat val.

Onthou: $a^2 - (a - 1)^2 = a + (a - 1)$, dus stort 'n alternerende som van opeenvolgende kwadrate altyd ineen tot 'n eenvoudige rekenkundige reeks. Op 'n vraestel sonder 'n sakrekenaar is "onmoontlike rekenkunde" 'n **belofte dat daar 'n kortpad is**.

Gemengde Oefening — Hoofstuk 2

Hierdie 30 vrae meng alle Getalbegrip-onderwerpe. Werk deur hulle sonder om na die afdelings terug te kyk. Kontroleer jou antwoorde met die memorandum op die volgende bladsy — gedetailleerde verduidelikings word nie hier gegee nie, gebruik dus die vroeëre afdelings om enige foute te diagnoseer.

M1 — Basies

Watter een van die volgende is 'n irrasionale getal?

- A) $\sqrt{16}$
 - B) π^0
 - C) $\sqrt{7}$
 - D) $0.\overline{142857}$
-

M2 — Basies

As 25% van 'n getal 30 is, wat is die getal?

- A) 90
 - B) 150
 - C) 75
 - D) 120
-

M3 — Basies

Wat is die eenhedesyfer van 9^{50} ?

- A) 9
 - B) 1
 - C) 3
 - D) 7
-

M4 — Basies

Op hoeveel maniere kan 5 verskillende boeke in 'n ry op 'n rak gerangskik word?

- A) 25
 - B) 60
 - C) 120
 - D) 720
-

M5 — Basies

'n Regverdige muntstuk word 3 keer gegooi. Wat is die waarskynlikheid om al drie kere kop te kry?

- A) $\frac{1}{6}$
 - B) $\frac{1}{8}$
 - C) $\frac{1}{4}$
 - D) $\frac{3}{8}$
-

M6 — Intermediêr

As n 'n **onewe** heelgetal is, watter uitdrukking is **altyd onewe**?

- A) $n^2 + n$
 - B) $n^2 + 1$
 - C) $n^2 + 2n + 2$
 - D) $n^2 - n$
-

M7 — Intermediêr

Die gemiddeld van 5 getalle is 20. Vier van hulle is 15, 22, 18 en 25. Wat is die vyfde getal?

- A) 16
 - B) 18
 - C) 22
 - D) 20
-

M8 — Intermediêr

Drie getalle is in die verhouding 1 : 3 : 5. Die grootste getal is 40. Wat is die som van al drie?

- A) 54
 - B) 80
 - C) 90
 - D) 72
-

M9 — Intermediêr

Watter een van die volgende lê streng tussen $\sqrt{15}$ en $\sqrt{24}$?

- A) $2\sqrt{5}$
 - B) $\sqrt{8}$
 - C) 5
 - D) 3.5
-

M10 — Basies

'n Prys word van R500 na R425 verlaag. Wat is die persentasieafname?

- A) 12%
 - B) 15%
 - C) 17%
 - D) 20%
-

M11 — Intermediêr

'n Regverdige dobbelsteen word twee keer gegooi. Wat is die waarskynlikheid dat die som presies 8 is?

- A) $\frac{5}{36}$
 - B) $\frac{1}{6}$
 - C) $\frac{7}{36}$
 - D) $\frac{1}{9}$
-

M12 — Gevorderd

Vir enige heelgetal n , watter een van die volgende is gelyk aan $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$?

- A) $2n$
 - B) 4
 - C) $4n$
 - D) $2n^2$
-

M13 — Gevorderd

Wat is die eenhedesyfer van $7^{100} + 3^{100}$?

- A) 0
 - B) 4
 - C) 8
 - D) 2
-

M14 — Intermediêr

$x = 3.4$ (afgerond tot 1 desimale plek) en $y = 5.7$ (afgerond tot 1 desimale plek). Wat is die **maksimum** moontlike waarde van $x + y$?

- A) 9.2
 - B) 9.1
 - C) 9.11
 - D) 9.15
-

M15 — Basies

Watter een orden $\frac{7}{8}$, 0.87 en $\frac{13}{15}$ korrek van kleinste na grootste?

- A) $\frac{13}{15} < 0.87 < \frac{7}{8}$
- B) $0.87 < \frac{7}{8} < \frac{13}{15}$
- C) $\frac{7}{8} < 0.87 < \frac{13}{15}$
- D) $0.87 < \frac{13}{15} < \frac{7}{8}$

M16 — Intermediêr

Hoeveel 4-letter-kodes kan uit die letters $\{A, B, C, D, E\}$ gevorm word sonder herhaling as die kode met 'n **vokaal moet begin**?

- A) 48
 - B) 24
 - C) 120
 - D) 240
-

M17 — Intermediêr

'n Getal word tot die naaste 100 afgerond en die resultaat is 600. Watter een van die volgende **KON NIE** die oorspronklike getal wees nie?

- A) 549
 - B) 550
 - C) 612
 - D) 649
-

M18 — Gevorderd

Hoeveel 5-syfergetalle kan met die syfers $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gevorm word (geen herhaling nie) wat **groter as 30 000** is?

- A) 48
 - B) 60
 - C) 72
 - D) 96
-

M19 — Intermediêr

$P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.2$. Vind $P(A \mid B)$.

- A) 0.2
 - B) 0.4
 - C) 0.5
 - D) 0.8
-

M20 — Basies

As m en n albei **ewe** is, watter een van die volgende is **altyd onewe**?

- A) $m + n$
 - B) $m \cdot n$
 - C) $m + n + 1$
 - D) $m^2 + n^2$
-

M21 — Gevorderd

Klas A het 20 leerders met 'n gemiddelde punt van 75. Klas B het 30 leerders met 'n gemiddelde punt van 80. Wat is die gekombineerde gemiddelde punt?

- A) 77.0
 - B) 77.5
 - C) 79.0
 - D) 78.0
-

M22 — Basies

$\sqrt{3}$ word die beste beskryf as:

- A) Rasionaal
 - B) Heelgetal
 - C) Natuurlik
 - D) Irrasionaal
-

M23 — Intermediêr

'n Punt s word tot die naaste heelgetal **afgeknot** en gee 47. Watter een beskryf s korrek?

A) $46.5 \leq s < 47.5$

B) $47 \leq s < 48$

C) $46.5 < s < 47.5$

D) $47 < s \leq 48$

M24 — Intermediêr

Twee kaarte word **sonder terugplasing** uit 'n standaardpak van 52 kaarte (26 rooi, 26 swart) getrek. Wat is die waarskynlikheid dat **albei** kaarte rooi is?

A) $\frac{25}{51}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{25}{102}$

D) $\frac{13}{51}$

M25 — Gevorderd

Watter een van die volgende is **NIE** 'n rasionale getal nie?

A) $\sqrt[3]{27}$

B) 2π

C) $\frac{22}{7}$

D) $0.\overline{9}$

M26 — Basies

Uit 'n groep van 10 studente, op hoeveel maniere kan 'n komitee van 3 gekies word (volgorde maak nie saak nie)?

- A) 30
 - B) 60
 - C) 720
 - D) 120
-

M27 — Intermediêr

'n Winkel verlaag alle pryse met 20% en verhoog hulle dan met 10%. Wat is die algehele uitwerking op die oorspronklike prys?

- A) 10% afname
 - B) 12% afname
 - C) 8% afname
 - D) 2% toename
-

M28 — Gevorderd

$a : b = 2 : 3$ en $b : c = 6 : 7$. Wat is $a : b : c$ in eenvoudigste vorm?

- A) 2 : 6 : 7
 - B) 4 : 6 : 7
 - C) 12 : 18 : 21
 - D) 2 : 3 : 7
-

M29 — Gevorderd

Die eenhedyfer van 4^n volg 'n siklus: 4, 6, 4, 6, ... Wat is die eenhedyfer van 4^{2025} ?

- A) 4
- B) 6
- C) 2
- D) 8

M30 — Gevorderd

Die datastel $\{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ het 'n gemiddeld van 8 en 'n mediaan van 8. Die waarde 100 word by die stel gevoeg. Watter een van die volgende verander?

- A) Slegs die mediaan
- B) Slegs die gemiddeld
- C) Nóg die gemiddeld nóg die mediaan
- D) Beide die gemiddeld en die mediaan

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. C	M2. D	M3. B	M4. C	M5. B
M6. C	M7. D	M8. D	M9. A	M10. B
M11. A	M12. C	M13. D	M14. A	M15. A
M16. A	M17. A	M18. C	M19. C	M20. C
M21. D	M22. D	M23. B	M24. C	M25. B
M26. D	M27. B	M28. B	M29. A	M30. D

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: C

Stap 1 — Vereenvoudig elkeen voordat jy oordeel.

Stap 2 — $\sqrt{16} = 4$ — 'n heelgetal, dus rasionaal. $\pi^0 = 1$ — enigiets tot die mag 0 is 1.

Stap 3 — $0.\overline{142857} = \frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}$ — 'n herhalende desimaal is altyd 'n breuk.

Stap 4 — $\sqrt{7}$ bly oor: 7 is nie 'n volkome vierkant nie, dus eindig die wortel nooit en herhaal dit nooit.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\sqrt{16}$ lyk irrasionaal maar vereenvoudig tot die heelgetal 4.
- **B** π is irrasionaal, maar $\pi^0 = 1$. Die eksponent doen die werk.
- **D** elke herhalende desimaal is rasionaal — hierdie een is $\frac{1}{7}$.

Onthou: 'n Wortel of 'n π op die bladsy maak 'n getal nie irrasionaal nie. Vereenvoudig eers, oordeel dan.

M2 — Antwoord: D

Stap 1 — 25% van die getal is 30, dus $0.25n = 30$.

Stap 2 — Deel: $n = \frac{30}{0.25} = 120$.

Stap 3 — Toets: 25% van 120 is 30 ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het 75% van iets gevind, of 30 deur $\frac{1}{3}$ gedeel.
- **B** het 20% in plaas van 25% gebruik.
- **C** het 30×2.5 vermenigvuldig in plaas van deur 0.25 te deel.

Onthou: '25% van 'n getal is 30' beteken deel deur 0.25, wat dieselfde is as vermenigvuldig met 4. Toets altyd deur jou antwoord terug te stel.

M3 — Antwoord: B

Stap 1 — Die eenhedyfer van magte van 9 alterneer: $9^1 = 9$, $9^2 = 81$, $9^3 = 729$ — dus 9, 1, 9, 1, ...

Stap 2 — Onewe magte eindig op 9, ewe magte op 1.

Stap 3 — 50 is ewe, dus eindig 9^{50} op 1.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die eenhedyfer vir 'n ONEWE mag.
- **C** die siklus vir magte van 3, nie 9 nie.
- **D** die siklus vir magte van 7.

Onthou: Eenhedyfers loop altyd in siklusse. Werk die eerste drie of vier magte uit, vind die siklus se lengte, deel dan die eksponent daardeur en gebruik die res.

M4 — Antwoord: C

Stap 1 — Om al 5 verskillende boeke in 'n ry te rangskik is 'n permutasie van 5 voorwerpe.

Stap 2 — $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$.

Stap 3 — $= 120$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 5^2 — hanteer dit as keuse met herhaling.
- **B** $5 \times 4 \times 3$ — net drie van die vyf posisies gevul.
- **D** $6!$ — een boek te veel.

Onthou: 'Rangskik almal in 'n ry' is $n!$. As net sommige posisies gevul word, stop die produk vroeër.

M5 — Antwoord: B

Stap 1 — Die gooie is onafhanklik, dus vermenigvuldig die waarskynlikhede.

Stap 2 — $P(\text{HHH}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.

Stap 3 — $= \frac{1}{8}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het 'n dobbelsteen se $\frac{1}{6}$ gebruik eerder as 'n munt se $\frac{1}{2}$.

- **C** het net twee van die drie gooie vermenigvuldig.
- **D** die waarskynlikheid van presies een kop in drie gooie.

Onthou: Onafhanklike gebeurtenisse vermenigvuldig. Drie gooie van 'n regverdige munt gee 8 ewe waarskynlike uitkomst, en HHH is een daarvan.

M6 — Antwoord: C

Stap 1 — Neem n onewe, dus is n^2 onewe.

Stap 2 — $n^2 + 2n + 2$: onewe + ewe + ewe = **onewe** ✓ (want $2n$ en 2 is albei ewe).

Stap 3 — Toets dit: $n = 3$ gee $9 + 6 + 2 = 17$, onewe.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $n^2 + n$ is onewe + onewe = ewe. $n = 3$ gee 12.
- **B** $n^2 + 1$ is onewe + onewe = ewe. $n = 3$ gee 10.
- **D** $n^2 - n$ is onewe – onewe = ewe. $n = 3$ gee 6.

Onthou: Onewe $\pm$ onewe is ewe; onewe + ewe is onewe. Wanneer die algebra lastig is, vervang $n = 3$ — een getal besleg dit.

M7 — Antwoord: D

Stap 1 — Die gemiddeld is 20 oor 5 getalle, dus is die totaal $5 \times 20 = 100$.

Stap 2 — Die vier gegewe getalle tel op tot $15 + 22 + 18 + 25 = 80$.

Stap 3 — Die vyfde is $100 - 80 = 20$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** van 96 afgetrek in plaas van 100.
- **B** die mediaan van die vier gegewe getalle geneem.
- **C** die vier gegewe getalle se gemiddeld geneem.

Onthou: Maak 'n gemiddeld eers 'n TOTAAL: totaal = gemiddeld $\times$ aantal. Byna elke ontbrekende-waarde-vraag is daarna een aftrekking.

M8 — Antwoord: D

Stap 1 — Die dele is $1 : 3 : 5$, en die grootste is $5 \text{ dele} = 40$.

Stap 2 — Een deel is dus $40 \div 5 = 8$.

Stap 3 — Die drie getalle is 8, 24, 40, en hulle som is $8 \times 9 = 72$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het 6 as die totale aantal dele gebruik.
- **B** het net die twee groter getalle opgetel.
- **C** het een deel 10 gemaak deur 40 deur 4 te deel.

Onthou: Vind eers die waarde van EEN deel. Daarna is elke getal in die verhouding, en hulle totaal, 'n enkele vermenigvuldiging.

M9 — Antwoord: A

Stap 1 — $\sqrt{15} \approx 3.873$ en $\sqrt{24} \approx 4.899$.

Stap 2 — $2\sqrt{5} = \sqrt{20} \approx 4.472$, wat tussen hulle lê ✓

Stap 3 — (Om onder een wortel te vergelyk is die maklikste: $15 < 20 < 24$.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\sqrt{8} \approx 2.83$ — onder $\sqrt{15}$.
- **C** $5 = \sqrt{25}$, wat bo $\sqrt{24}$ is.
- **D** $3.5 \approx \sqrt{12.25}$ — onder $\sqrt{15}$.

Onthou: Skryf alles as 'n enkele vierkantswortel en vergelyk wat onder is. $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ maak hierdie vraag een reël.

M10 — Antwoord: B

Stap 1 — Die afname is $500 - 425 = 75$.

Stap 2 — Persentasie-afname word teen die OORSPRONKLIKE gemeet: $\frac{75}{500}$.

Stap 3 — $= 0.15 = 15\%$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** deur 'n ander getal as die oorspronklike 500 gedeel.
- **C** het 75 deur die NUWE prys 425 gedeel, wat ongeveer 17.6% gee.
- **D** geskat eerder as gedeel.

Onthou: Persentasieverandering is altyd $\div$ die OORSPRONKLIKE bedrag. Om deur die nuwe waarde te deel is verreweg die algemeenste fout in hierdie onderwerp.

M11 — Antwoord: A

Stap 1 — Twee dobbelstene gee $6 \times 6 = 36$ ewe waarskynlike uitkomst.

Stap 2 — Die pare wat tot 8 optel is $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$ — vyf daarvan.

Stap 3 — $P = \frac{5}{36}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\frac{6}{36}$ — 'n sesde paar getel wat nie bestaan nie.
- **C** $\frac{7}{36}$ is die telling vir 'n som van 7, die waarskynlikste totaal.
- **D** $\frac{4}{36}$ — die dubbel $(4, 4)$ gemis.

Onthou: Lys die geordende pare. $(2, 6)$ en $(6, 2)$ is verskillende uitkomst, maar $(4, 4)$ is net een — daardie asimmetrie is waar die telling skeefloop.

M12 — Antwoord: C

Stap 1 — Brei albei kwadrate uit: $(n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1)$.

Stap 2 — Die n^2 en die 1 kanselleer.

Stap 3 — $2n + 2n = 4n$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net een van die twee $2n$ -terme afgetrek.
- **B** die n -terme saam met die konstantes gekanselleer.
- **D** die kwadrate opgetel in plaas van afgetrek.

Onthou: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ is hier vinniger: $(n + 1) - (n - 1) = 2$ en $(n + 1) + (n - 1) = 2n$, dus is die antwoord $2 \times 2n = 4n$.

M13 — Antwoord: D

Stap 1 — Magte van 7 eindig op 7, 9, 3, 1 — 'n siklus van 4. $100 \div 4$ laat res 0, dus eindig 7^{100} op 1.

Stap 2 — Magte van 3 eindig op 3, 9, 7, 1 — ook 'n siklus van 4, dus eindig 3^{100} op 1.

Stap 3 — $1 + 1 = 2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** aanvaar die twee eenhedesyfers kanselleer tot 0.
- **B** 'n siklusposisie een stap uit op albei gebruik.
- **C** die syfers 7 en 3 uit die basisse opgetel.

Onthou: 'n Res van 0 beteken die EINDE van die siklus, nie die begin nie. $100 \div 4$ laat 0, dus neem die 4de inskrywing — wat 1 is, nie 7 nie.

M14 — Antwoord: A

Stap 1 — x rond af tot 3.4, dus $3.35 \leq x < 3.45$.

Stap 2 — y rond af tot 5.7, dus $5.65 \leq y < 5.75$.

Stap 3 — Die grootste waarde wat die som kan nader is $3.45 + 5.75 = 9.2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die afgeronde waardes opgetel en toe 'n tiende afgetrek.
- **C** $3.44 + 5.67$ of soortgelyke middelwaardes gebruik.
- **D** die middelpunte eerder as die bogrense gebruik.

Onthou: Afronding tot 1 desimale plek plaas 'n waarde binne 0.05 aan weerskante. Vir 'n MAKSIMUM neem die bogrens van elke hoeveelheid.

M15 — Antwoord: A

Stap 1 — Skryf al drie in desimale vorm.

Stap 2 — $\frac{7}{8} = 0.875$, 0.87 , en $\frac{13}{15} = 0.8\bar{6} \approx 0.867$.

Stap 3 — Kleinste tot grootste: $\frac{13}{15} < 0.87 < \frac{7}{8}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** plaas $\frac{13}{15}$ laaste; dit is die kleinste.
- **C** keer die volgorde heeltemal om.
- **D** het $\frac{7}{8}$ en $\frac{13}{15}$ omgeruil.

Onthou: Skakel alles om na desimale met dieselfde aantal plekke. Breuke met verskillende noemers kan nie met die oog vergelyk word nie.

M16 — Antwoord: A

Stap 1 — Die kode moet met 'n vokaal begin. Van A, B, C, D, E is die vokale A en E — 2 keuses.

Stap 2 — Die oorblywende drie posisies word uit die 4 ongebruikte letters gevul: $4 \times 3 \times 2$.

Stap 3 — $2 \times 24 = 48$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $4!$ — die eerste letter as een spesifieke vokaal vasgestel in plaas van twee.
- **C** $5 \times 4 \times 3 \times 2$ — die vokaalbeperking geïgnoreer.
- **D** die onbeperkte telling verdubbel in plaas van beperk.

Onthou: Vul die BEPERKTE posisie eerste, tel dan die res uit wat oorbly. Om dit in die ander volgorde te doen is wat hierdie vrae moeilik maak.

M17 — Antwoord: A

Stap 1 — Afronding tot die naaste 100 gee 600 vir enige getal van 550 tot (maar nie insluitend) 650.

Stap 2 — Die oorspronklike lê dus in $550 \leq n < 650$.

Stap 3 — 549 is daaronder: dit rond af tot 500.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** 550 is die kleinste getal wat OP na 600 afrond.
- **C** 612 lê gemaklik binne die interval.
- **D** 649 is die grootste heelgetal wat tot 600 afrond.

Onthou: Afronding tot die naaste 100 vang alles binne 50 aan weerskante, met die halfpad-punt wat OP afrond. Die interval is $[550, 650)$.

M18 — Antwoord: C

Stap 1 — 'Groter as 30 000' met vyf syfers beteken die eerste syfer moet 3, 4 of 5 wees — 3 keuses.

Stap 2 — Die oorblywende vier syfers kan op $4! = 24$ maniere gerangskik word.

Stap 3 — $3 \times 24 = 72$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 2 keuses vir die leidende syfer gebruik.
- **B** $5 \times 4 \times 3$ getel en gestop.
- **D** 4 keuses vir die leidende syfer gebruik, 2 ingesluit.

Onthou: Maak die grootte-voorwaarde 'n voorwaarde op die EERSTE syfer, dan is dit 'n gewone rangskikkingsvraag.

M19 — Antwoord: C

$$\text{Stap 1} - P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

$$\text{Stap 2} - = \frac{0.2}{0.4}.$$

$$\text{Stap 3} - = 0.5.$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $P(A \cap B)$ gerapporteer sonder om te deel.
- **B** deur $P(A)$ gedeel — dit bereken $P(B | A)$, wat 0.4 is.
- **D** deur 0.25 gedeel, of die breuk omgekeer.

Onthou: Die voorwaarde gaan ONDER: $P(A | B)$ deel deur $P(B)$. Om hulle om te ruil beantwoord 'n ander vraag.

M20 — Antwoord: C

Stap 1 — Beide m en n is ewe, dus is elke produk en som van hulle ewe.

Stap 2 — $m + n$ is ewe; om 1 by te tel maak dit onewe.

Stap 3 — $m + n + 1$ is altyd onewe ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ewe + ewe is ewe.
- **B** ewe $\times$ ewe is ewe.
- **D** die kwadraat van 'n ewe getal is ewe, en ewe + ewe is ewe.

Onthou: Jy kan slegs 'n onewe getal uit ewe bestanddele kry deur 'n onewe konstante by te tel. Toets met $m = 2$, $n = 4$ as die redenasie glibberig voel.

M21 — Antwoord: D

Stap 1 — 'n Gekombineerde gemiddeld gebruik TOTALE, nie die gemiddeld van die twee gemiddeldes nie.

Stap 2 — Klas A dra $20 \times 75 = 1500$ by; klas B dra $30 \times 80 = 2400$ by.

$$\text{Stap 3} - \frac{1500 + 2400}{50} = \frac{3900}{50} = 78.$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gee die groter klas te min gewig.
- **B** die gewone gemiddeld van 75 en 80 — slegs korrek as die klasse ewe groot was.
- **C** gee klas B te veel gewig.

Onthou: Neem nooit die gemiddeld van twee gemiddeldes nie, tensy die groepe ewe groot is. Tel die totale op en deel deur die totale aantal.

M22 — Antwoord: D

Stap 1 — 3 is nie 'n volkome vierkant nie, dus is $\sqrt{3}$ nie 'n heelgetal nie.

Stap 2 — Sy desimale uitbreiding 1.7320508... eindig nooit en herhaal nooit.

Stap 3 — Dit is presies wat irrasionaal beteken.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 'n rasionale getal kan as 'n breuk van heelgetalle geskryf word; $\sqrt{3}$ kan nie.
- **B** heelgetalle is heel; $\sqrt{3}$ lê tussen 1 en 2.
- **C** natuurlike getalle is die teigetalle 1, 2, 3, ...

Onthou: Die vierkantswortel van enige heelgetal wat nie 'n volkome vierkant is nie, is irrasionaal. $\sqrt{4}$ is rasionaal; $\sqrt{3}$ nie.

M23 — Antwoord: B

Afknot beteken die desimaal word afgesny, nie afgerond nie.

Stap 1 — Elke waarde van 47 tot (maar nie insluitend) 48 knot af tot 47 — 47.9 ingesluit.

Stap 2 — Dus $47 \leq s < 48$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die interval vir AFRONDING tot die naaste heelgetal.
- **C** weer die afrondingsinterval, met streng eindpunte.
- **D** sluit 47 self uit, wat wel tot 47 afknot.

Onthou: Afknot skuif 'n getal altyd AF; afronding skuif dit na die nader ent. Dit is waarom die interval by 47 begin eerder as by 46.5.

M24 — Antwoord: C

Stap 1 — Die eerste kaart is rooi met waarskynlikheid $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$.

Stap 2 — Sonder terugplasing bly 25 rooi kaarte uit 51 oor: $\frac{25}{51}$.

Stap 3 — $\frac{1}{2} \times \frac{25}{51} = \frac{25}{102}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die TWEEDE waarskynlikheid alleen, sonder die eerste.
- **B** hanteer die trekkings as onafhanklik: $\left(\frac{1}{2}\right)^2$.
- **D** 13 rooi kaarte gebruik — die aantal in een kleurbaadjie, nie een kleur nie.

Onthou: 'Sonder terugplasing' verander BEIDE die teller en die noemer vir die tweede trekking. Skryf die tweede breuk uit eerder as om die eerste te hergebruik.

M25 — Antwoord: B

Stap 1 — $\sqrt[3]{27} = 3$ — rasionaal.

Stap 2 — $\frac{22}{7}$ is 'n breuk van heelgetalle — rasionaal (dit is 'n benadering van π , nie π nie).

Stap 3 — $0.\bar{9} = 1$ — rasionaal.

Stap 4 — 2π bly oor: om 'n irrasionale getal met 2 te vermenigvuldig hou dit irrasionaal.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\sqrt[3]{27}$ is presies 3.
- **C** $\frac{22}{7}$ is 'n breuk, dus per definisie rasionaal.
- **D** $0.\bar{9}$ is presies gelyk aan 1.

Onthou: $\frac{22}{7}$ is die klassieke lokval: dit is *naby aan* π maar dit is 'n breuk, en elke breuk van heelgetalle is rasionaal.

M26 — Antwoord: D

Stap 1 — Volgorde maak nie saak nie, dus is dit 'n kombinasie.

$$\text{Stap 2} - \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}.$$

$$\text{Stap 3} - = \frac{720}{6} = 120.$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** deur 24 gedeel in plaas van 6.
- **B** deur 12 gedeel.
- **C** $10 \times 9 \times 8$ — die PERMUTASIE, wat elke komitee 6 keer tel.

Onthou: As volgorde nie saak maak nie, deel die permutasietelling deur $r!$. Hier is dit $3! = 6$ — die aantal maniere om dieselfde drie mense te skommel.

M27 — Antwoord: B

Stap 1 — 'n Afname van 20% vermenigvuldig met 0.8; 'n toename van 10% vermenigvuldig met 1.1.

Stap 2 — Algehele faktor: $0.8 \times 1.1 = 0.88$.

Stap 3 — 0.88 van die oorspronklike is 'n AFNAME van 12%.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die persentasies afgetrek: $-20\% + 10\%$.
- **C** 0.8×1.15 of iets soortgelyks gebruik.
- **D** aanvaar die toename oorheers die afname.

Onthou: Persentasieveranderinge VERMENIGVULDIG, hulle tel nie op nie. 'n Val van 20% gevolg deur 'n styging van 10% bring jou nie terug na 90% van waar jy begin het nie.

M28 — Antwoord: B

Stap 1 — $a : b = 2 : 3$ en $b : c = 6 : 7$. Die twee verhoudings moet oor b saamstem.

Stap 2 — Skaal die eerste met 2: $a : b = 4 : 6$.

Stap 3 — Nou is b in albei 6, dus $a : b : c = 4 : 6 : 7$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $a = 2$ gehou sonder om dit saam met b te skaal.
- **C** alles met 3 geskaal — korrek in verhouding maar nie in eenvoudigste vorm nie.
- **D** die twee verhoudings saamgevoeg sonder om b te laat pas.

Onthou: Om twee verhoudings saam te voeg, skaal hulle sodat die gedeelde term dieselfde getal in albei is. Eers dan kan jy al drie saam skryf.

M29 — Antwoord: A

Stap 1 — Magte van 4 eindig op 4, 6, 4, 6, ... — 'n siklus van lengte 2.

Stap 2 — Onewe magte eindig op 4; ewe magte op 6.

Stap 3 — 2025 is onewe, dus eindig 4^{2025} op 4.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die eenhedyfer vir 'n EWE mag.
- **C** die eenhedyfer van 2^{2025} -tipe siklusse, nie 4 nie.
- **D** glad nie in die siklus vir magte van 4 nie.

Onthou: Met 'n siklus van lengte 2 hoef jy net te weet of die eksponent onewe of ewe is. Moenie iets anders bereken nie.

M30 — Antwoord: D

Stap 1 — Oorspronklik: gemiddeld 8, mediaan $\frac{7+9}{2} = 8$.

Stap 2 — Om 100 by te voeg gee $\{3, 5, 7, 9, 11, 13, 100\}$ — sewe waardes.

Stap 3 — Nuwe gemiddeld: $\frac{48+100}{7} = \frac{148}{7} \approx 21.1$ — verander.

Stap 4 — Nuwe mediaan: die 4de van sewe waardes, wat 9 is — ook verander.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die mediaan verander wel, van 8 na 9, omdat die aantal van ewe na onewe gegaan het.
- **B** die gemiddeld verander, maar so ook die mediaan.
- **C** albei verander.

Onthou: 'n Uitskieter beweeg altyd die gemiddeld. Dit beweeg die mediaan ook wanneer dit die aantal waardes van ewe na onewe verander, want die middelposisie skuif.

Hoofstuk 3 — Funksies en Grafieke

Funksies en Grafieke is die ruggraat van die NBT MAT. Elke ander hoofstuk raak daaraan: algebraïese prosesse druk funksies uit, trigonometrie definieer trigonometriese funksies, en datahantering gebruik grafieke om inligting te vertoon. Hierdie hoofstuk isoleer die kernidees — wat 'n funksie is, hoe om sy definisieversameling en waardeversameling te lees, en hoe om die sewe grafiekfamilies wat herhaaldelik op die NBT verskyn, te skets en te interpreteer.

Een diagnostiese feit: in die 2023-NBT het kandidate wat nie die draaipunt van 'n parabool in voltooiide-vierkantvorm kon identifiseer nie, minder as 40 % van die Funksies-vrae korrek beantwoord. Die vrae in hierdie hoofstuk is doelbewus so gerangskik dat elke afdeling op die vorige een bou. Moenie Afdeling 1 oorslaan nie, selfs al is jy vol vertroue met notasie — dit vestig die vervangingsdissipline wat elke latere afdeling vereis.

Onderwerpe gedek: funksienotasie en evaluering · samestelling · stuksgewyse funksies · definisieversameling en waardeversameling · lineêre funksies · parabole · hiperbole · eksponensiële en logaritmiese funksies · transformasies · inverse funksies · interpretasie van grafieke

Afdeling 1 — Funksienotasie en Evaluering

'n Funksie f is 'n reël wat aan elke inset presies een uitset toeken. Die notasie $f(x)$ beteken "die waarde van f by inset x " — en, wat deurslaggewend is, $f(a + 1)$ beteken vervang die hele uitdrukking $a + 1$ in die plek van elke x in die reël. Die algemeenste fout in hierdie afdeling is om te vergeet om te distribueer wanneer die argument 'n uitdrukking eerder as 'n enkele getal is.

Q1 — Basies

Onderwerp: Evaluering van 'n funksie by 'n negatiewe inset

As $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$, vind $f(-1)$.

- A) 1
 - B) -9
 - C) -5
 - D) 3
-

Q2 — Basies

Onderwerp: Vervanging van 'n uitdrukking in 'n funksie

As $f(x) = 5x + 3$, vind $f(a + 1)$.

- A) $5a + 8$
 - B) $5a + 3$
 - C) $5a + 4$
 - D) $5a + 11$
-

Q3 — Basies

Onderwerp: Definisie van 'n funksie (die vertikale lyn toets)

Watter van die volgende **is** 'n funksie van sy versameling insette na sy versameling uitsette?

- A) Die versameling pare $\{(1, 2), (1, 3), (2, 4)\}$
 - B) Die vergelyking $x^2 + y^2 = 9$
 - C) Die vertikale lyn $x = 3$
 - D) Die versameling pare $\{(1, 5), (2, 5), (3, 7)\}$
-

Q4 — Intermediêr

Onderwerp: Samestelling van funksies

Laat $f(x) = 2x + 1$ en $g(x) = x^2$. Vind $g(f(x))$.

- A) $4x^2 + 1$
 - B) $4x^2 + 4x + 1$
 - C) $4x^2 + 2x + 1$
 - D) $2x^2 + 1$
-

Q5 — Basies**Onderwerp:** Ewe en onewe funksiesIs $f(x) = x^4 - 3x^2$ 'n ewe funksie, 'n onewe funksie, of nie een van die twee nie?

- A) Ewe, omdat $f(-x) = f(x)$ vir alle x
- B) Onewe, omdat $f(-x) = -f(x)$ vir alle x
- C) Nie een van die twee nie, omdat nie alle terme dieselfde eksponentpariteit het nie
- D) Nie een van die twee nie, omdat polinome nie ewe of onewe kan wees nie
-

Q6 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplos vir die inset wanneer die uitset gegee is $g(x) = 3x - 7$. Vir watter waarde van x is $g(x) = 14$?

- A) $\frac{14}{3}$
- B) 63
- C) 3
- D) 7
-

Q7 — Gevorderd**Onderwerp:** Evaluering van 'n stuksgewyse funksie

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{if } x < 0 \\ 2x + 1 & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

Vind $f(-2) + f(3)$.

- A) 3
- B) 9
- C) 13
- D) 12
-

Afdeling 2 — Definisieversameling en Waardeversameling

Die definisieversameling is die versameling van alle geldige insette; die waardeversameling is die versameling van alle moontlike uitsette. Twee reëls beheer die beperkings op die definisieversameling van standaardfunksies: jy kan nie die vierkantswortel van 'n negatiewe getal neem nie (dus moet die uitdrukking onder 'n wortel ≥ 0 wees), en jy kan nie deur nul deel nie (dus moet die noemer $\neq 0$ wees). Logaritmes voeg 'n derde by: die argument moet streng positief wees. Vir die waardeversameling, vra watter waardes die uitset moontlik kan bereik — dikwels die maklikste deur aan die grafiek te dink.

Q8 — Basies

Onderwerp: Definisieversameling van 'n vierkantswortelfunksie

Wat is die definisieversameling van $f(x) = \sqrt{x-3}$?

- A) $x > 3$
 - B) $x \geq 3$
 - C) Alle reële getalle
 - D) $x \leq 3$
-

Q9 — Basies

Onderwerp: Definisieversameling van 'n rasionale funksie

Wat is die definisieversameling van $f(x) = \frac{1}{x-4}$?

- A) Alle reële getalle
 - B) $x > 4$
 - C) $x \geq 4$
 - D) Alle reële getalle behalwe $x = 4$
-

Q10 — Basies**Onderwerp:** Waardeversameling van 'n basiese kwadratiese funksieWat is die waardeversameling van $f(x) = x^2 + 2$?

- A) $y \geq 0$
 - B) Alle reële getalle
 - C) $y \geq 2$
 - D) $y > 2$
-

Q11 — Intermediêr**Onderwerp:** Definisieversameling van 'n funksie met 'n tweesydigte beperkingWat is die definisieversameling van $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$?

- A) $-2 \leq x \leq 2$
 - B) $x \leq 2$
 - C) $x \geq -2$
 - D) $x \geq 0$
-

Q12 — Intermediêr**Onderwerp:** Waardeversameling van 'n gereflekteerde en verskuifde paraboolWat is die waardeversameling van $f(x) = -(x - 1)^2 + 9$?

- A) $y \geq 9$
 - B) $y \leq 9$
 - C) Alle reële getalle
 - D) $y \geq 0$
-

Q13 — Intermediêr**Onderwerp:** Definisieversameling van 'n logaritmiese funksieWat is die definisieversameling van $f(x) = \ln(2x - 6)$?

- A) $x > 0$
 - B) $x > 6$
 - C) $x \geq 3$
 - D) $x > 3$
-

Q14 — Gevorderd**Onderwerp:** Definisieversameling en waardeversameling van 'n resiprook-kwadraat-funksieWatter stelling beskryf beide die definisieversameling en die waardeversameling van $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ korrek?

- A) Definisieversameling: $x \neq 2$; Waardeversameling: $y > 0$
 - B) Definisieversameling: $x > 2$; Waardeversameling: $y > 0$
 - C) Definisieversameling: $x \neq 2$; Waardeversameling: $y \geq 0$
 - D) Definisieversameling: alle reële x ; Waardeversameling: $y > 0$
-

Afdeling 3 — Lineêre Funksies

'n Reguit lyn in die vorm $y = mx + c$ word volledig beskryf deur sy gradiënt m en sy y -afsnit c . Die gradiënt meet steilheid en rigting: $m = \frac{\text{styging}}{\text{loop}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Twee lyne is ewewydig as en slegs as hulle gelyke gradiënte het; loodreg as die produk van hulle gradiënte gelyk is aan -1 .

Q15 — Basies**Onderwerp:** Berekening van die gradiënt uit twee punte

'n Reguit lyn gaan deur die punte $(-2, 0)$ en $(0, 4)$. Wat is die gradiënt?

A) 4

B) -2

C) 2

D) $\frac{1}{2}$

Q16 — Basies**Onderwerp:** Vergelyking van 'n lyn uit die gradiënt en een punt

'n Lyn het gradiënt 3 en gaan deur $(2, 4)$. Wat is sy vergelyking?

A) $y = 3x + 4$

B) $y = 3x - 2$

C) $y = 3x + 2$

D) $y = 3x - 4$

Q17 — Intermediêr**Onderwerp:** Vergelyking van 'n lyn deur twee punte

Vind die vergelyking van die lyn deur $(-1, 3)$ en $(2, 9)$.

A) $y = 2x + 5$

B) $y = 2x + 7$

C) $y = 2x + 3$

D) $y = 2x + 1$

Q18 — Basies

Onderwerp: Identifisering van 'n lyn wat NIE ewewydig is aan 'n gegewe lyn nie

Watter van die volgende is **nie** ewewydig aan $y = 3x - 7$ nie?

- A) $y = 3x + 7$
 - B) $2y = 6x - 1$
 - C) $y - 3x = 2$
 - D) $3y = x + 5$
-

Q19 — Intermediêr

Onderwerp: Gradiënt van 'n loodregte lyn

Die gradiënt van lyn ℓ is $\frac{1}{4}$. Wat is die gradiënt van 'n lyn loodreg op ℓ ?

- A) $\frac{1}{4}$
 - B) -4
 - C) 4
 - D) $-\frac{1}{4}$
-

Q20 — Basies

Onderwerp: x -afsnit van 'n lineêre vergelyking

Vind die x -afsnit van die lyn $3x - 4y = 24$.

- A) -6
 - B) 6
 - C) 8
 - D) -8
-

Q21 — Intermediêr**Onderwerp:** Snypunt van twee reguit lyneVind die koördinate van die snypunt van $y = 3x - 1$ en $y = x + 5$.

- A) (3, 14)
 - B) (3, 8)
 - C) (6, 17)
 - D) (2, 7)
-

Afdeling 4 — Parabole

Die parabool $y = a(x - p)^2 + q$ (draaipuntvorm) het sy draaipunt by (p, q) en open opwaarts wanneer $a > 0$, afwaarts wanneer $a < 0$. Uit standaardvorm $y = ax^2 + bx + c$: die simmetrie-as is $x = -\frac{b}{2a}$, die diskriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ sê vir jou hoeveel x -afsnitte daar is, en die y -afsnit is eenvoudig c .

Q22 — Intermediêr**Onderwerp:** Draaipunt van 'n parabool in standaardvormVind die draaipunt van $y = x^2 - 6x + 5$.

- A) (3, -4)
 - B) (6, 5)
 - C) (3, 4)
 - D) (-3, 4)
-

Q23 — Intermediêr**Onderwerp:** Wortels van 'n faktoriseerbare kwadratiese uitdrukkingVind die wortels van $y = x^2 - 5x + 6$.

- A) $x = 1$ of $x = 6$
- B) $x = -2$ of $x = -3$
- C) $x = -1$ of $x = 5$
- D) $x = 2$ of $x = 3$

Q24 — Intermediêr**Onderwerp:** Kenmerke van 'n parabool in draaipuntvormWat is die draaipunt en openingsrigting van $y = -(x + 2)^2 + 8$?

- A) Draaipunt (2, 8), open opwaarts
 - B) Draaipunt (-2, -8), open afwaarts
 - C) Draaipunt (-2, 8), open afwaarts
 - D) Draaipunt (-2, 8), open opwaarts
-

Q25 — Basies**Onderwerp:** Simmetrie-asVind die simmetrie-as van $y = 2x^2 - 8x + 3$.

- A) $x = -2$
 - B) $x = 2$
 - C) $x = 4$
 - D) $x = -4$
-

Q26 — Gevorderd**Onderwerp:** Vind die vergelyking van 'n parabool uit die draaipunt en 'n punt

'n Parabool het draaipunt (2, -3) en gaan deur die punt (4, 5). Vind sy vergelyking.

- A) $y = (x - 2)^2 - 3$
 - B) $y = 2(x + 2)^2 - 3$
 - C) $y = 2(x - 2)^2 - 3$
 - D) $y = 2(x - 2)^2 + 3$
-

Q27 — Basies

Onderwerp: Waardeversameling van 'n afwaarts-openende parabool

Wat is die waardeversameling van $y = -(x + 3)^2 + 4$?

- A) $y \leq 4$
 - B) $y \leq -4$
 - C) $y \geq 4$
 - D) $y \geq -4$
-

Q28 — Basies

Onderwerp: y -afsnit van 'n kwadratiese funksie

Vind die y -afsnit van $y = 3x^2 - 2x + 7$.

- A) $y = 0$
 - B) $y = 5$
 - C) $y = -7$
 - D) $y = 7$
-

Q29 — Intermediêr

Onderwerp: Aantal reële wortels uit die diskriminant

Hoeveel reële wortels het $y = x^2 - 4x + 7$?

- A) 0 reële wortels
 - B) 1 reële wortel
 - C) 2 verskillende reële wortels
 - D) Kan nie sonder 'n grafiek bepaal word nie
-

Q30 — Gevorderd

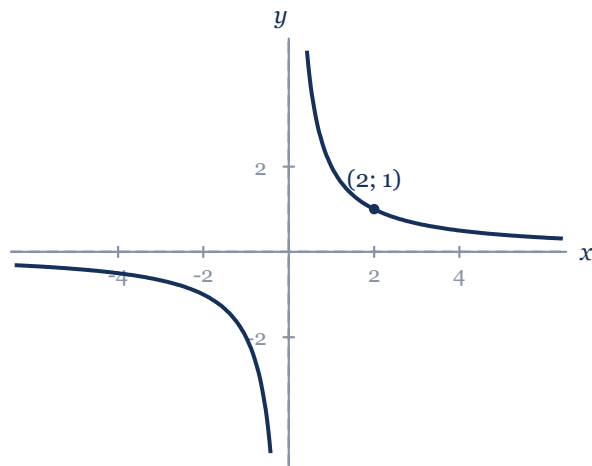
Onderwerp: Wortels van 'n kwadratiese funksie — die gefaktoriseerde afsnitte aflees

Vind die x -afsnitte van $y = x^2 - 2x - 8$.

- A) $x = 4$ en $x = 2$
 - B) $x = 4$ en $x = -2$
 - C) $x = -4$ en $x = 2$
 - D) $x = -4$ en $x = -2$
-

Afdeling 5 — Hiperbole

Die standaardhiperbool is $y = \frac{a}{x}$ of sy verskuifde vorm $y = \frac{a}{x + p} + q$. Die vertikale asimptoot is by $x = -p$ (waar die noemer gelyk aan nul is) en die horisontale asimptoot is by $y = q$ (die additiewe verskuiwing). Wanneer $a > 0$, beslaan die grafiek Kwadrante 1 en 3; wanneer $a < 0$, beslaan dit Kwadrante 2 en 4.

Q31 — Basies**Onderwerp:** Asimptote van die basiese hiperbool

Wat is die asimptote van $y = \frac{2}{x}$?

- A) $x = 2$ en $y = 0$
 - B) $x = 0$ en $y = 2$
 - C) Geen asimptote nie
 - D) $x = 0$ en $y = 0$
-

Q32 — Basies**Onderwerp:** Vertikale asimptoot van 'n verskuifde hiperbool

Wat is die vertikale asimptoot van $y = \frac{3}{x-2} + 1$?

- A) $x = 1$
 - B) $x = -2$
 - C) $x = 2$
 - D) $x = 3$
-

Q33 — Basies**Onderwerp:** Horisontale asimptoot van 'n verskuifde hiperboolWat is die horisontale asimptoot van $y = \frac{5}{x+3} - 4$?

- A) $y = 0$
 - B) $y = 4$
 - C) $y = -3$
 - D) $y = -4$
-

Q34 — Intermediêr**Onderwerp:** Definisieversameling van 'n verskuifde hiperboolWat is die definisieversameling van $y = \frac{1}{x+5}$?

- A) $x \neq -5$
 - B) $x \neq 5$
 - C) $x > -5$
 - D) Alle reële getalle
-

Q35 — Intermediêr**Onderwerp:** Kwadrante wat deur $y = 2/x$ beslaan wordIn watter kwadrante lê die grafiek van $y = \frac{2}{x}$?

- A) Kwadrante 1 en 2
 - B) Kwadrante 2 en 4
 - C) Kwadrante 1 en 3
 - D) Al vier kwadrante
-

Q36 — Intermediêr**Onderwerp:** Transformasie van 'n hiperbool

Hoe is die grafiek van $y = -\frac{3}{x}$ verwant aan $y = \frac{3}{x}$?

- A) 6 eenhede afwaarts verskuif
 - B) Gereflekteer oor die x -as
 - C) Gereflekteer oor die lyn $y = x$
 - D) Vertikaal gerek met 'n faktor van 3
-

Q37 — Gevorderd**Onderwerp:** Snyding van 'n hiperbool en 'n lyn

Vind die som van die x -koördinate waar $y = \frac{6}{x}$ en $y = x + 1$ mekaar sny.

- A) 1
 - B) -1
 - C) -6
 - D) 5
-

Afdeling 6 — Eksponensiële en Logaritmiese Funksies

Eksponensiële funksies het die vorm $y = a \cdot b^x$ (met $b > 0$, $b \neq 1$). Die horisontale asimptoot is altyd $y = 0$ tensy 'n vertikale verskuiwing bygevoeg word. Logaritmes is die inverses van eksponensiale: $y = \log_b x \iff b^y = x$. Die belangrikste logwette — die produk-, kwosiënt- en magreël — skakel om tussen vorme wat verskillend lyk maar ekwivalent is.

Q38 — Basies

Onderwerp: Evaluering van 'n eksponensiële funksie

As $f(x) = 2^x$, vind $f(5)$.

- A) 10
 - B) 16
 - C) 25
 - D) 32
-

Q39 — Basies

Onderwerp: Horisontale asimptoot van 'n eksponensiaal

Wat is die horisontale asimptoot van $y = 3 \cdot 2^x$?

- A) $y = 0$
 - B) $y = 2$
 - C) $y = 3$
 - D) $y = 6$
-

Q40 — Basies

Onderwerp: Oplos van 'n eenvoudige eksponensiële vergelyking

Los $2^x = 64$ op.

- A) $x = 32$
 - B) $x = 8$
 - C) $x = 6$
 - D) $x = 4$
-

Q41 — Intermediêr**Onderwerp:** Dalende eksponensiële funksies

Watter van die volgende beskryf $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ korrek?

- A) Dalende funksie met y -afsnit 1
 - B) Stygende funksie met y -afsnit 1
 - C) Dalende funksie met y -afsnit 0
 - D) Dalende funksie met y -afsnit 2
-

Q42 — Basies**Onderwerp:** Oplos van 'n logaritmiëse vergelyking

Los $\log_2(x) = 4$ op.

- A) $x = 8$
 - B) $x = 16$
 - C) $x = 4$
 - D) $x = 2$
-

Q43 — Intermediêr**Onderwerp:** Die magreël vir logaritmes

Watter uitdrukking is ekwivalent aan $\log_a(x^3)$?

- A) $(\log_a x)^3$
 - B) $\frac{3}{\log_a x}$
 - C) $\log_a(3x)$
 - D) $3 \log_a x$
-

Q44 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplos van 'n logaritmiese vergelyking (nie-triviaal)Los $\log_3(x + 1) = 2$ op.

A) $x = 1$

B) $x = 9$

C) $x = 8$

D) $x = 6$

Q45 — Intermediêr**Onderwerp:** Inverse van 'n eksponensiële funksieWat is die inverse van $y = 3^x$?

A) $y = 3^{-x}$

B) $y = x^3$

C) $y = \log_3 x$

D) $y = \frac{x}{3}$

Q46 — Basies**Onderwerp:** y -afsnit van 'n verskuifde eksponensiaalWat is die y -afsnit van $y = 2^{x+1}$?

A) $y = 1$

B) $y = 2$

C) $y = 3$

D) $y = 0$

Afdeling 7 — Transformasies en Inverses

Transformasies wysig 'n grafiek op voorspelbare maniere. Om 'n konstante buite die funksie by te tel, skuif dit vertikaal; om binne die argument by te tel, skuif dit horisontaal — maar die rigting verras baie studente: $f(x - h)$ skuif regs (nie links nie). Om $f(x)$ te negeer, reflekteer oor die x -as; om x te negeer, reflekteer oor die y -as. Die inverse van f word gevind deur x en y in die vergelyking om te ruil en vir y op te los — dit bestaan (as 'n funksie) slegs wanneer f die horisontalelyntoets slaag.

Q47 — Basies

Onderwerp: Vertikale verskuiwing as transformasie

Watter transformasie beeld $y = f(x)$ op $y = f(x) + 3$ af?

- A) Vertikale verskuiwing 3 eenhede opwaarts
 - B) Vertikale rekking met 'n faktor van 3
 - C) Horisontale verskuiwing 3 eenhede na regs
 - D) Vertikale verskuiwing 3 eenhede afwaarts
-

Q48 — Basies

Onderwerp: Rigting van 'n horisontale verskuiwing

Watter transformasie beeld $y = f(x)$ op $y = f(x - 5)$ af?

- A) Horisontale verskuiwing 5 eenhede na links
 - B) Vertikale verskuiwing 5 eenhede afwaarts
 - C) Vertikale verskuiwing 5 eenhede opwaarts
 - D) Horisontale verskuiwing 5 eenhede na regs
-

Q49 — Intermediêr**Onderwerp:** Refleksie oor die x -as $y = -f(x)$ is 'n refleksie van $y = f(x)$ oor watter as?

- A) Oorsprong
 - B) y -as
 - C) Lyn $y = x$
 - D) x -as
-

Q50 — Intermediêr**Onderwerp:** Refleksie oor die y -as $y = f(-x)$ is 'n refleksie van $y = f(x)$ oor watter as?

- A) y -as
 - B) x -as
 - C) Lyn $y = x$
 - D) Oorsprong
-

Q51 — Intermediêr**Onderwerp:** Horisontale teenoor vertikale rekking/saampersingWatter transformasie beeld $y = f(x)$ op $y = f(2x)$ af?

- A) Horisontale rekking met 'n faktor van 2
 - B) Horisontale saampersing met 'n faktor van 2
 - C) Vertikale rekking met 'n faktor van 2
 - D) Vertikale saampersing met 'n faktor van 2
-

Q52 — Basies**Onderwerp:** Vind die inverse van 'n lineêre funksieVind die inverse van $f(x) = 2x + 5$.

A) $f^{-1}(x) = 2x - 5$

B) $f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{2}$

C) $f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{2}$

D) $f^{-1}(x) = 5x + 2$

Q53 — Intermediêr**Onderwerp:** Inverse van 'n kwadratiese funksie (met 'n beperkte definisieversameling)Watter een stel die inverse van $y = x^2$ vir $x \geq 0$ korrek?

A) $y = \sqrt{x}$ vir $x \geq 0$

B) $y = \sqrt{x}$ vir alle reële x

C) $y = x^{1/2}$ vir slegs $x > 0$

D) $y = \pm\sqrt{x}$

Q54 — Basies**Onderwerp:** Samestelling van 'n funksie met sy inverseAs f enige funksie met inverse f^{-1} is, wat is $f(f^{-1}(7))$?

A) $f(7)$

B) 14

C) 1

D) 7

Q55 — Gevorderd**Onderwerp:** Vind die inverse van 'n rasionale funksieVind die inverse van $y = \frac{3}{x-1}$.

A) $y = \frac{3}{1-x}$

B) $y = \frac{3}{x} + 1$

C) $y = \frac{x-1}{3}$

D) $y = \frac{x}{4}$

Afdeling 8 — Interpretasie van Grafieke

Die NBT bied gereeld 'n beskryfde of gesketste grafiek aan en vra jou om daarvoor te redeneer.

Kernvaardighede: lees waar 'n funksie positief, negatief, stygend of dalend is; identifiseer nulpunte en afsnitte; herken asimptote; en pas 'n vergelyking by 'n beskrywing van 'n grafiek se kenmerke.

Q56 — Intermediêr**Onderwerp:** Lees die gradiënt van 'n beskryfde grafiek'n Reguitlyngrafiek gaan deur $(-3, -1)$ en $(3, 7)$. Wat is die gradiënt van hierdie lyn?

A) $\frac{3}{4}$

B) $-\frac{4}{3}$

C) $\frac{4}{3}$

D) $\frac{8}{3}$

Q57 — Basies**Onderwerp:** Waar 'n kwadratiese funksie negatief isVir watter waardes van x is $y = x^2 - 4$ negatief?

- A) $x > 2$ of $x < -2$
 - B) $-2 < x < 2$
 - C) $x = \pm 2$
 - D) Alle reële x
-

Q58 — Intermediêr**Onderwerp:** Stygende en dalende intervalleDie funksie $f(x) = -(x - 2)^2 + 5$ is stygend vir:

- A) $x > 2$
 - B) slegs $x = 2$
 - C) Alle reële x
 - D) $x < 2$
-

Q59 — Intermediêr**Onderwerp:** Teken van 'n funksie op 'n intervalVir watter waardes van x is $f(x) = (x - 1)^2 - 9$ negatief?

- A) $-2 < x < 4$
 - B) $-3 < x < 3$
 - C) $x < -2$ of $x > 4$
 - D) $x > 4$
-

Q60 — Basies**Onderwerp:** Maksimumwaarde van 'n kwadratiese funksieVind die maksimumwaarde van $y = -2x^2 + 8x - 5$.

- A) $y = 5$
 - B) $y = 8$
 - C) $y = 11$
 - D) $y = 3$
-

Q61 — Intermediêr**Onderwerp:** Gebruik van grafieke om ongelykhede op te losVir watter waardes van x lê die grafiek van $y = x^2 - 4$ **bo** die grafiek van $y = x + 2$?

- A) $x < -2$ of $x > 3$
 - B) $-2 < x < 3$
 - C) $x > 3$
 - D) $x < -2$
-

Q62 — Basies**Onderwerp:** Identifisering van 'n funksie aan sy waardeversamelingWatter van die volgende funksies het waardeversameling $y \geq 0$?

- A) $y = x$
 - B) $y = \frac{1}{x}$
 - C) $y = x^2$
 - D) $y = x^3$
-

Q63 — Intermediêr

Onderwerp: Identifisering van 'n nie-funksie uit 'n beskrywing

Watter van die volgende grafieke KAN NIE 'n funksie voorstel nie?

- A) 'n Parabool wat opwaarts open
 - B) 'n Sirkel met middelpunt by die oorsprong
 - C) 'n Eksponensiële kromme
 - D) 'n Logaritmiese kromme
-

Q64 — Intermediêr

Onderwerp: Lees 'n horisontale asimptoot uit 'n vergelyking

Wat is die horisontale asimptoot van $y = \frac{2}{x+3} - 1$?

- A) $y = 2$
 - B) $y = 3$
 - C) $y = 0$
 - D) $y = -1$
-

Q65 — Gevorderd

Onderwerp: Identifisering van 'n vergelyking uit verskeie grafiekkenmerke

'n Grafiek het hierdie eienskappe: y -afsnit by $(0, 3)$; vertikale asimptoot by $x = -2$; horisontale asimptoot by $y = 1$. Watter vergelyking pas?

- A) $y = 1 + \frac{4}{x+2}$
 - B) $y = 1 + \frac{4}{x-2}$
 - C) $y = -1 + \frac{4}{x+2}$
 - D) $y = 1 - \frac{4}{x+2}$
-

Afdeling 9 — Absolutewaarde-funksies (V-grafieke)

Die absolute waarde van 'n getal is sy **afstand vanaf nul**, dus is dit nooit negatief nie: $|5| = 5$ en $|-5| = 5$. Formeel $|x| = \sqrt{x^2}$, wat 'n ander manier is om te sê "kwadreer dit, en neem dan die positiewe wortel — die teken word onderweg vernietig."

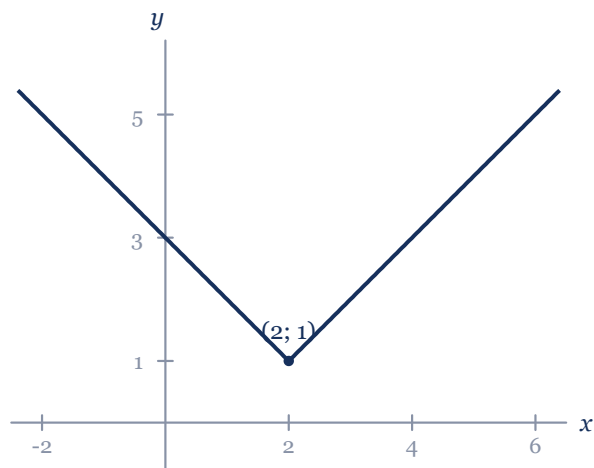
Die grafiek van $y = |x|$ is 'n **V**: die regterhelfte is die lyn $y = x$, en die linkerhelfte is daardie lyn wat opwaarts in $y = -x$ gereflekteer is. Alles wat onder die x -as sou duik, word terug bo dit gevou.

$$y = a|x - p| + q$$

gedra hom presies soos die parabool se draaipuntvorm: die **hoekpunt** (die skerp punt van die V) sit by (p, q) , die V open **opwaarts** wanneer $a > 0$ en **afwaarts** wanneer $a < 0$, en $|a|$ beheer hoe steil die arms is. Twee feite doen die meeste van die werk in eksamen vrae:

- $|enigiets| \geq 0$ — altyd. 'n Absolute waarde kan nooit gelyk wees aan 'n negatiewe getal nie.
- $|X| = k$ (met $k > 0$) het **twee** oplossings, want X kan $+k$ of $-k$ wees.

Waarom die ander verkeerd is: Toets elke eienskap om die beurt. **B** plaas die vertikale asimptoot by $x = +2$. **C** plaas die horisontale asimptoot by $y = -1$. **D** slaag albei asimptoottoetse en misluk dan die y -afsnit: dit gee -1 , nie 3 nie.

Q66 — Basies**Onderwerp:** Hoekpunt en vorm van 'n absolutewaarde-grafiek

Wat is die koördinate van die hoekpunt van $y = |x - 2| + 1$, en watter kant toe open die grafiek?

- A) $(-2, 1)$, open opwaarts
 - B) $(2, 1)$, open opwaarts
 - C) $(2, -1)$, open afwaarts
 - D) $(2, 1)$, open afwaarts
-

Q67 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplos van 'n absolutewaarde-vergelyking

Los op vir x : $|2x - 6| = 8$

- A) slegs $x = 7$
 - B) $x = 4$ of $x = -4$
 - C) $x = 7$ of $x = -1$
 - D) $x = 7$ of $x = -2$
-

Q68 — Intermediêr**Onderwerp:** Waardeversameling van 'n afwaartse V-grafiekWat is die waardeversameling van $y = -|x| + 4$?

- A) $y \geq 4$
 - B) $y \leq 4$
 - C) $y \geq 0$
 - D) Alle reële getalle
-

Q69 — Gevorderd**Onderwerp:** Herkenning van 'n onmoontlike absolutewaarde-vergelykingHoeveel reële oplossings het $|x - 3| + 5 = 2$?

- A) Geen
 - B) Een
 - C) Twee
 - D) Oneindig baie
-

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtypes wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Die NBT MAT hergebruik vraagtypes jaar ná jaar uit 'n stabiele bank. Die drie vrae hieronder is direk gemodelleer op tipes wat herhaaldelik in onlangse vraestelle bevestig is en wat nog nie in hierdie hoofstuk verteenwoordig was nie. Elke antwoord is onafhanklik masjiengeverifieer.

Q70 — Gevorderd**Onderwerp:** Inverse van 'n rasionale funksie

Vind die inverse van die funksie

$$f(x) = \frac{2x}{1 - 3x}$$

- A) $f^{-1}(x) = \frac{2x}{3x + 1}$
 B) $f^{-1}(x) = \frac{1 - 3x}{2x}$
 C) $f^{-1}(x) = \frac{x}{3x + 2}$
 D) $f^{-1}(x) = \frac{x}{2 - 3x}$
-

Q71 — Gevorderd**Onderwerp:** Omkering van 'n reeks transformasies

'n Grafiek word 3 eenhede na **links** getransleer en dan in die x -as gereflekteer. Die resulterende grafiek het vergelyking

$$y = \frac{2}{x - 1}$$

Wat was die vergelyking van die grafiek **voor** hierdie transformasies?

- A) $y = -\frac{2}{x - 4}$
 B) $y = \frac{2}{x - 4}$
 C) $y = -\frac{2}{x + 2}$
 D) $y = \frac{2}{x + 2}$
-

Q72 — Gevorderd

Onderwerp: Sirkel met middelpunt by die oorsprong wat 'n hiperbool raak

'n Sirkel met middelpunt by die oorsprong raak elke tak van die hiperbool $y = \frac{8}{x}$ by presies een punt.

Die vergelyking van die sirkel is:

A) $x^2 + y^2 = 8$

B) $x^2 + y^2 = 16$

C) $x^2 + y^2 = 4$

D) $x^2 + y^2 = 64$

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 1 — Funksienotasie en Evaluering

Q1 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Vervang $x = -1$ versigtig.

$$f(-1) = 2(-1)^2 + 3(-1) - 4$$

Stap 2 — Evalueer elke term.

$$(-1)^2 = 1, \text{ dus } 2(1) = 2.$$

$$3(-1) = -3.$$

$$f(-1) = 2 + (-3) + (-4) = 2 - 3 - 4 = -5$$

Stap 3 — Kontroleer waar elke afleier vandaan kom.

B) -9 : Die student hanteer $(-1)^2 = -1$ in plaas van $+1$, wat $2(-1) - 3 - 4 = -9$ gee. Kwadrering lewer altyd 'n nie-negatiewe resultaat — $(-1)^2 = (-1)(-1) = +1$.

A) 1: Die student vervang $x = 1$ (en ignoreer die negatief), wat $2 + 3 - 4 = 1$ gee.

D) 3: Die student maak 'n tekenfout op die konstante, en lees -4 as $+4$: $2 - 3 + 4 = 3$.

Onthou: Wanneer die inset negatief is, skryf dit in hakies — $(-1)^2$ — voordat jy vereenvoudig. Laat die hakies nooit weg nie; $-1^2 = -(1^2) = -1$, maar $(-1)^2 = +1$.

Q2 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

Vervang elke x met $(a + 1)$, en brei dan uit:

$$f(a + 1) = 5(a + 1) + 3 = 5a + 5 + 3 = 5a + 8$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($5a + 3$) het $f(a)$ geëvalueer — die $+1$ is geïgnoreer.
- **C** ($5a + 4$) het $5a + 1 + 3$ geskryf, en vergeet om die 1 met 5 te vermenigvuldig.
- **D** ($5a + 11$) het die funksie as additief hanteer: $f(a) + f(1)$. Funksies verdeel nie oor optelling nie.

Onthou: $f(\square) = 5(\square) + 3$ — die blokkie hou die **hele** nuwe uitdrukking, hakies en al.

Q3 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking**

Die reël: 'n verwantskap is 'n funksie wanneer elke **inset** presies **een** uitset het.

- **A** — inset 1 gee beide 2 en 3 . Nie 'n funksie nie.
- **B** — $x^2 + y^2 = 9$ is 'n sirkel; $x = 0$ gee $y = \pm 3$. Nie 'n funksie nie.
- **C** — die vertikale lyn $x = 3$ stuur een inset na elke y gelyktydig. Nie 'n funksie nie.
- **D** — $1 \rightarrow 5, 2 \rightarrow 5, 3 \rightarrow 7$. Elke inset het een uitset ✓ Twee insette wat 'n uitset *deel*, is in orde.

Onthou: Twee insette mag 'n uitset deel; een inset mag nooit twee hê nie. Dit is presies wat die vertikale lyn toets nagaan — as 'n vertikale lyn die grafiek twee keer sny, is dit nie 'n funksie nie.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

$g(f(x))$ beteken pas **eers** f toe, dan g . Die inset vir g is dus $2x + 1$:

$$g(f(x)) = (2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($4x^2 + 1$) het die middelterm laat val. 'n Binoomkwadraat het altyd drie terme.
- **D** ($2x^2 + 1$) het eerder $f(g(x))$ bereken — samestelling is **nie** kommutatief nie.
- **C** ($4x^2 + 2x + 1$) het $a^2 + ab + b^2$ gebruik, en die faktor van 2 gemis.

Onthou: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — die middelterm is $2ab$. Lees $g(f(x))$ as "sit $f(x)$ in g ", en werk van binne na buite.

Q5 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Vervang $-x$ en vergelyk met $f(x)$:

$$f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 = x^4 - 3x^2 = f(x)$$

Aangesien $f(-x) = f(x)$, is die funksie **ewe**.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (onewe) sou $f(-x) = -f(x)$ vereis, dit wil sê $-x^4 + 3x^2$. Nie gelyk nie.
- **C** beweer gemengde eksponente. Albei eksponente hier (4 en 2) is ewe — en dit is presies waarom dit werk.
- **D** sê polinome kan nie ewe of onewe wees nie. Hulle is die algemeenste voorbeelde: $f(x) = x^2$ is die eenvoudigste ewe een.

Onthou: Ewe eksponente deurgaans $\rightarrow$ ewe funksie. Een term met 'n onewe eksponent tussen hulle maak die funksie **nie een van die twee nie**.

Q6 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Stel die vergelyking op.

$$3x - 7 = 14$$

Stap 2 — Los op.

$$3x = 21 \implies x = 7$$

Stap 3 — Verduidelik elke fout.

A) $\frac{14}{3}$: Die student los $3x = 14$ op (ignoreer die -7 , en hanteer die vergelyking asof $g(x) = 3x$).

C) 3: Die student bereken $3x = 21$ korrek maar deel dan 21 deur 7 (die antwoord) in plaas van deur 3:
 $21 \div 7 = 3$.

B) 63: Die student kry $3x = 21$ korrek maar vermenigvuldig dan eerder as om te deel: $21 \times 3 = 63$.

Onthou: Isoleer die veranderlike altyd deur dieselfde bewerking op albei kante te doen. Ná die optel van 7: $3x = 21$. Om albei kante deur 3 te deel, gee $x = 7$, nie $x = 21 \times 3$ nie.

Q7 — Gevorderd — Antwoord: C**Verduideliking**

Kies die regte stuk vir elke inset. $-2 < 0$ gebruik die eerste; $3 \geq 0$ gebruik die tweede.

$$f(-2) = (-2)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6 \quad f(3) = 2(3) + 1 = 7$$

$$f(-2) + f(3) = 13$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (3) het die verkeerde stuk vir **albei** insette gebruik.
- **B** (9) het 'n teken laat glip: het $-(-2)$ as -2 gelees, wat $f(-2) = 2$ gee.
- **D** (12) het die $+1$ uit $f(3)$ laat val.

Onthou: Skryf neer **watter stuk** jy gebruik voordat jy vervang. Een ekstra sekonde voorkom die algemeenste fout hier.

Afdeling 2 — Definisieversameling en Waardeversameling**Q8 — Basies — Antwoord: B****Verduideliking**

Stap 1 — Vereis dat die uitdrukking onder die wortel nie-negatief is.

$$x - 3 \geq 0 \implies x \geq 3$$

Stap 2 — Kontroleer die grenswaarde.

By $x = 3$: $\sqrt{3 - 3} = \sqrt{0} = 0$. Dit is gedefinieer, dus is $x = 3$ ingesluit. Die definisieversameling gebruik $\geq$, nie $>$ nie.

Stap 3 — Verduidelik foute.

A) $x > 3$: Sluit $x = 3$ uit, maar $\sqrt{0} = 0$ is heeltemal gedefinieer. Die streng ongelykheid is verkeerd.

D) $x \leq 3$: Keer die ongelykheid heeltemal om.

C) Alle reële getalle: Ignoreer die beperking. $f(2) = \sqrt{-1}$, wat nie reël is nie.

Onthou: Definisieversamelings van vierkantswortels gebruik ≥ 0 (nie > 0 nie), want nul is 'n geldige inset: $\sqrt{0} = 0$. Slegs die vierkantswortel van 'n streng negatiewe getal is ongedefinieer in die reële getalle.

Q9 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Identifiseer wanneer die noemer gelyk aan nul is.**

$$x - 4 = 0 \implies x = 4$$

Stap 2 — Noem die definisieversameling.

Alle reële getalle is geldige insette behalwe $x = 4$, wat die noemer nul maak (deling deur nul is ongedefinieer).

Stap 3 — Spoor die foute na.

B) $x > 4$: Sluit alle waardes kleiner as 4 onnodig uit — $f(0) = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$ is heeltemal gedefinieer.

C) $x \geq 4$: Sluit waardes < 4 uit en sluit steeds die problematiese $x = 4$ in.

A) Alle reële getalle: Hou nie rekening met $x = 4$ nie, waar die funksie ongedefinieer is.

Onthou: 'n Rasionale funksie is slegs ongedefinieer waar die noemer gelyk aan nul is. Elke ander reële getal is 'n geldige inset, insluitend negatiewes en getalle kleiner as 4.

Q10 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Vind die minimum van $x^2 + 2$.**

$x^2 \geq 0$ vir alle reële x , met minimumwaarde 0 by $x = 0$.

Deur 2 by te tel: $f(x) = x^2 + 2 \geq 0 + 2 = 2$.

Stap 2 — Kontroleer of die minimum bereik word.

By $x = 0$: $f(0) = 0 + 2 = 2$. Die waarde 2 word bereik, dus sluit die waardeversameling 2 in.

$$\text{Waardeversameling: } y \geq 2$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

A) $y \geq 0$: Ignoreer die +2-verskuiwing — dit sou die waardeversameling van $y = x^2$ wees, nie $y = x^2 + 2$ nie.

B) Alle reële getalle: Sou negatiewe uitsette vereis, maar $x^2 + 2 \geq 2 > 0$ altyd.

D) $y > 2$: Sluit $y = 2$ uit, maar $f(0) = 2$, dus is 2 in die waardeversameling.

Onthou: Die waardeversameling van $f(x) = x^2 + c$ is $y \geq c$, want $x^2 \geq 0$ en die verskuiwing c skuif die minimum op na c .

Q11 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 — Vereis dat die radikand nie-negatief is.**

$$4 - x^2 \geq 0$$

Stap 2 — Los die ongelykheid op.

$$x^2 \leq 4 \implies |x| \leq 2 \implies -2 \leq x \leq 2$$

Stap 3 — Verifieer die grenswaardes.By $x = \pm 2$: $4 - 4 = 0 \geq 0$. Albei eindpunte is geldig.**Stap 4 — Verduidelik foute.**C) $x \geq -2$: Vang die linkergrens korrek maar mis die regterkant: vir $x = 3$, $4 - 9 = -5 < 0$ — ongedefinieer.B) $x \leq 2$: Vang die regtergrens maar mis die linkerkant: vir $x = -3$, $4 - 9 = -5 < 0$ — ongedefinieer.D) $x \geq 0$: Beperk tot slegs nie-negatiewe insette, en verloor die linkerhelfte van die geldige definisieversameling.**Onthou:** Wanneer die radikand 'n afwaarts-openende uitdrukking $c - x^2$ is, is die definisieversameling 'n geslote interval $[-\sqrt{c}, \sqrt{c}]$. Los altyd albei kante van die ongelykheid gelyktydig op.**Q12 — Intermediêr — Antwoord: B****Verduideliking**Die vorm is $a(x - p)^2 + q$ met $a = -1$, draaipunt $(1, 9)$.Aangesien $a < 0$ open die parabool **afwaarts**, dus is 9 'n **maksimum**:

$$\text{Waardeversameling: } y \leq 9$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($y \geq 9$) hanteer die draaipunt as 'n minimum. Afwaarts-openend beteken maksimum.
- **D** ($y \geq 0$) beskryf 'n opwaartse parabool met draaipunt by die oorsprong — twee foute gelyktydig.
- **C** (alle reëles) sou arbitrêr groot waardes vereis, maar die uitdrukking oorskry nooit 9 nie.

Onthou: Die teken van a bepaal die waardeversameling: $a > 0$ gee $y \geq q$, $a < 0$ gee $y \leq q$.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

'n Logaritme benodig 'n streng positiewe argument:

$$2x - 6 > 0 \implies 2x > 6 \implies x > 3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($x > 6$) het $2x > 6$ bereik en toe vergeet om deur 2 te deel.
- **C** ($x \geq 3$) sluit $x = 3$ in, waar die argument 0 is — en $\ln(0)$ is ongedefinieer.
- **A** ($x > 0$) beperk x in plaas van die **argument**. Die voorwaarde kom van $2x - 6$, nie van x nie.

Onthou: Vir logs moet die argument > 0 wees — streng. Nooit ≥ 0 nie.

Q14 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

Definisieversameling: die noemer $(x - 2)^2$ is slegs by $x = 2$ nul, dus $x \neq 2$.

Waardeversameling: 'n vierkant is oral positief behalwe by $x = 2$ (uitgesluit), dus is $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ altyd **positief**. Dit kan nooit gelyk aan 0 wees nie — dit sou $1 = 0$ vereis. En dit bereik elke positiewe waarde: dit groei sonder grens naby $x = 2$ en krimp na 0 toe ver weg. Dus $y > 0$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (definisieversameling $x > 2$) sluit die linkerkant uit, maar $f(0) = \frac{1}{4}$ is heeltemal in orde.
- **C** (waardeversameling $y \geq 0$) sluit 0 in, wat f nooit bereik nie.
- **D** (alle reëles) ignoreer $x = 2$.

Onthou: Vir $\frac{1}{(x-p)^2}$: definisieversameling $x \neq p$, waardeversameling $y > 0$. 'n Gekwadreerde noemer maak die uitset streng positief en nooit nul nie.

Afdeling 3 — Lineêre Funksies

Q15 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Pas die gradiëntformule toe.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{0 - (-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

- A) 4: Die student lees die y -afsnit af (waar die lyn die y -as by $(0, 4)$ sny) en rapporteer dit as die gradiënt.
- B) -2 : Die student lees die x -afsnit af (die lyn sny die x -as by $(-2, 0)$) en rapporteer dit as die gradiënt.
- D) $\frac{1}{2}$: Die student keer die breuk om: $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (horisontale oor vertikale verandering, in plaas van vertikale oor horisontale).

Onthou: Gradiënt = vertikale verandering $\div$ horisontale verandering = $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Kies jou twee punte konsekwent: $y_2 - y_1$ bo, $x_2 - x_1$ onder, met dieselfde volgorde van onderskrifte.

Q16 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Gebruik die punt-gradiënt-vorm.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 3(x - 2)$$

Stap 2 — Brei uit.

$$y - 4 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 6 + 4 = 3x - 2$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) $y = 3x + 4$: Die student gebruik die y -koördinaat van die gegewe punt direk as die y -afsnit: $c = 4$. Dit is slegs geldig wanneer die gegewe punt die y -afsnit is (dit wil sê wanneer $x_1 = 0$).
- D) $y = 3x - 4$: Die student bereken $c = y_1 - x_1 = 4 - 2 \times \dots$ of maak 'n rekenfout in die uitbreiding.
- C) $y = 3x + 2$: Die student gebruik $c = x_1 = 2$ — lees die x -koördinaat as die afsnit.

Onthou: Die y -afsnit c word gevind deur die gegewe punt in $y = mx + c$ te vervang en op te los: $4 = 3(2) + c \Rightarrow c = 4 - 6 = -2$.

Q17 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Gradiënt: $m = \frac{9 - 3}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$

Afsnit: vervang $(-1, 3)$ in $y = 2x + c$:

$$3 = 2(-1) + c \implies c = 5$$

$$y = 2x + 5$$

Kontroleer met die ander punt: $2(2) + 5 = 9 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($c = 7$) het die **gradiënt** van y afgetrek in plaas van $2x_2 = 4$.
- **C** ($c = 3$) het c direk van die eerste punt se y -koördinaat afgelees.
- **D** ($c = 1$) het $x_1 = +1$ in plaas van -1 gebruik, en die teken verloor.

Onthou: Vervang **albei** koördinate in $y = mx + c$ en let op die tekens — hier is $2(-1) = -2$, nie $+2$ nie.

Q18 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Roep die voorwaarde vir ewewydige lyne in gedagte.

Twee lyne is ewewydig as en slegs as hulle dieselfde gradiënt het.

Die gegewe lyn $y = 3x - 7$ het gradiënt $m = 3$.

Stap 2 — Vind elke opsie se gradiënt.

A) $y = 3x + 7$: gradiënt = 3. Ewewydig.

D) $3y = x + 5 \implies y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$: gradiënt = $\frac{1}{3} \neq 3$. **NIE ewewydig NIE.** $\checkmark$

C) $y - 3x = 2 \implies y = 3x + 2$: gradiënt = 3. Ewewydig.

B) $2y = 6x - 1 \implies y = 3x - \frac{1}{2}$: gradiënt = 3. Ewewydig.

Onthou: Herrangskik altyd na $y = mx + c$ voordat jy die gradiënt aflees. 'n Koëffisiënt voor y (soos $3y$ of $2y$) verander die gradiënt met 'n faktor — deel eers albei kante.

Q19 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Pas die loodregtheidsvoorwaarde toe.

As twee lyne loodreg is, is die produk van hulle gradiënte -1 :

$$m_1 \times m_2 = -1$$

Stap 2 — Los op vir m_2 .

$$\frac{1}{4} \times m_2 = -1 \implies m_2 = -4$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) $\frac{1}{4}$: Dieselfde gradiënt — dit beskryf 'n ewewydige lyn, nie 'n loodregte een nie.
- C) 4: Die resiprook sonder die tekenverandering. Die loodregte gradiënt is die **negatiewe** resiprook.
- D) $-\frac{1}{4}$: Die negatief sonder die resiprook. Twee afsonderlike bewerkings word vereis: keer die breuk om ÉN verander die teken.

Onthou: Loodregte gradiënt $= -\frac{1}{m}$. Vir $m = \frac{1}{4}$: keer om na $\frac{4}{1} = 4$, en negeer dan na -4 .

Q20 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Stel $y = 0$ (die x -afsnit lê op die x -as, waar $y = 0$).

$$3x - 4(0) = 24$$

$$3x = 24 \implies x = 8$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

- A) -6 : Die student vind die y -afsnit deur $x = 0$ te stel: $-4y = 24 \Rightarrow y = -6$ — dit is die y -afsnit, nie die x -afsnit nie.
- B) 6: Die student vind die y -afsnit ($y = -6$) maar neem die absolute waarde daarvan.
- D) -8 : Die student maak 'n tekenfout by die deling: $3x = 24 \Rightarrow x = -8$ (negeer verkeerdelik).

Onthou: Vir afsnitte, onthou die reël: x -afsnit $\rightarrow$ stel $y = 0$; y -afsnit $\rightarrow$ stel $x = 0$. Hulle is verskillende punte en sal gewoonlik verskillende waardes hê.

Q21 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stel die twee uitdrukkings gelyk en los op:

$$3x - 1 = x + 5 \implies 2x = 6 \implies x = 3$$

Vind dan y : $y = 3(3) - 1 = 8$, dus is die punt $(3, 8)$.

Kontroleer in die ander vergelyking: $3 + 5 = 8 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $(3, 14)$ het $x = 3$ gevind en toe die twee vergelykings verwar met die berekening van y .
- **C** $(6, 17)$ het $2x = 6$ bereik maar $x = 6$ afgelees, en vergeet om te deel.
- **D** $(2, 7)$ het 'n teken laat glip: $5 - 1$ in plaas van $5 + 1$.

Onthou: Stel die twee y -uitdrukkings gelyk, los op vir x , vervang terug — en **kontroleer dan in die ander vergelyking**.

Afdeling 4 — Parabole

Q22 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Vind die x -koördinaat van die draaipunt.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3$$

Stap 2 — Vind die y -koördinaat.

$$y = (3)^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$$

Draaipunt: $(3, -4)$.

Stap 3 — Verduidelik foute.

- B) (6, 5): Die student lees die waardes van b en c direk as die draaipuntkoördinate af — dit is nie draaipuntkoördinate nie.
- C) (3, 4): Die student vind $x = 3$ korrek maar neem die absolute waarde van y : $|-4| = 4$, en ignoreer die negatiewe teken.
- D) (-3, 4): Die student negeer die x -koördinaat (dalk met die gedagte $x = -b/2a = -3$) en neem $|y| = 4$.

Onthou: Die y -koördinaat van die draaipunt moet bereken word deur $x = 3$ terug in die oorspronklike vergelyking te vervang. Moenie dit uit die koëffisiënte aflees nie.

Q23 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Faktoriseer: twee getalle wat tot +6 vermenigvuldig en tot -5 optel, is -2 en -3.

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0 \implies x = 2 \text{ or } 3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (1, 6) vermenigvuldig tot 6 ✓ maar tel op tot 7 ✗ — faktorpare geraai sonder om die som te kontroleer.
- **B** (-2, -3) kom van $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$ — verkeerde tekens deurgaans.
- **C** (-1, 5) tel op tot 4, nie -5 nie.

Onthou: Albei voorwaardes moet geld: produk = c **en** som = b . Produk +6 met som -5 dwing **albei** getalle om negatief te wees.

Q24 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Lees die draaipuntvorm $y = a(x - p)^2 + q$.

Herskryf as $y = -1 \cdot (x - (-2))^2 + 8$.

Dus $a = -1$, $p = -2$, $q = 8$. Draaipunt: $(-2, 8)$.

Stap 2 — Bepaal die rigting.

$a = -1 < 0$: die parabool open **afwaarts**.

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) Draaipunt $(2, 8)$: Die student lees $+2$ as die p -waarde, en ignoreer dat $y = a(x - p)^2 + q$ $x - p$ vereis; aangesien ons $x + 2 = x - (-2)$ het, $p = -2$.
- B) Draaipunt $(-2, -8)$: Die draaipunt se x -koördinaat is korrek, maar die student negeer die q -waarde: -8 in plaas van 8 .
- D) Draaipunt $(-2, 8)$: Albei draaipuntkoördinate is korrek maar die rigting is verkeerd — 'n negatiewe a gee altyd 'n afwaarts-openende parabool.

Onthou: In $y = a(x - p)^2 + q$ is die draaipunt (p, q) . Let op die teken: $(x + 2) = (x - (-2))$, dus $p = -2$, nie $+2$ nie.

Q25 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Pas die formule toe.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2(2)} = \frac{8}{4} = 2$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

- A) $x = -2$: Die student pas die formule as $\frac{b}{2a} = \frac{-8}{4} = -2$ toe, en vergeet die leidende negatiewe teken in $-\frac{b}{2a}$. Aangesien $b = -8$, benodig ons $-(-8) = +8$ in die teller.
- C) $x = 4$: Die student gebruik $\frac{b}{a} = \frac{-8}{2} = -4$... of dalk $\frac{|b|}{a} = \frac{8}{2} = 4$ (laat die faktor 2 in die noemer weg).

- D) $x = -4$: Die student gebruik $\frac{b}{a} = \frac{-8}{2} = -4$ (laat die faktor 2 in $2a$ weg, en behou die teken).

Onthou: Memoriseer $x = -\frac{b}{2a}$ as 'n formule — die teller is $-b$, die noemer is $2a$. Vir $2x^2 - 8x + 3$: $a = 2, b = -8$, dus $x = -(-8)/(2 \times 2) = 8/4 = 2$.

Q26 — Gevorderd — Antwoord: C**Verduideliking**

Begin by draaipuntvorm met draaipunt $(2, -3)$: $y = a(x - 2)^2 - 3$

Vervang die punt $(4, 5)$ om a te vind:

$$5 = a(2)^2 - 3 = 4a - 3 \implies a = 2$$

$$y = 2(x - 2)^2 - 3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $a = 1$ aangeneem sonder om te kontroleer. By $x = 4$ gee dit $y = 1$, nie 5 nie.
- **B** gebruik $(x + 2)$, wat die draaipunt by -2 plaas.
- **D** gebruik $+3$, wat die draaipunt by $y = 3$ plaas.

Onthou: Die draaipunt gee jou p en q gratis, maar a benodig **een ekstra punt**. Vervang dit altyd en los op.

Q27 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

Stap 1 — Identifiseer die draaipunt en die rigting.

Draaipunt: $(-3, 4)$. Leidende koëffisiënt $a = -1 < 0$: open afwaarts.

Stap 2 — Noem die waardeversameling.

Die draaipunt gee die maksimumwaarde van 4. Die parabool strek sonder grens afwaarts:

$$\text{Waardeversameling: } y \leq 4$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

C) $y \geq 4$: Hanteer die draaipunt as 'n minimum — korrekte logika vir opwaartse parabole, verkeerd hier.

B) $y \leq -4$: Negeer die q -waarde verkeerdelik. Die draaipunt se hoogte is $+4$, nie -4 nie.

D) $y \geq -4$: Kombineer albei foute: negeer q en hanteer dit as 'n minimum.

Onthou: Waardeversameling van $-(x - p)^2 + q$: die maksimum is q (by die draaipunt), dus waardeversameling $= y \leq q$.

Q28 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Stel $x = 0$.**

$$y = 3(0)^2 - 2(0) + 7 = 0 - 0 + 7 = 7$$

Stap 2 — Verduidelik foute.A) $y = 0$: Die student stel $y = 0$ (en vind die x -afsnit) eerder as $x = 0$.B) $y = 5$: Die student evalueer $-2x$ by $x = 0$ as -2 (en vergeet om met 0 te vermenigvuldig): $0 - 2 + 7 = 5$. Die term $-2x$ by $x = 0$ is $-2(0) = 0$, nie -2 nie.C) $y = -7$: Die student negeer die konstante term, en lees $+7$ as -7 .**Onthou:** Die y -afsnit van enige polinoom $y = ax^n + \dots + c$ is altyd die konstante term c , gevind deur $x = 0$ te stel. Elke term met x verdwyn.**Q29 — Intermediêr — Antwoord: A****Verduideliking****Stap 1 — Bereken die diskriminant.**

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(7) = 16 - 28 = -12$$

Stap 2 — Interpreteer. $\Delta < 0$: geen reële wortels nie. Die parabool sny nie die x -as nie.**Stap 3 — Verduidelik foute.**B) 1 reële wortel: Sou $\Delta = 0$ vereis (die parabool raak die x -as presies een keer).C) 2 verskillende reële wortels: Sou $\Delta > 0$ vereis.

D) Kan nie bepaal word nie: Die diskriminant gee 'n definitiewe antwoord — geen grafiek nodig nie.

Onthou: $\Delta < 0 \Rightarrow$ geen reële wortels nie; $\Delta = 0 \Rightarrow$ een herhaalde wortel; $\Delta > 0 \Rightarrow$ twee verskillende reële wortels.**Q30 — Gevorderd — Antwoord: B****Verduideliking****Stap 1 — Faktoriseer.**Vind twee getalle met produk -8 en som -2 : dit is -4 en $+2$.

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$$

Stap 2 — Los op.

$$x = 4 \quad \text{or} \quad x = -2$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) $x = 4$ en $x = 2$: Gebruik $(x - 4)(x - 2) = x^2 - 6x + 8$ — verkeerde konstante term.
- C) $x = -4$ en $x = 2$: Gebruik $(x + 4)(x - 2) = x^2 + 2x - 8$ — korrekte konstante maar verkeerde teken op die middelterm (die som is $+2$, nie -2 nie).
- D) $x = -4$ en $x = -2$: Gebruik $(x + 4)(x + 2) = x^2 + 6x + 8$ — verkeerd op beide die middel- en die konstante term.

Onthou: Kontroleer altyd beide die produk en die som van jou gekose faktorpaar: produk = c , som = b . 'n Vinnige vermenigvuldiging van die faktore bevestig die faktoriseringsvoordat jy die wortels noem.

Afdeling 5 — Hiperbole

Q31 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Vind die vertikale asimptoot.**

Die noemer is x . Om $x = 0$ te stel, gee 'n nulnoemer: vertikale asimptoot by $x = 0$ (die y -as).

Stap 2 — Vind die horisontale asimptoot.

Soos $x \rightarrow \pm\infty$, $y = \frac{2}{x} \rightarrow 0$: horisontale asimptoot by $y = 0$ (die x -as).

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) $x = 2$ en $y = 0$: Die student lees die teller $a = 2$ as die vertikale asimptoot — maar asimptote kom van die noemer (VA) en die verskuiwing (HA), nie van die teller nie.
- B) $x = 0$ en $y = 2$: Korrekte VA, maar die student lees die teller as die HA.
- C) Geen asimptote nie: Elke rasionale funksie van hierdie vorm het presies twee asimptote.

Onthou: Vir $y = \frac{a}{x}$: VA = $x = 0$, HA = $y = 0$. Die teller a beïnvloed die rekking en watter kwadrante beslaan word — dit skuif nie die asimptote nie.

Q32 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Stel die noemer gelyk aan nul.**

$$x - 2 = 0 \implies x = 2$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) $x = 1$: Die student lees die horisontale verskuiwing $q = 1$ as die vertikale asimptoot.

B) $x = -2$: Die student negeer die waarde uit die noemer, dalk met $x + 2 = 0$ in gedagte in plaas van $x - 2 = 0$.

D) $x = 3$: Die student lees die teller $a = 3$ as die asimptoot.

Onthou: Vertikale asimptoot van $y = \frac{a}{x - p} + q$: stel $x - p = 0$, wat $x = p$ gee. Die ander getalle (a en q) bepaal nie die VA nie.

Q33 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Pas die reël toe.**

Vir $y = \frac{a}{x + p} + q$, soos $x \rightarrow \pm\infty$, word die breuk $\frac{a}{x + p} \rightarrow 0$, dus $y \rightarrow q$.

Hier is $q = -4$: horisontale asimptoot $y = -4$.

Stap 2 — Verduidelik foute.

B) $y = 4$: Die student laat die teken uit $q = -4$ val.

C) $y = -3$: Die student lees die vertikale-asimptoot-waarde $p = -3$ (wat $x = -3$ gee) as 'n y -waarde.

A) $y = 0$: Pas die onverskuifde reël $y = \frac{a}{x}$ toe, waar die HA $y = 0$ is. Dit ignoreer die -4 -verskuiwing.

Onthou: Vir $y = \frac{a}{x + p} + q$: VA by $x = -p$, HA by $y = q$. Die $+q$ skuif die hele grafiek — insluitend die horisontale asimptoot.

Q34 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 — Vind waar die noemer gelyk aan nul is.**

$$x + 5 = 0 \implies x = -5$$

Definisieversameling: alle reële x behalwe $x = -5$.

Stap 2 — Verduidelik foute.

B) $x \neq 5$: Die student lees $x + 5 = 0$ as $x = 5$ (laat die tekenverandering by die herrangskikking val).

C) $x > -5$: Sluit slegs waardes links van -5 onnodig uit — $f(-6) = \frac{1}{-1} = -1$ is gedefinieer.

D) Alle reële getalle: Ignoreer die beperking wat die nulnoemer oplê.

Onthou: $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$. Die definisieversameling is alle reëles behalwe die asimptoot $x = -5$, geskryf as $x \neq -5$ of $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

Q35 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Toets die teken van y in elke kwadrant.

Wanneer $x > 0$: $y = \frac{2}{x} > 0$ (positief $\div$ positief = positief) $\rightarrow$ Kwadrant 1.

Wanneer $x < 0$: $y = \frac{2}{x} < 0$ (positief $\div$ negatief = negatief) $\rightarrow$ Kwadrant 3.

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) Kwadrante 1 en 2: In Kwadrant 2 is $x < 0$, dus $y < 0$ — nie Kwadrant 2 nie.

B) Kwadrante 2 en 4: Dit is die patroon vir $y = \frac{-2}{x}$ (negatiewe teller).

D) Al vier kwadrante: Die grafiek sny nooit die asse nie (asimptote by $x = 0$ en $y = 0$), dus kan dit nie in al vier wees nie.

Onthou: Die teken van a in $y = \frac{a}{x}$ bepaal die kwadrante: $a > 0 \rightarrow$ Kwadrante 1 en 3 (waar x en y dieselfde teken het); $a < 0 \rightarrow$ Kwadrante 2 en 4.

Q36 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Die hele uitset is genegeer: $y = -\left(\frac{3}{x}\right)$. Om die uitset te negeer, is die definisie van 'n **refleksie in die x -as** — elke punt (x, y) word $(x, -y)$.

Op die grafiek skuif dit die twee takke uit Kwadrante 1 en 3 na Kwadrante 2 en 4.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** — 'n vertikale verskuiwing sou $\frac{3}{x} - 6$ gee, wat 'n horisontale asimptoot by $y = -6$ het. Niks het hier verskuif nie.
- **C** — refleksie in $y = x$ gee die **inverse**. Om x en y in $y = \frac{3}{x}$ om te ruil, gee $y = \frac{3}{x}$ self terug, dus verander daardie refleksie niks nie.
- **D** — 'n vertikale rekking sou $\frac{9}{x}$ gee. Die grafiek is omgeflip, nie gerek nie.

Onthou: $y = -f(x)$ is altyd 'n refleksie in die x -as. 'n Nuuskierigheid wat die moeite werd is om raak te sien: vir hierdie spesifieke hiperbool lewer refleksie in die y -as *dieselfde* prentjie, want $\frac{3}{-x}$ is ook $-\frac{3}{x}$.

Q37 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Stel die twee uitdrukkings gelyk en skaf die breuk af ($x \neq 0$):

$$\frac{6}{x} = x + 1 \implies 6 = x^2 + x \implies x^2 + x - 6 = 0$$

Faktoriseer: $(x + 3)(x - 2) = 0$, dus $x = -3$ of $x = 2$.

Som: $-3 + 2 = -1$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (1) het 'n tekenfout op b in Vieta se som, $-b/a$.
- **C** (-6) rapporteer die **produk** van die wortels in plaas van die som.
- **D** (5) het die absolute waardes opgetel, $3 + 2$.

Onthou: Stel gelyk, skaf breuke af, los op. Vieta gee 'n kortpad: vir $x^2 + bx + c = 0$ tel die wortels op tot $-b$ en vermenigvuldig tot c — jy kan dus antwoord sonder om enigsins te faktoriseer.

Afdeling 6 — Eksponensiële en Logaritmiese Funksies

Q38 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Bereken.

$$f(5) = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) 10: Die student vermenigvuldig in plaas van om tot 'n mag te verhef: $2 \times 5 = 10$.

C) 25: Die student evalueer $5^2 = 25$ — verwissel die grondtal en die eksponent.

B) 16: Die student evalueer $2^4 = 16$ — gebruik eksponent 4 in plaas van 5.

Onthou: 2^5 beteken vyf faktore van 2 met mekaar vermenigvuldig — nie 2×5 nie. Bou die magte op: $2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32$.

Q39 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Oorweeg die gedrag soos $x \rightarrow -\infty$.

Soos $x \rightarrow -\infty$: $2^x \rightarrow 0^+$, dus $3 \cdot 2^x \rightarrow 3 \cdot 0 = 0$.

Die horisontale asimptoot is $y = 0$.

Stap 2 — Verduidelik foute.

C) $y = 3$: Die koëffisiënt 3 is 'n vertikale rekking — dit skaal die funksie maar skuif nie die asimptoot nie. 'n Vertikale verskuiwing (dit wil sê $3 \cdot 2^x + k$) sou die HA skuif.

B) $y = 2$: Die grondtal 2 bepaal die groeitempo, nie die asimptoot nie.

D) $y = 6$: Die student vermenigvuldig die koëffisiënt en die grondtal: $3 \times 2 = 6$.

Onthou: Vir $y = a \cdot b^x$ (sonder 'n bygevoegde konstante) is die HA altyd $y = 0$ — die koëffisiënt a rek die grafiek slegs vertikaal, dit skuif nie die asimptoot nie.

Q40 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Druk 64 as 'n mag van 2 uit.

$$2^1 = 2, \quad 2^2 = 4, \quad 2^3 = 8, \quad 2^4 = 16, \quad 2^5 = 32, \quad 2^6 = 64$$

$$2^x = 2^6 \implies x = 6$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) $x = 32$: Die student deel: $64 \div 2 = 32$, en hanteer die probleem as $2x = 64$.

B) $x = 8$: Die student onthou $8^2 = 64$ en gebruik die eksponent 2 of die grondtal 8 — nie een is hier korrek nie.

D) $x = 4$: Die student verwar dit met $4^3 = 64$ of $\sqrt[3]{64} = 4$ — 'n ander grondtal.

Onthou: Herskryf albei kante as magte van dieselfde grondtal. $64 = 2^6$, dus $2^x = 2^6 \Rightarrow x = 6$.

Memoriseer: $2^{10} = 1024$, $2^8 = 256$, $2^7 = 128$, $2^6 = 64$.

Q41 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Bepaal of dit stygend of dalend is.

Die grondtal is $\frac{1}{2} < 1$. Vir eksponensiale $y = b^x$: as $b < 1$, is die funksie dalend (soos x toeneem, verhef jy 'n breuk tot 'n hoër mag, wat dit kleiner maak).

Stap 2 — Vind die y -afsnit.

By $x = 0$: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$.

Stap 3 — Verduidelik foute.

B) Stygend: Sou geld vir $b > 1$ (bv. $y = 2^x$). Met grondtal $\frac{1}{2} < 1$ daal die funksie.

C) y -afsnit 0: Enige uitdrukking $b^0 = 1$ ongeag b (mits $b \neq 0$). Die y -afsnit van enige basiese eksponensiaal is 1.

D) y -afsnit 2: Die student lees $\frac{1}{2}$ as die grondtal en neem sy resiprook 2 as die y -afsnit — die y -afsnit is nie die resiprook van die grondtal nie.

Onthou: $y = b^x$ het y -afsnit 1 vir enige grondtal b . Die grondtal bepaal of die funksie groei ($b > 1$) of verval ($0 < b < 1$).

Q42 — Basies — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Skakel om na eksponensiële vorm.**

$$\log_2(x) = 4 \iff 2^4 = x$$

$$x = 16$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) $x = 8 = 2^3$: Een uit in die eksponent.

C) $x = 4$: Die student gebruik $x =$, die RK-waarde (die logaritmeresultaat), eerder as om om te skakel: $\log_2(4) = 2$, nie 4 nie.

D) $x = 2$: Die student gebruik die grondtal as die antwoord.

Onthou: $\log_b(x) = n \iff x = b^n$. Hier: $\log_2(x) = 4 \iff x = 2^4 = 16$.

Q43 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Pas die magreël toe.**

$$\log_a(x^3) = 3 \log_a x$$

Die magreël sê: die eksponent kom af as 'n vermenigvuldiger voor die logaritme.

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) $(\log_a x)^3$: Die student verhef die logaritme tot die derde mag in plaas daarvan om met 3 te vermenigvuldig. $(\log_a x)^3 \neq 3 \log_a x$ tensy $\log_a x = 3$ of 0.

B) $\frac{3}{\log_a x}$: Geen logaritmewet lewer deling deur die logaritme op nie.

C) $\log_a(3x)$: Die student bring die eksponent as 'n koëffisiënt binne die argument in: $x^3 \rightarrow 3x$. Die produkreël hanteer $\log_a(3x) = \log_a 3 + \log_a x$, wat onverwant is.

Onthou: Magreël: $\log_a(x^n) = n \log_a x$. Die eksponent skuif om 'n vermenigvuldiger te word, nie 'n faktor binne die argument nie.

Q44 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Skakel om na eksponensiële vorm.**

$$\log_3(x + 1) = 2 \iff x + 1 = 3^2 = 9$$

Stap 2 — Los op vir x .

$$x = 9 - 1 = 8$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) $x = 1$: Die student skryf $x + 1 = 2$ (skakel $\log_3(\cdot) = 2$ om as "die argument is gelyk aan 2" in plaas van 3^2).
- B) $x = 9$: Die student bereik $x + 1 = 9$ korrek maar vergeet om 1 af te trek, en rapporteer $x = 9$.
- D) $x = 6$: Die student bereken $3 \times 2 = 6$ (vermenigvuldig die grondtal met die eksponent in plaas daarvan om die grondtal tot die eksponent te verhef).

Onthou: Skakel $\log_b(A) = n$ eers om na $A = b^n$, en los dan op. Hier: $x + 1 = 9 \Rightarrow x = 8$.

Q45 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Vind die inverse deur x en y om te ruil.

$$x = 3^y$$

Stap 2 — Los op vir y deur na logaritmevorm om te skakel.

$$y = \log_3 x$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

- B) $y = x^3$: Verwar 3^x (eksponensieel) met x^3 (magfunksie). Hulle inverses is onderskeidelik $\log_3 x$ en $x^{1/3}$.
- A) $y = 3^{-x}$: Dit is 'n refleksie van $y = 3^x$ oor die y -as, nie sy inverse nie.
- D) $y = \frac{x}{3}$: Pas 'n strategie vir die inverse van 'n lineêre funksie (deel deur 3) op 'n eksponensiaal toe.

Onthou: Eksponensiale en logaritmes is inverses: $f(x) = b^x \iff f^{-1}(x) = \log_b x$. Om die inverse te vind: ruil x en y om, en gebruik dan die definisie van 'n logaritme om y te isoleer.

Q46 — Basies — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Stel $x = 0$.**

$$y = 2^{0+1} = 2^1 = 2$$

Stap 2 — Verduidelik foute.A) $y = 1$: Die student evalueer $2^0 = 1$ (ignoreer die $+1$ in die eksponent, asof die funksie $y = 2^x$ was).C) $y = 3$: Die student tel op: $2 + 1 = 3$ in plaas daarvan om 2^1 te evalueer.D) $y = 0$: Die student verwar dit met die x -afsnit (wat eksponensiale, verskuif of nie, selde het).**Onthou:** Die y -afsnit vereis $x = 0$, nie die eksponent nie. Hier word $x + 1$ $0 + 1 = 1$ wanneer $x = 0$, wat $2^1 = 2$ gee.**Afdeling 7 — Transformasies en Inverses****Q47 — Basies — Antwoord: A****Verduideliking****Stap 1 — Identifiseer die verandering.**

Om 'n konstante buite die funksie by te tel, verhoog elke uitset met 3, wat die grafiek 3 eenhede op skuif.

Stap 2 — Verduidelik foute.C) Horisontale verskuiwing na regs: 'n Horisontale verskuiwing van 3 na regs sou $y = f(x - 3)$ gee, nie $f(x) + 3$ nie.B) Vertikale rekking: 'n Vertikale rekking met faktor 3 sou $y = 3f(x)$ gee, nie $f(x) + 3$ nie.D) Afwaarts: Om $+3$ by te tel, skuif op. 'n Afwaartse verskuiwing van 3 sou $y = f(x) - 3$ wees.**Onthou:** $y = f(x) + k$: vertikale verskuiwing OP met k (as $k > 0$). $y = f(x) - k$: vertikale verskuiwing AF.**Q48 — Basies — Antwoord: D****Verduideliking****Stap 1 — Pas die reël toe.**

Om x met $x - h$ te vervang, skuif die grafiek h eenhede na regs. Hier is $h = 5$: skuif 5 na regs.

Stap 2 — Redeneer intuïtief.

Die grafiek bereik sy oorspronklike posisie by $x - 5 = 0$, dit wil sê $x = 5$. Die "aksie" skuif na regs.

Stap 3 — Verduidelik foute.

A) Links met 5: Die algemeenste verwarring. $f(x - 5)$ skuif regs; $f(x + 5)$ skuif links. Die teken binne die argument is teenoorgesteld aan die rigting van die verskuiwing.

B, C) Vertikale verskuiwings: Om 'n konstante binne die argument by te tel of af te trek, skep 'n horisontale verskuiwing, nie 'n vertikale een nie.

Onthou: $y = f(x - h)$ skuif h na regs; $y = f(x + h)$ skuif h na links. Onthou die teenintuïtiewe reël: die teken binne gaan in die teenoorgestelde rigting.

Waarom die ander verkeerd is: **B** en **C** is vertikale skuiwe, wat die UITSET verander — hulle lyk soos $f(x) - 5$ en $f(x) + 5$, met die 5 buite die hakie. **A** het die regte soort skuif en die verkeerde rigting: 'n minus BINNE die hakie skuif die grafiek na regs.

Q49 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Redenering.

$y = -f(x)$ negeer elke uitset: 'n punt (x, y) op die oorspronklike word $(x, -y)$ op die getransformeerde grafiek. Om y na $-y$ te verander, is die definisie van refleksie oor die x -as.

Stap 2 — Verduidelik foute.

B) y -as: Om oor die y -as te reflekteer, verander $x \rightarrow -x$, wat $y = f(-x)$ gee — die argument word genegeer, nie die uitset nie.

C) $y = x$: Dit gee die inverse funksie (ruil x en y om).

A) Oorsprong: Refleksie deur die oorsprong verander $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$, wat $y = -f(-x)$ gee.

Onthou: Negeer die uitset $(-f(x)) \rightarrow$ reflekteer in die x -as. Negeer die inset $(f(-x)) \rightarrow$ reflekteer in die y -as.

Q50 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Redenering.

Om x met $-x$ te vervang, beteken elke punt (x, y) word $(-x, y)$: die y -koördinaat bly onveranderd en die x -koördinaat word genegeer. Dit is refleksie oor die y -as.

Stap 2 — Onderskei dit van die vorige vraag.

Q49: $-f(x) \rightarrow$ negeer die uitset $\rightarrow$ refleksie in die x -as. Q50: $f(-x) \rightarrow$ negeer die inset $\rightarrow$ refleksie in die y -as.

Waarom die ander verkeerd is: **B** (x -as) hoort by $-f(x)$ — die negatief buite (sien Q49). **C** (die lyn $y = x$) is die *inverse funksie* se refleksie, f^{-1} — 'n heeltemal ander bewerking. **D** (oorsprong) sou albei negasies gelyktydig vereis: $-f(-x)$.

Onthou: Die posisie van die negatiewe teken sê vir jou watter as: buite die funksie (uitset genegeer) = x -as; binne die argument (inset genegeer) = y -as. Albei gelyktydig = puntrefleksie deur die oorsprong; ruil x en y om = refleksie in $y = x$.

Q51 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Ontleed $f(2x)$.

Die grafiek bereik in x wat die oorspronklike in $2x$ bereik het: dit kom "twee keer so vinnig" horisontaal daar. Afstande langs die x -as word gehalveer.

Stap 2 — Definieer saampersing teenoor rekking.

'n Saampersing met faktor 2 beteken x -afstande word gehalveer ($\times \frac{1}{2}$). 'n Rekking met faktor 2 sou x -afstande verdubbel.

Stap 3 — Verduidelik foute.

- A) Horisontale rekking: Dit sou $f\left(\frac{x}{2}\right)$ wees — om binne die argument te deel, vertraag die nadering en rek dit horisontaal.
- C) Vertikale rekking: 'n Vertikale rekking met 2 gee $2f(x)$, nie $f(2x)$ nie.
- D) Vertikale saampersing: Gee $\frac{1}{2}f(x)$, nie $f(2x)$ nie.

Onthou: Om binne die argument te vermenigvuldig — $f(kx)$ met $k > 1$ — pers horisontaal saam (deel die x -skaal deur k). Om binne te deel — $f(x/k)$ — rek horisontaal.

Q52 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 – Vervang $f(x)$ met y .

$$y = 2x + 5$$

Stap 2 – Ruil x en y om.

$$x = 2y + 5$$

Stap 3 – Los op vir y .

$$2y = x - 5 \implies y = \frac{x - 5}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{2}$$

Stap 4 – Verduidelik foute.

- A) $2x - 5$: Die student verander die teken van die konstante maar behou die koëffisiënt van x , en pas 'n "aftrek" toe eerder as 'n behoorlike omkering.
- B) $\frac{x + 5}{2}$: Die student ruil die bewerkings om maar behou die verkeerde teken: tel 5 by in plaas daarvan om 5 af te trek.
- D) $5x + 2$: Die student ruil die koëffisiënte 2 en 5 om, 'n algemene verwarring.

Onthou: Om 'n inverse te vind: (1) ruil x en y om, (2) los op vir y . Elke bewerking in die oorspronklike word in omgekeerde volgorde ongedaan gemaak: $+5$ word -5 ; $\times 2$ word $\div 2$.

Q53 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Ruil om en los op: $x = y^2$ gee $y = \pm\sqrt{x}$.

Kies die tak. Die oorspronklike was tot $x \geq 0$ beperk, neem dus die **positiewe** wortel: $y = \sqrt{x}$. Sy definisieversameling is die oorspronklike se waardeversameling, $x \geq 0$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (alle reële x) — $\sqrt{x}$ bestaan nie vir negatiewe x nie.
- **C** ($x > 0$) sluit 0 uit, maar $\sqrt{0} = 0$ is geldig en pas by die oorspronklike se draaipunt.
- **D** ($\pm\sqrt{x}$) is nie 'n **funksie** nie — twee uitsette per inset. Die beperking het juis bestaan om dit te voorkom.

Onthou: $y = x^2$ het geen inverse funksie totdat jy dit beperk nie — dit slaag nie die horisontale lyn toets nie. Om tot $x \geq 0$ te beperk, maak dit een-tot-een, wat $y = \sqrt{x}$ gee, slegs die positiewe tak.

Q54 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Pas die definisie van 'n inverse toe.**

Per definisie is $f(f^{-1}(x)) = x$ vir alle x in die definisieversameling van f^{-1} .

$$f(f^{-1}(7)) = 7$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

A) $f(7)$: Die student pas f^{-1} glad nie toe nie — hanteer die samestelling as bloot f .

C) 1: Geen bewerking op 'n funksie saamgestel met sy inverse lewer in die algemeen 1 op nie.

B) 14: Die student verdubbel die inset sonder 'n duidelike rede.

Onthou: $f(f^{-1}(x)) = x$ en $f^{-1}(f(x)) = x$. 'n Funksie en sy inverse hef mekaar op — hulle maak mekaar se werk ongedaan.

Q55 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Ruil x en y om.**

$$x = \frac{3}{y-1}$$

Stap 2 — Los op vir y .

$$x(y-1) = 3$$

$$y-1 = \frac{3}{x}$$

$$y = \frac{3}{x} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3}{x} + 1$$

Stap 3 — Verduidelik foute.

A) $\frac{3}{1-x}$: Die student reflekteer die noemer se teken maar los nie behoorlik vir y op nie. Die resultaat $\frac{3}{1-x}$ is dieselfde as $\frac{-3}{x-1}$, wat 'n heeltemal ander funksie is.

C) $\frac{x-1}{3}$: Die student "kanselleer" die breuk deur die noemer na die teller te skuif en te deel — dit is die inverse van $y = 3(x-1)$, nie van $y = \frac{3}{x-1}$ nie.

D) $\frac{x}{4}$: Die student tel die teller en die noemer op: $3 + 1 = 4$. Dit het geen algebraïese verband met die inverse nie.

Onthou: Ruil x en y om, en isoleer dan y deur geldige algebraïese stappe. Kontroleer deur

$$f(f^{-1}(x)) = x \text{ te verifieer: } f\left(\frac{3}{x} + 1\right) = \frac{3}{\left(\frac{3}{x} + 1\right) - 1} = \frac{3}{\frac{3}{x}} = x \checkmark.$$

Afdeling 8 — Interpretasie van Grafieke

Q56 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Pas die gradiëntformule toe.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - (-1)}{3 - (-3)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Stap 2 — Verduidelik foute.

- A) $\frac{3}{4}$: Die student keer die breuk om — horisontale verandering oor vertikale, in plaas van vertikale oor horisontale.
- B) $-\frac{4}{3}$: Die student trek bo in die een volgorde af en onder in die teenoorgestelde volgorde, wat die teken van die antwoord omkeer.
- D) $\frac{8}{3}$: Die student kry die vertikale verandering reg maar neem die horisontale verandering as 3, en vergeet dat $3 - (-3) = 6$.

Onthou: Nie een van die punte lê op 'n as nie, so daar is geen afsnit om per ongeluk te gryp nie — die punte gaan verlore by die dubbele negatiewes. Skryf $y_2 - y_1$ en $x_2 - x_1$ volledig uit voordat jy enigiets vereenvoudig.

Q57 — Basies — Antwoord: B**Verduideliking**

Nulpunte: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) = 0$, dus $x = \pm 2$.

Waar is dit negatief? Die parabool open **opwaarts**, dus duik dit **tussen** sy nulpunte onder die as in:

$$-2 < x < 2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gee waar die parabool **positief** is — buite die nulpunte.
- **C** gee die nulpunte self, waar $y = 0$, nie $y < 0$ nie.
- **D** (alle reëles) faal by $x = 3$, waar $y = 5 > 0$.

Onthou: 'n Opwaartse parabool met nulpunte $a < b$ is **negatief tussen** hulle en **positief buite** hulle.

Q58 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Stap 1 — Identifiseer die draaipunt en die rigting.

Draaipunt by $(2, 5)$; $a = -1 < 0 \rightarrow$ die parabool open afwaarts.

Stap 2 — Bepaal die stygende en dalende kante.

'n Afwaartse parabool styg tot by sy draaipunt en daal dan. Dit is stygend links van die draaipunt ($x < 2$) en dalend regs daarvan ($x > 2$).

Stap 3 — Verduidelik foute.

A) $x > 2$: Die funksie is dalend ná die draaipunt (verby die maksimum), nie stygend nie.

C) Alle reële x : Parabole is monotoon op elke helfte, nie oral nie.

B) slegs $x = 2$: Dit is waar f sy maksimum bereik — nie 'n betekenisvolle "stygende" interval nie.

Onthou: Vir $a(x - p)^2 + q$: as $a < 0$ (open af), stygend vir $x < p$ en dalend vir $x > p$. Omgekeerd as $a > 0$.

Q59 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

Stap 1 – Vind die nulpunte.

$$(x - 1)^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 9 \Rightarrow x - 1 = \pm 3.$$

$$x = 1 + 3 = 4 \quad \text{or} \quad x = 1 - 3 = -2$$

Stap 2 – Bepaal waar $f < 0$.

$a = 1 > 0$: opwaartse parabool. Negatief tussen sy nulpunte: $-2 < x < 4$.

Stap 3 – Verduidelik foute.

C) Buite die interval: Die opwaartse parabool is positief buite sy nulpunte, nie binne nie.

B) $-3 < x < 3$: Die student gebruik die nulpunte van $(x - 1)^2 = 9$ as $x = \pm 3$ (en ignoreer die -1 -verskuiwing).

D) slegs $x > 4$: Onvolledig — mis die linkernulpunt.

Onthou: Vind eers die nulpunte; gebruik dan die openingsrigting om die teken in elke gebied te bepaal. Dit is dieselfde strategie as om kwadratiese ongelykhede op te los.

Q60 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 – Vind die x -koördinaat van die draaipunt.**

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-2)} = -\frac{8}{-4} = 2$$

Stap 2 – Evalueer by $x = 2$.

$$y = -2(4) + 8(2) - 5 = -8 + 16 - 5 = 3$$

Stap 3 – Verduidelik foute.

A) $y = 5$: Die student rapporteer die negatief van die konstante: $|-5| = 5$.

B) $y = 8$: Die student rapporteer $b = 8$ as die maksimumwaarde.

C) $y = 11$: Die student laat die $-2x^2$ -term heeltemal val en evalueer slegs $8x - 5$ by $x = 2$: $8(2) - 5 = 16 - 5 = 11$. Elke term moet ingesluit word wanneer die draaipunt se x -waarde teruggevervang word.

Onthou: Evalueer altyd die draaipunt: vervang $x = -\frac{b}{2a}$ terug in die oorspronklike vergelyking. Aangesien $a = -2 < 0$, is die draaipunt 'n maksimum.

Q61 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking****Vind waar hulle sny:**

$$x^2 - 4 = x + 2 \implies x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) = 0 \implies x = 3 \text{ or } -2$$

Toets tussen hulle. By $x = 0$: die parabool gee -4 , die lyn gee 2 — die parabool is dus in die middel **onder**. Dit moet daarom op albei buitenste stukke **bo** wees:

$$x < -2 \quad \text{or} \quad x > 3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is waar die **lyn** bo die parabool is.
- **C** en **D** gee slegs een kant. 'n Opwaartse parabool klop die lyn op **albei** buitenste gebiede.

Onthou: Herskryf "parabool bo lyn" as een ongelykheid, $x^2 - x - 6 > 0$, en gebruik dan die reël: 'n opwaartse parabool is positief **buite** sy nulpunte. Bevestig altyd met 'n toetswaarde.

Q62 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Kontroleer elke waardeversameling.**

A) $y = x$: Die waardeversameling is alle reële getalle (neem sonder grens toe in albei rigtings).

C) $y = x^2$: Minimum by $x = 0$ wat $y = 0$ gee; alle ander uitsette is positief. Waardeversameling: $y \geq 0$. ✓

B) $y = \frac{1}{x}$: Neem alle reële waardes behalwe 0 aan. Waardeversameling: $y \neq 0$.

D) $y = x^3$: Neem alle reële waardes aan. Waardeversameling: alle reële getalle.

Onthou: Die waardeversameling $y \geq 0$ is kenmerkend van funksies met ewe magte soos x^2 , x^4 en $|x|$. Die kwadrering skakel negatiewe uitsette uit.

Q63 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Pas die vertikalelyntoets toe.**

- A) Parabool wat opwaarts open: enige vertikale lyn sny dit hoogstens een keer. ✓ (Is 'n funksie.)
- C) Eksponensiële kromme $y = b^x$: streng stygend of dalend — enige vertikale lyn sny dit een keer. ✓ (Is 'n funksie.)
- B) Sirkel $x^2 + y^2 = r^2$: 'n vertikale lyn deur die binnekant sny dit by twee punte (een bo en een onder die x -as). ✗ (NIE 'n funksie nie.)
- D) Logaritmiese kromme $y = \log_b x$: gedefinieer vir $x > 0$, streng monotoon — enige vertikale lyn sny dit hoogstens een keer. ✓ (Is 'n funksie.)

Onthou: Die vertikale lyntoets is die grafiese ekwivalent van die definisie van 'n funksie. 'n Volledige sirkel druipt dit sigbaar — teken $x = 0$ en dit sny die sirkel by $(0, r)$ en $(0, -r)$: twee uitsette vir een inset.

Q64 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Identifiseer die vertikale verskuiwing.

Die funksie is in die vorm $y = \frac{a}{x+p} + q$ met $q = -1$.

Soos $x \rightarrow \pm\infty$, $\frac{2}{x+3} \rightarrow 0$, dus $y \rightarrow -1$.

Horisontale asimptoot: $y = -1$.

Stap 2 — Verduidelik foute.

- A) $y = 2$: Die student lees die teller as die HA.
- B) $y = 3$: Die student lees die noemer se verskuiwingswaarde as die HA (dit is die VA: $x = -3$).
- C) $y = 0$: Korrek vir die onverskuifde hiperbool $y = \frac{2}{x}$ — ignoreer die -1 -translasie.

Onthou: Vir $y = \frac{a}{x+p} + q$: die HA is $y = q$, die VA is $x = -p$. Die -1 buite die breuk skuif die hele grafiek (insluitend die asimptoot) 1 af.

Q65 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Skakel een kenmerk op 'n slag uit.

Horisontale asimptoot $y = 1$ beteken $q = 1$ — dit skakel C uit.

Vertikale asimptoot $x = -2$ beteken die noemer is $(x + 2)$ — dit skakel **B** uit, wie se $(x - 2)$ 'n asimptoot by $x = 2$ gee.

Die y -afsnit $(0, 3)$ besleg die laaste twee. Opsie A: $1 + \frac{4}{2} = 3$ ✓ Opsie D: $1 - \frac{4}{2} = -1$ ✗

Onthou: Vir $y = q + \frac{a}{x+p}$: die horisontale asimptoot gee q , die vertikale asimptoot gee p , en enige punt op die grafiek gee a . Skakel opsies een kenmerk op 'n slag uit eerder as om van vooraf op te los.

Afdeling 9 — Absolutewaarde-funksies (V-grafieke)

Q66 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Vergelyk met $y = a|x - p| + q$: hier is $p = 2$, $q = 1$ en $a = +1$. Die hoekpunt is dus $(2, 1)$ en die V open **opwaarts**.

Die hoekpunt sit waar die hakie nul is. Om $x - 2 = 0$ te stel, gee $x = 2$, en dan $y = 0 + 1 = 1$.

Kontroleer die simmetrie: $x = 0$ en $x = 4$ gee albei $y = 3$ ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** lees die teken van p direk van die bladsy af. $|x - 2|$ skuif **regs** met 2, net soos $(x - 2)^2$ doen.
- **C** draai beide die teken van q en die rigting om. Die $+1$ is buite die strepe, dus lig dit die grafiek op.
- **D** het die hoekpunt reg maar die rigting verkeerd. Die koëffisiënt is $+1$, dus wys die arms op.

Onthou: $y = a|x - p| + q$ het sy hoekpunt by (p, q) — presies soos 'n parabool se draaipuntvorm gelees. Die teken van a alleen bepaal op of af.

Q67 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

$|X| = 8$ beteken die binnekant is **8 eenhede vanaf nul** — dit kan dus $+8$ **of** -8 wees. Verdeel in twee gewone vergelykings:

$$\begin{aligned} 2x - 6 = 8 &\implies 2x = 14 &\implies x = 7 \\ 2x - 6 = -8 &\implies 2x = -2 &\implies x = -1 \end{aligned}$$

Kontroleer albei in die oorspronklike: $|2(7) - 6| = |8| = 8$ ✓ en $|2(-1) - 6| = |-8| = 8$ ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** los slegs die positiewe tak op en hou op. Elke $|X| = k$ met $k > 0$ het **twee** antwoorde.
- **B** skrap die -6 , en los $|2x| = 8$ op.
- **D** neem die tweede tak maar hanteer dit verkeerd — halveer voordat die 6 geskuif word, wat $4 - 6 = -2$ gee. Maak eers die -6 ongedaan, en deel dan.

Onthou: $|X| = k$ (vir $k > 0$) verdeel altyd in $X = k$ **en** $X = -k$. Los albei op, en vervang dan albei terug — die kontrole kos sekondes en vang die tak wat jy laat val het.

Q68 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

$|x|$ is nooit negatief nie, dus is $-|x|$ nooit **positief** nie — dit is 0 by $x = 0$ en oral elders negatief. Deur 4 by te tel:

$$y = -|x| + 4 \leq 4$$

Die V open **afwaarts** met hoekpunt $(0, 4)$, dus is 4 die **maksimum**. Toets 'n punt: $x = 3$ gee $y = 1$, onder 4 ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** hanteer die hoekpunt as 'n minimum. Die minusteken voor draai die V onderstebo.
- **C** ($y \geq 0$) is die waardeversameling van gewone $y = |x|$, en ignoreer beide die refleksie en die verskuiwing.
- **D** sou vereis dat die grafiek sonder grens klim, maar niks hier oorskry ooit 4 nie.

Onthou: Vir $y = a|x - p| + q$: as $a > 0$ is die waardeversameling $y \geq q$; as $a < 0$ is dit $y \leq q$. Identies aan die reël vir parabole.

Q69 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Isoleer eers die absolute waarde:

$$|x - 3| = 2 - 5 = -3$$

'n Absolute waarde is 'n **afstand**, dus is dit nooit negatief nie. Geen reële x werk nie — die oplossingsversameling is leeg.

Die grafiek stem saam: $y = |x - 3| + 5$ is 'n V met hoekpunt $(3, 5)$, dus is sy laagste punt $y = 5$. Die lyn $y = 2$ gaan daaronder verby en ontmoet dit nooit nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (twee) is die refleksantwoord. Twee is die gewone telling, maar slegs wanneer die geïsoleerde absolute waarde **positief** is.
- **B** (een) gebeur slegs wanneer die geïsoleerde waarde presies **nul** is — sê nou $|x - 3| = 0$, wat $x = 3$ gee.
- **D** sou vereis dat die vergelyking vir elke x geld.

Onthou: Isoleer die absolute waarde, en lees dan die telling af: 'n **positiewe** regterkant gee twee oplossings, **nul** gee een, **negatief** gee geen.

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtipies wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Q70 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Die resepte verander nooit: **ruil x en y om, en grawe dan y uit.**

Ruil om: $x = \frac{2y}{1 - 3y}$

Skaf die breuk af: $x(1 - 3y) = 2y \implies x - 3xy = 2y$

Versamel elke y -term en haal dit uit — dit is die stap wat mense mis, want y verskyn twee keer:

$$x = y(2 + 3x) \implies y = \frac{x}{3x + 2}$$

Kontroleer: $f(1) = -1$ en $f^{-1}(-1) = 1 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is die **resiprook** $\frac{1}{f(x)}$, nie die inverse nie — die klassieke verwarring.
- **D** het $-3xy$ oorgeskuif sonder om sy teken om te draai.
- **A** het x en y glad nie omgeruil nie — dit het f herrangskik in plaas van dit om te keer.

Onthou: Ruil om, skaf die breuk af, versamel **al** die y -terme, haal y uit, deel. Die uithaalstap is die hele moeilikheid; die res is gewone algebra.

Q71 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

Om die **oorspronklike** te vind, spoel die transformasies terug — agteruit, in omgekeerde volgorde.

Maak die refleksie ongedaan (vervang y met $-y$):

$$y = -\frac{2}{x-1}$$

Maak "3 links" ongedaan deur 3 na regs te skuif (vervang x met $x-3$):

$$y = -\frac{2}{(x-3)-1} = -\frac{2}{x-4}$$

Kontroleer deur vorentoe te werk: skuif 3 links $\rightarrow -\frac{2}{x-1}$; reflekteer $\rightarrow \frac{2}{x-1}$ ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** het **weer** 3 links geskuif in plaas daarvan om dit om te keer.
- **B** het die verskuiwing teruggespoel maar nooit die refleksie nie — die minusteken moet terugkom.
- **D** het albei foute gelyktydig gemaak.

Onthou: "Voor die transformasie" beteken keer elke stap om **én keer hulle volgorde om**.

Spandeer dan tien sekondes om jou antwoord vorentoe te werk — dit maak van 'n riskante vraag 'n sekere een.

Q72 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

'n Sirkel by die oorsprong is $x^2 + y^2 = r^2$, dus is die vraag eintlik: **hoe ver is die naaste punt van die hiperbool vanaf die oorsprong?**

Weens simmetrie sit daardie naaste punt **op die lyn** $y = x$. Stel $y = x$:

$$x = \frac{8}{x} \implies x^2 = 8 \implies x = 2\sqrt{2}$$

Die raakpunt is $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$, dus volgens Pythagoras:

$$r^2 = 8 + 8 = 16$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (8) het net **een** koördinaat gekwadreer, en vergeet om die tweede by te tel.
- **C** (4) het $r = 4$ met $r^2 = 4$ verwar.
- **D** (64) het die hiperbool se konstante gekwadreer. Daardie 8 is nie die radius nie.

Onthou: Vir $y = k/x$ lê die naaste punt aan die oorsprong altyd op $y = x$ by $x = \sqrt{k}$, wat die netjiese algemene resultaat $x^2 + y^2 = 2k$ gee — hier 16.

Gemengde Oefening — Hoofstuk 3

Hierdie 30 vrae meng alle Funksies-en-Grafieke-onderwerpe. Werk deur hulle sonder om na die afdelings terug te kyk. Kontroleer jou antwoorde met die memorandum op die volgende bladsy — gedetailleerde verduidelikings word nie hier gegee nie, gebruik dus die vroeëre afdelings om enige foute te diagnoseer.

M1 — Basies

As $f(x) = x^2 - 3x + 1$, vind $f(2)$.

- A) 7
 - B) 3
 - C) 11
 - D) -1
-

M2 — Basies

Wat is die definisieversameling van $f(x) = \sqrt{2 - x}$?

- A) $x \leq 2$
 - B) $x > 2$
 - C) $x \geq 2$
 - D) Alle reële x
-

M3 — Basies

Wat is die gradiënt van die lyn $y = 4x - 7$?

- A) -7
 - B) 7
 - C) 4
 - D) -4
-

M4 — Basies

Vind die inverse van $f(x) = x + 6$.

- A) $f^{-1}(x) = 6x$
 - B) $f^{-1}(x) = x - 6$
 - C) $f^{-1}(x) = x + 6$
 - D) $f^{-1}(x) = 6 - x$
-

M5 — Basies

Evalueer $f(f^{-1}(12))$ vir enige funksie f .

- A) 12
 - B) $f(12)$
 - C) 144
 - D) 6
-

M6 — Intermediêr

Wat is die wortels van $x^2 - 9 = 0$?

- A) slegs $x = 9$
 - B) slegs $x = 3$
 - C) $x = 3$ of $x = -3$
 - D) $x = \pm\sqrt{3}$
-

M7 — Basies

$y = f(x + 2)$ stel watter transformasie van $y = f(x)$ voor?

- A) Skuif 2 eenhede na regs
 - B) Skuif 2 eenhede af
 - C) Skuif 2 eenhede op
 - D) Skuif 2 eenhede na links
-

M8 — Basies

Wat is die horisontale asimptoot van $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$?

- A) $y = 3$
 - B) $y = 0$
 - C) $y = 1$
 - D) $y = \frac{1}{3}$
-

M9 — Basies

Evalueer $\log_5(25)$.

- A) 2
 - B) 5
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) 25
-

M10 — Basies

Wat is die waardeversameling van $f(x) = \sqrt{x}$?

- A) Alle reële getalle
 - B) $x \geq 0$
 - C) $y > 0$
 - D) $y \geq 0$
-

M11 — Basies

Skryf die vergelyking van die lyn deur $(0, 4)$ met gradiënt -2 .

- A) $y = -2x - 4$
 - B) $y = -2x + 4$
 - C) $y = 2x + 4$
 - D) $y = 4x - 2$
-

M12 — Basies

Wat is die draaipunt van $y = (x - 3)^2 + 2$?

- A) $(3, -2)$
 - B) $(-3, 2)$
 - C) $(3, 2)$
 - D) $(-3, -2)$
-

M13 — Intermediêr

In watter kwadrante lê die grafiek van $y = \frac{2}{x}$?

- A) Kwadrante 1 en 2
 - B) Kwadrante 2 en 3
 - C) Kwadrante 1 en 3
 - D) Kwadrante 2 en 4
-

M14 — Basies

Evalueer $\log_{10}(1000)$.

- A) 3
 - B) 100
 - C) 10
 - D) 4
-

M15 — Intermediêr

Hoeveel reële wortels het $x^2 + 2x + 5 = 0$?

- A) 2
 - B) Kan nie bepaal word nie
 - C) 1
 - D) 0
-

M16 — Intermediêr

Watter funksie is ewe?

- A) $f(x) = x^3 - x$
 - B) $f(x) = x^4 - 2x^2$
 - C) $f(x) = x^2 + x$
 - D) $f(x) = 2x + 1$
-

M17 — Basies

Los $3^x = 81$ op.

- A) $x = 27$
 - B) $x = 3$
 - C) $x = 4$
 - D) $x = 12$
-

M18 — Basies

Vind die simmetrie-as van $y = x^2 - 10x + 3$.

- A) $x = 10$
 - B) $x = 5$
 - C) $x = 3$
 - D) $x = -5$
-

M19 — Basies

Watter funksie het 'n vertikale asimptoot by $x = 4$?

- A) $y = \frac{1}{x - 4}$
 - B) $y = \frac{1}{x + 4}$
 - C) $y = 4^x$
 - D) $y = \log_4 x$
-

M20 — Intermediêr

As $f(x) = x + 1$ en $g(x) = 2x$, vind $f(g(x))$.

A) $2(x + 1)$

B) $2x^2$

C) $x + 2$

D) $2x + 1$

M21 — Intermediêr

Los $\log_2(x - 1) = 3$ op.

A) $x = 9$

B) $x = 4$

C) $x = 7$

D) $x = 3$

M22 — Intermediêr

Wat is die definisieversameling van $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$?

A) $x \geq 4$

B) $x \neq 4$

C) $x > 4$

D) $x \geq 0$

M23 — Basies

Vind die y -afsnit van $y = 5 \cdot 2^x$.

A) $y = 10$

B) $y = 5$

C) $y = 2$

D) $y = 0$

M24 — Basies

Wat is die refleksie van $y = x^2$ oor die x -as?

A) $y = \frac{1}{x^2}$

B) $y = x^2 + 1$

C) $y = (-x)^2$

D) $y = -x^2$

M25 — Intermediêr

Wat is die waardeversameling van $y = -(x + 2)^2 + 7$?

A) $y \leq 7$

B) $y \geq -7$

C) $y \geq 7$

D) $y \leq -7$

M26 — Intermediêr

Los $2^{x+1} = 16$ op.

A) $x = 4$

B) $x = 7$

C) $x = 3$

D) $x = 8$

M27 — Intermediêr

$f(x) = 3x - 2$. Vind $f^{-1}(4)$.

A) 10

B) 2

C) $\frac{4}{3}$

D) -2

M28 — Basies

Watter versameling geordende pare is **NIE** 'n funksie nie?

- A) $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$
 - B) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
 - C) $\{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$
 - D) $\{(1, 2), (2, 3), (2, 4)\}$
-

M29 — Intermediêr

'n Lyn loodreg op $y = \frac{1}{2}x + 3$ het gradiënt:

- A) $\frac{1}{2}$
 - B) 2
 - C) -2
 - D) $-\frac{1}{2}$
-

M30 — Basies

Watter transformasie beeld $y = f(x)$ op $y = f(x) + 4$ af?

- A) Vertikale verskuiwing 4 op
- B) Vertikale rekking met 4
- C) Vertikale verskuiwing 4 af
- D) Horisontale verskuiwing 4 na regs

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. D	M2. A	M3. C	M4. B	M5. A
M6. C	M7. D	M8. B	M9. A	M10. D
M11. B	M12. C	M13. C	M14. A	M15. D
M16. B	M17. C	M18. B	M19. A	M20. D
M21. A	M22. C	M23. B	M24. D	M25. A
M26. C	M27. B	M28. D	M29. C	M30. A

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: D

Stap 1 — Vervang $x = 2$ oral waar dit voorkom.

Stap 2 — $f(2) = 2^2 - 3(2) + 1$.

Stap 3 — $= 4 - 6 + 1 = -1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $3(2)$ bygetel in plaas van afgetrek: $4 + 6 + 1$.
- **B** het $4 - 3 + 2$ bereken en die middelterm verkeerd hanteer.
- **C** gekwadreer ná vermenigvuldiging, asof $f(2) = (2 \cdot 2)^2 - \dots$

Onthou: Vervang in elke term, en behou die tekens. Om $f(2) = (2)^2 - 3(2) + 1$ volledig uit te skryf, hakies en al, voorkom die meeste foute.

M2 — Antwoord: A

Stap 1 — Jy kan nie die vierkantswortel van 'n negatiewe getal neem nie, dus moet die binnekant ≥ 0 wees.

Stap 2 — $2 - x \geq 0$.

Stap 3 — $x \leq 2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die ongelykheid verkeerd om opgelos, en die eindpunt uitgesluit.
- **C** die ongelykheid omgekeer toe x oorgedra is.
- **D** ignoreer die beperking heeltemal; $\sqrt{2 - x}$ is ongedefinieer vir $x > 2$.

Onthou: Vir 'n vierkantswortel, stel wat ook al binne is ≥ 0 en los op. Die eindpunt is ingesluit, want $\sqrt{0}$ is heeltemal goed gedefinieer.

M3 — Antwoord: C

Stap 1 — Die lyn is reeds in die vorm $y = mx + c$.

Stap 2 — m is die koëffisiënt van x .

Stap 3 — Die gradiënt is dus 4.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het c , die y -afsnit, afgelees.
- **B** het c afgelees en die teken laat val.
- **D** het die gradiënt se teken by die afsnit gekry.

Onthou: In $y = mx + c$ is m die gradiënt en c die y -afsnit. Herrangskik na hierdie vorm voordat jy iets aflees.

M4 — Antwoord: B

Stap 1 — Skryf $y = x + 6$ en ruil x en y om: $x = y + 6$.

Stap 2 — Los op vir y : $y = x - 6$.

Stap 3 — Dus $f^{-1}(x) = x - 6$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die bewerking as deling eerder as aftrekking omgekeer.
- **C** die oorspronklike funksie, onveranderd.
- **D** verkeerd om afgetrek.

Onthou: 'n Inverse maak die bewerking ongedaan. $+6$ word ongedaan gemaak deur -6 — nie deur $\div 6$ nie, wat $\times 6$ ongedaan maak.

M5 — Antwoord: A

Stap 1 — f^{-1} maak f ongedaan, dus lewer die een ná die ander die inset terug.

Stap 2 — $f(f^{-1}(a)) = a$ vir elke a in die waardeversameling.

Stap 3 — Dus $f(f^{-1}(12)) = 12$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die buitenste f nie toegepas nie.
- **C** 12 gekwadreer, asof die samestelling vermenigvuldig.
- **D** 12 gehalveer, asof die inverse 'helfte' beteken.

Onthou: 'n Funksie en sy inverse kanselleer: $f(f^{-1}(a)) = a$. Jy hoef nooit te weet wat f werklik is nie.

M6 — Antwoord: C

Stap 1 — $x^2 = 9$.

Stap 2 — Neem die vierkantswortel van albei kante — en onthou ALBEI tekens.

Stap 3 — $x = 3$ of $x = -3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $x = 9$ opgelos sonder om die wortel te neem.
- **B** net die positiewe wortel geneem.
- **D** die 3 gewortel eerder as die 9: $x^2 = 3$ sou $\pm\sqrt{3}$ gee.

Onthou: $x^2 = k$ het altyd TWEE oplossings, $\pm\sqrt{k}$. Slegs $\sqrt{k}$ op sy eie beteken die positiewe een.

M7 — Antwoord: D

Stap 1 — Om x met $x + 2$ te vervang verander die inset, dus is die skuif horisontaal.

Stap 2 — Die grafiek bereik enige gegewe hoogte 2 eenhede VROEËR, want $x + 2$ tref die ou waarde van x wanneer x 2 kleiner is.

Stap 3 — Dus is $y = f(x + 2)$ die grafiek $y = f(x)$ 2 eenhede LINKS geskuif.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die rigting wat die meeste mense verwag; $+2$ binne skuif links, nie regs nie.

- **B** 'n verandering binne die hakie is horisontaal, nie vertikaal nie.
- **C** weer vertikaal — dit sou $f(x) + 2$ wees.

Onthou: Binne die hakie beteken horisontaal en AGTERSTEVOOR: $f(x + 2)$ gaan links, $f(x - 2)$ gaan regs. Buite die hakie beteken vertikaal en vorentoe.

M8 — Antwoord: B

Stap 1 — $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ is 'n eksponensiaal met basis tussen 0 en 1, dus verval dit.

Stap 2 — Namate x groei kom die waarde al hoe nader aan 0 maar bereik dit nooit.

Stap 3 — Die horisontale asimptoot is $y = 0$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die basis as die asimptoot gebruik.
- **C** 1 is die y -AFSNIT, nie die asimptoot nie.
- **D** weer die basis, in breukvorm.

Onthou: 'n Eksponensiaal $y = a \cdot b^x$ het asimptoot $y = 0$ tensy iets daarby getel word. Die basis bepaal die steilheid, nie die asimptoot nie.

M9 — Antwoord: A

Stap 1 — $\log_5 25$ vra: 5 tot watter mag gee 25?

Stap 2 — $5^2 = 25$.

Stap 3 — Dus is die antwoord 2.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die basis gegee in plaas van die eksponent.
- **C** die antwoord omgekeer.
- **D** die argument gegee in plaas van die eksponent.

Onthou: 'n Logaritme ANTWOORD met die eksponent. $\log_b a$ is die mag, nie die basis en nie die argument nie.

M10 — Antwoord: D

Stap 1 — $\sqrt{x}$ is gedefinieer vir $x \geq 0$, en die wortelteken beteken die POSITIEWE wortel.

Stap 2 — Die kleinste uitset is $\sqrt{0} = 0$, en uitsette groei sonder grens.

Stap 3 — Die waardeversameling is dus $y \geq 0$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die waardeversameling word nooit negatief nie.
- **B** dit is die DEFINISIEVERSAMELING — 'n beperking op die inset, in x geskryf.
- **C** sluit o uit, maar $\sqrt{0} = 0$ is 'n werklike uitset.

Onthou: Definisieversameling gaan oor x , waardeversameling oor y . 'n Opsie wat in x geskryf is kan nie 'n waardeversameling wees nie, wat die ongelykheid ook al sê.

M11 — Antwoord: B

Stap 1 — Die punt $(0, 4)$ lê op die y -as, dus is die y -afsnit 4.

Stap 2 — Gradiënt -2 gee $m = -2$.

Stap 3 — $y = mx + c = -2x + 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die afsnit as -4 geneem.
- **C** die minus by die gradiënt laat val.
- **D** die gradiënt en die afsnit omgeruil.

Onthou: 'n Punt met $x = 0$ gee jou c direk. Daarna verg $y = mx + c$ geen verdere werk nie.

M12 — Antwoord: C

Stap 1 — $y = a(x - p)^2 + q$ het sy draaipunt by (p, q) .

Stap 2 — Hier beteken $(x - 3)^2$ dat $p = 3$, en $+2$ dat $q = 2$.

Stap 3 — Die draaipunt is $(3, 2)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** q as -2 geneem.
- **B** p reguit van die hakie as -3 afgelees.
- **D** albei tekens verkeerd.

Onthou: In $(x - p)$ is die draaipunt se x -koördinaat $+p$: die teken DRAAI OM. $(x - 3)$ beteken 3, en $(x + 3)$ sou -3 beteken.

M13 — Antwoord: C

Stap 1 — $y = \frac{2}{x}$ het 'n positiewe konstante bo.

Stap 2 — Wanneer $x > 0$, is $y > 0$ — kwadrant 1. Wanneer $x < 0$, is $y < 0$ — kwadrant 3.

Stap 3 — Die grafiek lê dus in kwadrante 1 en 3.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** kwadrant 2 verg $x < 0$ met $y > 0$, wat 'n positiewe k nie kan gee nie.
- **B** albei van hierdie verg 'n tekenverandering wat die funksie nie het nie.
- **D** kwadrante 2 en 4 is waar $y = \frac{-2}{x}$ lê.

Onthou: Vir $y = \frac{k}{x}$: k positief gee kwadrante 1 en 3, k negatief gee 2 en 4. x en y deel 'n teken presies wanneer $k > 0$.

M14 — Antwoord: A

Stap 1 — $\log_{10} 1000$ vra: 10 tot watter mag gee 1000?

Stap 2 — $10^3 = 1000$.

Stap 3 — Dus is die antwoord 3.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $10^2 = 100$, nie 1000 nie.
- **C** die basis gegee.
- **D** $10^4 = 10\,000$, een mag te veel.

Onthou: Tel die nulle: $\log_{10}$ van 'n mag van tien is net die aantal nulle. 1000 het drie.

M15 — Antwoord: D

Stap 1 — Gebruik die diskriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

Stap 2 — $\Delta = 2^2 - 4(1)(5) = 4 - 20 = -16$.

Stap 3 — $\Delta < 0$, dus is daar geen reële wortels nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die telling wanneer $\Delta > 0$.
- **B** die diskriminant besleg dit heeltemal — niks bly onbepaald nie.
- **C** die telling wanneer $\Delta = 0$.

Onthou: $\Delta > 0$ gee twee wortels, $\Delta = 0$ gee een, $\Delta < 0$ gee geen. Een aftrekking beantwoord die hele vraag.

M16 — Antwoord: B

Stap 1 — 'n Funksie is ewe wanneer $f(-x) = f(x)$ — die grafiek is simmetries om die y -as.

Stap 2 — $f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2$, wat $f(x)$ is ✓

Stap 3 — Slegs ewe MAGTE kom voor, wat die verklikker is.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $x^3 - x$ is ONEWE: $f(-x) = -f(x)$.

- **C** $x^2 + x$ is geen van beide — die x -term breek die simmetrie.
- **D** $2x + 1$ is geen van beide; 'n reguit lyn is slegs ewe as dit horisontaal is.

Onthou: Ewe beteken elke mag is ewe. 'n Enkele onewe-magterm enige plek vernietig dit — en dit is waarom $x^2 + x$ nie kwalifiseer nie.

M17 — Antwoord: C

Stap 1 — Skryf 81 as 'n mag van 3: $81 = 3^4$.

Stap 2 — Dus $3^x = 3^4$.

Stap 3 — Gelyke basisse beteken gelyke eksponente: $x = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $27 = 3^3$ — die waarde met die eksponent verwar.
- **B** die basis gegee.
- **D** 81 deur 3 gedeel en gestop, of 3×4 gebruik.

Onthou: Kry albei kante na DIESELFDE BASIS, en stel dan net die eksponente gelyk. Dit werk vir elke vergelyking van hierdie vorm.

M18 — Antwoord: B

Stap 1 — Die simmetrie-as van $y = ax^2 + bx + c$ is $x = -\frac{b}{2a}$.

Stap 2 — Hier is $a = 1$ en $b = -10$.

Stap 3 — $x = -\frac{-10}{2} = 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $-b$ gebruik sonder om deur $2a$ te deel.
- **C** c afgelees.
- **D** die minusteken van b behou sonder om dit te kanselleer.

Onthou: $x = -\frac{b}{2a}$, en b is hier -10 , dus kanselleer die twee minusse. Vervang b MET sy teken.

M19 — Antwoord: A

Stap 1 — 'n Vertikale asimptoot verskyn waar die noemer nul is.

Stap 2 — $\frac{1}{x-4}$ het 'n noemer van nul wanneer $x = 4$ ✓

Stap 3 — Die ander het geen noemer wat by 4 verdwyn nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\frac{1}{x+4}$ het sy asimptoot by $x = -4$.
- **C** 'n eksponensiaal het 'n HORIZONTALALE asimptoot, nie 'n vertikale nie.
- **D** $\log_4 x$ het 'n vertikale asimptoot by $x = 0$.

Onthou: Stel die noemer gelyk aan nul om 'n vertikale asimptoot te vind. $(x - 4)$ verdwyn by $+4$ — die teken draai om, soos dit altyd binne 'n hakie doen.

M20 — Antwoord: D

Stap 1 — $f(g(x))$ beteken: werk g eers uit, voer dan die resultaat in f in.

Stap 2 — $g(x) = 2x$.

Stap 3 — $f(2x) = 2x + 1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $g(f(x))$ bereken — die ander volgorde, wat $2(x + 1)$ gee.
- **B** die twee funksies vermenigvuldig in plaas van saamgestel.
- **C** die twee funksies se konstantes opgetel.

Onthou: In $f(g(x))$ gaan die BINNESTE funksie eerste. Vervang $g(x)$ oral waar x in f voorkom — en die volgorde maak werklik saak.

M21 — Antwoord: A

Stap 1 — Maak die logaritme ongedaan: $\log_2(x - 1) = 3$ beteken $x - 1 = 2^3$.

Stap 2 — $x - 1 = 8$.

Stap 3 — $x = 9$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $x - 1 = 3$ opgelos en die log ongedaan gelaat.
- **C** $2^3 = 8$ gebruik maar toe 1 afgetrek in plaas van bygetel.
- **D** die eksponent as die antwoord gegee.

Onthou: $\log_b A = c$ word $A = b^c$. Skakel eers om na die eksponensiële vorm, dan is dit gewone algebra.

M22 — Antwoord: C

Stap 1 — Die vierkantswortel verg $x - 4 \geq 0$.

Stap 2 — Maar die wortel is in die NOEMER, dus mag dit ook nie nul wees nie.

Stap 3 — Albei saam: $x - 4 > 0$, dus $x > 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** laat $x = 4$ toe, wat die noemer nul maak.
- **B** sluit 4 uit maar laat waardes daaronder toe, waar die wortel ongedefinieer is.
- **D** ignoreer die -4 heeltemal.

Onthou: Twee beperkings tegelyk: die wortel verg ≥ 0 , die noemer verg $\neq 0$. Saam gee hulle 'n STRENG ongelykheid.

M23 — Antwoord: B

Stap 1 — Die y -afsnit is die waarde by $x = 0$.

Stap 2 — $y = 5 \cdot 2^0$.

Stap 3 — $2^0 = 1$, dus $y = 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 2^0 as 2 hanteer en vermenigvuldig.
- **C** die basis afgelees.
- **D** die asimptoot gebruik in plaas van die afsnit.

Onthou: Enigiets tot die mag 0 is 1, dus is die y -afsnit van $y = a \cdot b^x$ altyd a . Die basis kom glad nie daarin voor nie.

M24 — Antwoord: D

Stap 1 — Weerkaatsing oor die x -as maak die UITSET negatief: $y \rightarrow -y$.

Stap 2 — Dus word $y = x^2$ die grafiek $y = -x^2$.

Stap 3 — Elke punt behou sy x en draai sy y om.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 'n heeltemal ander funksie, nie 'n weerkaatsing nie.
- **B** 'n vertikale skuif van 1 op.
- **C** $(-x)^2 = x^2$ — weerkaatsing in die y -as laat hierdie grafiek onveranderd.

Onthou: Oor die x -as: maak die hele funksie negatief. Oor die y -as: maak die x BINNE negatief — wat niks aan 'n ewe funksie soos x^2 doen nie.

M25 — Antwoord: A

Stap 1 — Die negatiewe teken voor beteken die parabool maak AFWAARTS oop.

Stap 2 — Sy draaipunt is by $(-2, 7)$, dus is die grootste waarde wat y aanneem 7.

Stap 3 — Die waardeversameling is $y \leq 7$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** -7 gebruik, en die verkeerde rigting.

- **C** die waardeversameling vir 'n opwaartse parabool met dieselfde draaipunt.
- **D** beide die waarde en die rigting verkeerd.

Onthou: 'n Afwaartse parabool het 'n MAKSIMUM by sy draaipunt, dus is die waardeversameling $y \leq q$. Die teken van a bepaal watter kant toe die ongelykheid wys.

M26 — Antwoord: C

Stap 1 — Skryf 16 as 'n mag van 2: $16 = 2^4$.

Stap 2 — Dus $2^{x+1} = 2^4$, wat $x + 1 = 4$ gee.

Stap 3 — $x = 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** vir $x + 1$ opgelos en dit gerapporteer.
- **B** bygetel in plaas van die 1 afgetrek.
- **D** $16 \div 2$ gebruik.

Onthou: Stel die eksponente gelyk, en onthou dan die eksponent hier is $x + 1$, nie x nie. Die laaste stap is die een wat mense oorslaan.

M27 — Antwoord: B

Stap 1 — $f^{-1}(4)$ vra: watter inset gee 'n uitset van 4?

Stap 2 — Los $3x - 2 = 4$ op.

Stap 3 — $3x = 6$, dus $x = 2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $f(4) = 10$ bereken in plaas van $f^{-1}(4)$.
- **C** 4 deur 3 gedeel sonder om die -2 ongedaan te maak.
- **D** die konstante term afgelees.

Onthou: Jy het nie 'n formule vir f^{-1} nodig nie. $f^{-1}(k)$ is net die oplossing van $f(x) = k$ — een vergelyking.

M28 — Antwoord: D

Stap 1 — 'n Funksie gee elke inset presies EEN uitset.

Stap 2 — In $\{(1, 2), (2, 3), (2, 4)\}$ kom die inset 2 twee keer voor, met uitsette 3 en 4.

Stap 3 — Daardie versameling is dus nie 'n funksie nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** elke inset kom een keer voor — 'n heeltemal goeie funksie.
- **B** elke inset kom een keer voor.
- **C** elke inset kom een keer voor; herhaalde UITSETTE sou in elk geval reg wees.

Onthou: Kyk na die EERSTE koördinate vir herhalings. Herhaalde uitsette is toelaatbaar; herhaalde insette nie.

M29 — Antwoord: C

Stap 1 — Loodregte gradiënte vermenigvuldig tot -1 .

Stap 2 — Die gegewe gradiënt is $\frac{1}{2}$.

Stap 3 — $m = \frac{-1}{1/2} = -2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die oorspronklike gradiënt, onveranderd — dit is 'n EWEWYDIGE lyn.
- **B** die breuk omgekeer maar die negatiewe teken vergeet.
- **D** negatief gemaak sonder om om te keer.

Onthou: Loodreg beteken keer die breuk om ÉN verander die teken. Om net een van die twee te doen is die gewone fout.

M30 — Antwoord: A

Stap 1 — Die $+4$ is buite die funksie, dus verander dit die UITSET.

Stap 2 — Elke y -waarde neem met 4 toe.

Stap 3 — Dit is 'n vertikale skuif van 4 op.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** 'n rek sou $4f(x)$ wees — vermenigvuldig eerder as bytel.
- **C** $f(x) - 4$ skuif af.
- **D** 'n horisontale skuif kom van 'n verandering aan x binne die hakie.

Onthou: Buite die hakie is vertikaal en gedra hom soos jy verwag; binne die hakie is horisontaal en gedra hom agterstevoor.

Hoofstuk 4 — Trigonometrie

Afdeling 4.1 — SOSKASTOA en Basiese Trigonometriese Verhoudings

Q1 — Basies

Onderwerp: SOSKASTOA — identifisering van $\tan$

'n Reghoekige driehoek het sye van lengte 5, 12 en 13. Die hoek θ is by die hoekpunt waar die sye van lengte 12 en 13 ontmoet (dus het die sy oorkant θ 'n lengte van 5). Wat is $\tan \theta$?

- A) $\frac{5}{13}$
 - B) $\frac{5}{12}$
 - C) $\frac{12}{13}$
 - D) $\frac{12}{5}$
-

Q2 — Basies

Onderwerp: Gebruik van die Pythagoras-identiteit om 'n ontbrekende verhouding te vind

As $\cos \theta = \frac{7}{25}$ en θ 'n skerphoek is, wat is $\sin \theta$?

- A) $\frac{24}{25}$
 - B) $\frac{7}{24}$
 - C) $\frac{25}{24}$
 - D) $\frac{7}{25}$
-

Q3 — Basies**Onderwerp:** Resiproke en kwosiënt-identiteite — kotangensWatter een van die volgende druk $\cot \theta$ korrek uit?

- A) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
- B) $\frac{\text{teenoorstaande}}{\text{aanliggende}}$
- C) $\frac{\text{skuinssy}}{\text{aanliggende}}$
- D) $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
-

Q4 — Basies**Onderwerp:** Om 'n sy met SOSKASTOA te vind — spesiale hoek

'n Reghoekige driehoek het 'n skuinssy van 20 cm en 'n hoek van 60° . Wat is die lengte van die sy oorkant die hoek van 60° ?

- A) 10 cm
- B) $10\sqrt{2}$ cm
- C) $10\sqrt{3}$ cm
- D) $\frac{20}{\sqrt{3}}$ cm
-

Q5 — Intermediêr**Onderwerp:** Kombinerings van sin en cos in 'n reghoekige driehoek

In driehoek ABC is die regte hoek by C . Die skuinssy $AB = 13$ en sy $BC = 5$. Wat is die waarde van $\sin A + \cos A$?

- A) $\frac{60}{169}$
- B) 1
- C) $\frac{7}{13}$
- D) $\frac{17}{13}$
-

Q6 — Intermediêr**Onderwerp:** Resiproke identiteit — kosekans en kotangensGegee dat $\csc \theta = \frac{5}{3}$, vind die waarde van $1 + \cot^2 \theta$.

- A) $\frac{16}{9}$
 - B) $\frac{25}{9}$
 - C) 1
 - D) $\frac{5}{3}$
-

Q7 — Intermediêr**Onderwerp:** Kombinerings van Pythagoras-identiteiteWatter een van die volgende is die waarde van $(1 - \cos^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)$?

- A) 1
 - B) $\csc^2 \theta$
 - C) $\cos^2 \theta$
 - D) $\tan^2 \theta$
-

Q8 — Gevorderd**Onderwerp:** Veelstap-verhoudingsberekeningGegee dat $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ en α 'n skerphoek is, wat is die waarde van $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$?

- A) $\frac{1}{7}$
 - B) 7
 - C) $-\frac{1}{7}$
 - D) -7
-

Afdeling 4.2 — Trigonometrie in Reghoekige Driehoeke

Q9 — Basies

Onderwerp: Om 'n hoek met die inverse kosinus te vind

'n Leer van 8 m lank leun teen 'n muur. Die voet van die leer is 4 m van die muur af. Watter hoek (tot die naaste graad) maak die leer met die grond?

- A) 45°
 - B) 30°
 - C) 60°
 - D) 90°
-

Q10 — Basies

Onderwerp: Om 'n hellingshoek met die inverse tangens te vind

'n Oprit styg 2 m oor 'n horisontale afstand van 5 m. Wat is die hellingshoek van die oprit (tot 1 desimale plek)?

- A) 68.2°
 - B) 24.0°
 - C) 23.6°
 - D) 21.8°
-

Q11 — Intermediêr

Onderwerp: Dieptehoek

Vanaf die top van 'n krans wat 40 m hoog is, is die dieptehoek na 'n boot op see 35° . Hoe ver is die boot van die voet van die krans af (tot 1 desimale plek)?

- A) 57.1 m
 - B) 22.9 m
 - C) 28.0 m
 - D) 32.8 m
-

Q12 — Intermediêr**Onderwerp:** Gekombineerde hoogte- en dieptehoeke

Twee geboue staan 50 m uitmekaar op gelyk grond. Vanaf die top van die korter gebou is die hoogtehoek na die top van die hoër gebou 25° , en die dieptehoek na die voet van die hoër gebou 15° . Wat is die hoogte van die hoër gebou (tot 1 desimale plek)?

- A) 23.3 m
 - B) 36.7 m
 - C) 50.0 m
 - D) 13.4 m
-

Q13 — Intermediêr**Onderwerp:** Die stelling van Pythagoras in 'n reghoekige driehoek

In reghoekige driehoek PQR is die regte hoek by R . $PR = 9$ cm en $QR = 12$ cm. Wat is die lengte van PQ ?

- A) 7.5 cm
 - B) 21 cm
 - C) $\sqrt{63}$ cm
 - D) 15 cm
-

Q14 — Gevorderd**Onderwerp:** Hoogtehoek vanaf twee posisies (toringprobleem)

'n Waarnemer meet die hoogtehoek na die top van 'n tooring as 42° . Nadat hy 80 m reguit na die tooring toe gestap het, is die hoogtehoek 68° . Vind die hoogte van die tooring (tot 1 desimale plek).

- A) 113.2 m
 - B) 72.0 m
 - C) 161.5 m
 - D) 52.6 m
-

Q15 — Gevorderd**Onderwerp:** Trigonometrie in reghoeke

In reghoek $ABCD$ is die diagonaal $AC = 26$ cm en $\angle CAB = 67^\circ$. Vind die lengte van sy BC (tot 1 desimale plek).

- A) 10.2 cm
 - B) 28.2 cm
 - C) 23.9 cm
 - D) 23.4 cm
-

Afdeling 4.3 — Spesiale Hoeke (30° , 45° , 60°)

Q16 — Basies**Onderwerp:** Evaluering van uitdrukkings met spesiale hoeke

Wat is die presiese waarde van $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$?

- A) $\sqrt{3}$
 - B) 1
 - C) $\sqrt{2}$
 - D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
-

Q17 — Basies**Onderwerp:** Waarde van $\tan 45^\circ$

Watter een van die volgende is gelyk aan $\tan 45^\circ$?

- A) 1
 - B) $\sqrt{2}$
 - C) $\sqrt{3}$
 - D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
-

Q18 — Intermediêr**Onderwerp:** Rekenkunde met spesiale hoekeVind, sonder 'n sakrekenaar, die presiese waarde van $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ - 1$.

A) 0

B) $\frac{3}{2}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{4}$

Q19 — Intermediêr**Onderwerp:** Dubbelhoekpatroon met spesiale hoekeEvalueer $\frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$.

A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

B) $\sqrt{3}$

C) 2

D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Q20 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplossing met spesiale hoekeAs $\sin \theta = \cos \theta$ en $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, watter een van die volgende moet waar wees?

A) $\theta = 30^\circ$

B) $\sin \theta = 1$

C) $\cos \theta = 0$

D) $\tan \theta = 1$

Q21 — Gevorderd**Onderwerp:** Saamgestelde hoek — $\sin 75^\circ$ Vind die presiese waarde van $\sin 75^\circ$.

- A) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
B) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
-

Afdeling 4.4 — Eenheidsirkel en Verwysingshoeke

Q22 — Basies**Onderwerp:** VerwysingshoekWat is die verwysingshoek vir 240° ?

- A) 30°
B) 120°
C) 60°
D) 300°
-

Q23 — Basies**Onderwerp:** Identifisering van die kwadrantIn watter kwadrant lê die eindsy van 310° ?

- A) Kwadrant I
B) Kwadrant II
C) Kwadrant III
D) Kwadrant IV
-

Q24 — Intermediêr**Onderwerp:** CAST-reël — bepaling van die kwadrant uit die tekensAs $\cos \theta < 0$ en $\sin \theta < 0$, in watter kwadrant lê die eindsy van θ ?

- A) Kwadrant III
 - B) Kwadrant II
 - C) Kwadrant IV
 - D) Kwadrant I
-

Q25 — Intermediêr**Onderwerp:** Om tan te vind wanneer sin en die kwadrant gegee isAs $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ en $\cos \theta > 0$, vind $\tan \theta$.

- A) $-\frac{5}{13}$
 - B) $\frac{5}{12}$
 - C) $-\frac{12}{5}$
 - D) $-\frac{5}{12}$
-

Q26 — Intermediêr**Onderwerp:** Reduksieformule — $\cos(180^\circ + \theta)$ Wat is $\cos(180^\circ + \theta)$ in terme van $\cos \theta$?

- A) $-\cos \theta$
 - B) $\cos \theta$
 - C) $\sin \theta$
 - D) $-\sin \theta$
-

Q27 — Gevorderd

Onderwerp: Om $\sin$ uit $\tan$ in 'n gegewe kwadrant te vind

As $\tan \theta = -\sqrt{3}$ en $90^\circ < \theta < 180^\circ$, vind $\sin \theta$.

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - B) $\frac{1}{2}$
 - C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
-

Q28 — Gevorderd

Onderwerp: Gekombineerde reduksieformules

Vereenvoudig $\sin(360^\circ - \theta) + \cos(180^\circ + \theta)$.

- A) $\sin \theta + \cos \theta$
 - B) $-(\sin \theta + \cos \theta)$
 - C) $-\sin \theta + \cos \theta$
 - D) $\sin \theta - \cos \theta$
-

Afdeling 4.5 — Trigonometriese Identiteite

Q29 — Basies

Onderwerp: Pythagoras-identiteit — herrangskikking

Watter een van die volgende is ekwivalent aan $1 - \sin^2 \theta$?

- A) $\cos^2 \theta$
 - B) $1 + \cos^2 \theta$
 - C) $-\cos^2 \theta$
 - D) $\sin^2 \theta$
-

Q30 — Intermediêr**Onderwerp:** Vereenvoudiging met identiteiteVereenvoudig $\frac{\sin^2 \theta - 1}{\cos \theta}$.

- A) $\cos \theta$
 - B) $\tan \theta$
 - C) $-\sin^2 \theta$
 - D) $-\cos \theta$
-

Q31 — Intermediêr**Onderwerp:** Kombinerings van veelvuldige identiteiteWatter uitdrukking is ekwivalent aan $(\tan \theta + \cot \theta) \sin \theta \cos \theta$?

- A) $\sin 2\theta$
 - B) 1
 - C) $\tan \theta$
 - D) 2
-

Q32 — Intermediêr**Onderwerp:** Substitusie in 'n identiteitsuitdrukkingGegee dat $\sin \theta = \frac{4}{5}$, vind die presiese waarde van $\frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta}$.

- A) $\frac{16}{25}$
 - B) $\frac{3}{5}$
 - C) $\frac{4}{5}$
 - D) $\frac{5}{4}$
-

Q33 — Gevorderd**Onderwerp:** Faktorisering van 'n verskil van twee vierkanteVereenvoudig $\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$.

- A) $\cos \theta - \sin \theta$
 - B) $\cos \theta + \sin \theta$
 - C) 1
 - D) $\cos 2\theta$
-

Q34 — Gevorderd**Onderwerp:** Identifisering van geldige trigonometriese identiteiteWatter een van die volgende is 'n trigonometriese identiteit (waar vir alle geldige θ)?

- A) $\sin 2\theta = 2 \sin \theta$
 - B) $\tan \theta + \cot \theta = 2 / \sin 2\theta - 1$
 - C) $\cos 2\theta = 1 - \sin^2 \theta$
 - D) $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
-

Q35 — Gevorderd**Onderwerp:** Vereenvoudiging met die Pythagoras-identiteit en faktoriseringWatter een van die volgende vereenvoudig $\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta}$ korrek?

- A) $1 + \cos \theta$
 - B) $\sin \theta + \cos \theta$
 - C) $1 - \cos \theta$
 - D) $\frac{1}{\sin \theta}$
-

Afdeling 4.6 — Oplossing van Trigonometriese Vergelykings

Q36 — Basies

Onderwerp: Oplossing van 'n sin-vergelyking in $[0^\circ, 360^\circ]$

Los op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- A) slegs 45°
 - B) 45° en 225°
 - C) 45° en 135°
 - D) slegs 135°
-

Q37 — Basies

Onderwerp: Oplossing van 'n cos-vergelyking — negatiewe waarde

Los op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $\cos \theta = -\frac{1}{2}$.

- A) slegs 60°
 - B) 60° en 300°
 - C) 120° en 240°
 - D) slegs 120°
-

Q38 — Intermediêr

Onderwerp: Lineêre trigonometriese vergelyking

Los op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $2 \sin \theta + 1 = 0$.

- A) 210° en 330°
 - B) 30° en 150°
 - C) slegs 30°
 - D) slegs 210°
-

Q39 — Intermediêr**Onderwerp:** Kwadraties in tanLos op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $\tan^2 \theta = 3$.

- A) 60° en 240°
 - B) 60° en 120°
 - C) $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$
 - D) $60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$
-

Q40 — Intermediêr**Onderwerp:** Kwadratiese vergelyking in sinLos op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 = 0$.

- A) slegs 90°
 - B) $90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$
 - C) 90° en 270°
 - D) $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$
-

Q41 — Intermediêr**Onderwerp:** Vergelyking waar $\sin = \cos$ Los op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $\sin \theta = \cos \theta$.

- A) 135° en 315°
 - B) slegs 45°
 - C) 45° en 225°
 - D) 0° en 180°
-

Q42 — Gevorderd**Onderwerp:** DubbelhoekvergelijkingLos op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$: $\cos 2\theta = \cos \theta$.

- A) $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$
 - B) $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$
 - C) $60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$
 - D) 120° en 240°
-

Q43 — Gevorderd**Onderwerp:** Algemene oplossingDie algemene oplossing van $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ is:

- A) $\theta = 60^\circ + 360^\circ n$ of $\theta = 120^\circ + 360^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
 - B) $\theta = 60^\circ + 180^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
 - C) slegs $\theta = 60^\circ + 360^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
 - D) $\theta = n \times 60^\circ$, vir $n \in \mathbb{Z}$
-

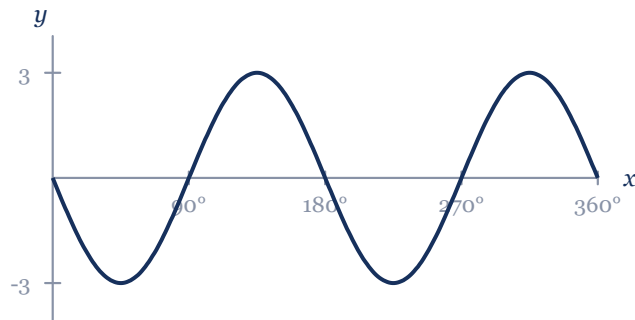
Q44 — Gevorderd**Onderwerp:** Kwadrates in $\cos$ — kontrole vir geldige oplossingsHoeveel oplossings het $2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 2 = 0$ in $[0^\circ, 360^\circ]$?

- A) 4
 - B) 0
 - C) 3
 - D) 2
-

Afdeling 4.7 — Trigonometrisiese Grafieke

Q45 — Basies

Onderwerp: Amplitude



Wat is die amplitude van $y = -3 \sin(2x)$?

- A) 6
 - B) -3
 - C) 2
 - D) 3
-

Q46 — Basies

Onderwerp: Periode

Wat is die periode van $y = \sin(3x)$?

- A) 360°
 - B) 3°
 - C) 120°
 - D) 180°
-

Q47 — Intermediêr**Onderwerp:** Faseverskuiwing

Die grafiek van $y = \cos(x - 30^\circ)$ is 'n translasië van $y = \cos x$ met:

- A) 30° na links
 - B) 30° na regs
 - C) 30° opwaarts
 - D) 60° na regs
-

Q48 — Intermediêr**Onderwerp:** Vertikale verskuiwing

Hoe vergelyk die grafiek van $y = \sin x + 2$ met die grafiek van $y = \sin x$?

- A) 2 eenhede opgeskuif
 - B) Periode is gehalveer
 - C) 2 eenhede na regs geskuif
 - D) Amplitude is verdubbel
-

Q49 — Intermediêr**Onderwerp:** Maksimum waarde uit 'n grafiek

Wat is die maksimum waarde van $y = 2 \sin x$?

- A) 2
 - B) 1
 - C) 4
 - D) π
-

Q50 — Intermediêr

Onderwerp: Om 'n trigonometriese vergelyking uit grafiekenmerke te skryf

Watter vergelyking pas by 'n sinusvormige grafiek met amplitude 4, periode 180° , en geen fase- of vertikale verskuiwing nie?

A) $y = 4 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

B) $y = 2 \sin(4x)$

C) $y = 4 \sin(2x)$

D) $y = 4 \sin x$

Q51 — Gevorderd

Onderwerp: Om die x-koördinate van 'n maksimum op 'n saamgeperste grafiek te vind

Die funksie $y = \sin(2x)$ bereik sy eerste maksimum (vir $x > 0$) by $x =$:

A) 180°

B) 90°

C) 30°

D) 45°

Q52 — Gevorderd

Onderwerp: Waardeversameling van 'n vertikaal getransformeerde funksie

Wat is die waardeversameling van $y = 3 \sin x - 2$?

A) $[-3, 3]$

B) $[-5, 1]$

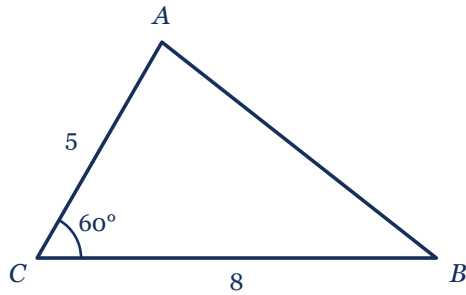
C) $[0, 1]$

D) $[-2, 2]$

Afdeling 4.8 — Sinusreël en Kosinusreël

Q53 — Basies

Onderwerp: Kosinusreël — om 'n sy te vind



In driehoek ABC is $a = 8$, $b = 5$ en $C = 60^\circ$. Vind sy c .

- A) $\sqrt{89}$
 - B) 7
 - C) 3
 - D) 13
-

Q54 — Basies

Onderwerp: Sinusreël — om 'n sy te vind

In driehoek ABC is $a = 12$, $A = 35^\circ$ en $B = 75^\circ$. Vind b (tot 1 desimale plek).

- A) 7.1
 - B) 10.2
 - C) 14.4
 - D) 20.2
-

Q55 — Intermediêr**Onderwerp:** Kosinusreël — om 'n hoek te vind

In driehoek PQR is $p = 7$, $q = 9$ en $r = 11$. Vind hoek R (tot 1 desimale plek).

- A) 15.1°
 - B) 74.1°
 - C) 85.9°
 - D) 94.1°
-

Q56 — Intermediêr**Onderwerp:** Sinusreël — om 'n hoek te vind

In driehoek XYZ is $X = 50^\circ$, $x = 10$ en $y = 8$. Vind hoek Y (tot 1 desimale plek).

- A) 37.8°
 - B) 73.2°
 - C) 42.8°
 - D) 52.2°
-

Q57 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakteformule

Vind die oppervlakte van driehoek ABC waar $a = 6$, $b = 9$ en $C = 30^\circ$.

- A) 6.75
 - B) 27
 - C) 54
 - D) 13.5
-

Q58 — Intermediêr

Onderwerp: Om 'n sy met die sinusreël te vind wanneer drie hoeke bekend is

In driehoek PQR is $P = 40^\circ$, $Q = 75^\circ$ en $p = 15$. Vind q (tot 1 desimale plek).

- A) 32.5
 - B) 22.5
 - C) 10.0
 - D) 15.7
-

Q59 — Gevorderd

Onderwerp: Navigasie — peilingsprobleem

'n Skip vaar 12 km op 'n peiling van $N60^\circ O$, en dan 9 km op 'n peiling van $S30^\circ O$. Hoe ver is die skip van sy beginpunt af?

- A) 21 km
 - B) 3 km
 - C) 15 km
 - D) 10.8 km
-

Q60 — Gevorderd

Onderwerp: Dubbelsinnige geval van die sinusreël

In driehoek ABC is $a = 10$, $b = 7$ en $A = 30^\circ$. Hoeveel geldige driehoeke is moontlik?

- A) 1
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 0
-

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtypes wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Die NBT MAT hergebruik jaar ná jaar vraagtypes uit 'n stabiele bank, en trigonometrie is een van die onderwerpe wat die swaarste ontgin word. Die vier vrae hieronder is direk gemodelleer op tipes wat herhaaldelik in onlangse vraestelle bevestig is en nog nie in hierdie hoofstuk verteenwoordig is nie. Elke antwoord is onafhanklik masjiengeverifieer.

Q61 — Intermediêr

Onderwerp: Dubbelhoek in vermomming (saampersing binne die identiteit)

Vereenvoudig:

$$2 - 4 \sin^2 3x$$

- A) $2 \cos 6x$
 - B) $2 \cos 3x$
 - C) $-2 \cos 6x$
 - D) $2 - 2 \cos 6x$
-

Q62 — Gevorderd

Onderwerp: Gepaarde lineêre kombinasies van sin en cos (kwadreer en tel op)

Gegee dat $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 5$, vind die moontlike waarde(s) van

$$5 \sin \theta - 3 \cos \theta$$

- A) ± 3
 - B) slegs 3
 - C) $\pm\sqrt{34}$
 - D) 0
-

Q63 — Gevorderd

Onderwerp: Eliminering van die parameter (die hoek) uit 'n paar vergelykings

As $x = 3 \cos \theta$ en $y = 2 \sin \theta$, watter vergelyking is waar vir **alle** waardes van θ ?

- A) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
B) $x^2 + y^2 = 13$
C) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$
D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
-

Q64 — Intermediêr

Onderwerp: Om 'n vertikale asimptoot van 'n tan-grafiek te vind

Vir $x > 0$ kom die **eerste** vertikale asimptoot van

$$y = \tan(2x - 30^\circ)$$

voor by $x =$

- A) 45°
B) 52.5°
C) 60°
D) 105°

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 4.1 — SOSKASTOA en Basiese Trigonometriese Verhoudings

Q1 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

1. Benoem die driehoek vanuit hoek θ se perspektief. Die sy oorkant θ is 5, die sy aanliggend aan θ is 12, en die skuinssy (oorkant die regte hoek) is 13.
2. Pas die definisie toe: $\tan \theta = \frac{\text{teenoorstaande}}{\text{aanliggende}} = \frac{5}{12}$.
3. 'n Vinnige kontrole met die stelling van Pythagoras: $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ — die driehoek is geldig.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $5/13$ is $\sin \theta$ (teenoorstaande oor skuinssy), nie tangens nie. Baie studente verwar die "O" in SOSKASTOA — SOS gee sin, nie tan nie.

C) $12/13$ is $\cos \theta$ (aanliggende oor skuinssy). Nog 'n algemene verwarring wanneer die drie verhoudings nie stewig gememoriseer is nie.

D) $12/5$ is $\cot \theta$, die resiprook van tangens. Studente wat onthou "tangens behels 12 en 5" skryf hulle soms in die verkeerde volgorde.

Onthou: Anker SOSKASTOA stewig vas: **S**inus = **O**orstaande/**S**kuinssy, **K**osinus = **A**anliggende/**S**kuinssy, **T**angens = **O**orstaande/**A**anliggende — die **O** staan hier vir die *teenoorstaande* sy, wat die woord is wat oral elders in hierdie boek gebruik word. Vir tangens verskyn die skuinssy nooit nie.

Q2 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

1. Benoem die reghoekige driehoek vanuit $\cos \theta = 7/25$: aanliggende = 7, skuinssy = 25.
2. Gebruik die stelling van Pythagoras om die teenoorstaande sy te vind: $\text{teenoor}^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$, dus $\text{teenoor} = 24$.
3. Daarom $\sin \theta = \frac{\text{teenoorstaande}}{\text{skuinssy}} = \frac{24}{25}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $7/24$ is gelyk aan $\tan \theta = \text{aan/teenoor}$. Die student het die ontbrekende sy (24) gevind maar toe die verhouding aanliggende/teenoorstaande gevorm eerder as teenoorstaande/skuinssy.

C) $25/24$ is $\csc \theta$, die resiprook van $\sin \theta$. Om teller en noemer om te ruil is 'n gereelde glips sodra die teenoorstaande sy korrek gevind is.

D) $7/25$ kopieer bloot die gegewe waarde van $\cos \theta$. Dit gebeur wanneer 'n student vergeet dat 'n ander verhouding gevra word.

Onthou: Wanneer een trigonometriese verhouding gegee word, teken 'n reghoekige driehoek, benoem twee sye, gebruik Pythagoras om die derde te vind, en lees dan af watter verhouding ook al die vraag vra.

Q3 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking**

1. Per definisie is $\cot \theta$ die resiprook van $\tan \theta$.
2. Aangesien $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$, het ons $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$.
3. In driehoeksterme: $\tan \theta = \text{teenoor/aan}$, dus $\cot \theta = \text{aan/teenoor}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\sin \theta / \cos \theta$ is die definisie van $\tan \theta$, nie $\cot \theta$ nie.

B) **teenoorstaande/aanliggende** is $\tan \theta$ in driehoekvorm geskryf — weer eens die resiprook van wat nodig is.

C) **skuinssy/aanliggende** is gelyk aan $\sec \theta$. Die skuinssy verskyn in $\sec$ en $\csc$; kotangens behels net die twee regsye.

Onthou: Die "ko-"-voorvoegsel dui 'n resiprook aan: $\cot = 1/\tan$, $\csc = 1/\sin$, $\sec = 1/\cos$. Om al ses funksies as drie resiproke pare te leer verwyder 'n groot deel van die memorisering.

Q4 — Basies — Antwoord: C**Verduideliking**

1. Ons het die sy oorkant die hoek van 60° nodig. Gebruik $\sin 60^\circ = \text{teenoor/skuins}$.
2. $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, dus $\text{teenoor} = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 10 kom daarvan dat $\sin 30^\circ = 1/2$ in plaas van $\sin 60^\circ$ gebruik is. Dit gee die sy aanliggend aan 60° (dit wil sê, oorkant die hoek van 30°).

B) $10\sqrt{2}$ gebruik $\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$. Die student het die verkeerde spesiale hoek vervang.

D) $20/\sqrt{3}$ ontstaan uit die skryf van teenoor = skuins / $\tan 60^\circ$. Aangesien $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, gee dit $20/\sqrt{3} \approx 11.5$, wat vir hierdie driehoek nóg die teenoorstaande nóg die aanliggende sy is.

Onthou: Vir 'n 30-60-90-driehoek is die sye in die verhouding $1 : \sqrt{3} : 2$. Die sy oorkant 30° is die helfte van die skuinssy; die sy oorkant 60° is $(\sqrt{3}/2) \times$ skuins.

Q5 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Vind die derde sy. $AC^2 = 169 - 25 = 144$, dus $AC = 12$.

Lees die verhoudings af vanaf hoek A (teenoorstaande = 5, aanliggende = 12, skuinssy = 13):

$$\sin A = \frac{5}{13}, \quad \cos A = \frac{12}{13}, \quad \sin A + \cos A = \frac{17}{13}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (1) verwar dit met $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. Daardie identiteit tel die **kwadrate** op.
- **C** ($\frac{7}{13}$) het afgetrek in plaas van opgetel.
- **A** ($\frac{60}{169}$) het die twee verhoudings vermenigvuldig.

Onthou: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ en $\sin \theta + \cos \theta$ is heeltemal verskillende uitdrukkings. Die identiteit geld slegs vir die **kwadrate**.

Q6 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Gebruik die identiteit $1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$ direk. Aangesien $\csc \theta = \frac{5}{3}$:

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta = \frac{25}{9}$$

Kontroleer met 'n driehoek: $\sin \theta = \frac{3}{5}$, dus teenoorstaande 3, skuinssy 5, aanliggende 4. Dan $\cot^2 \theta = \frac{16}{9}$ en $1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9} \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{16}{9}$) is $\cot^2 \theta$ alleen — het vergeet om 1 by te tel.

- **C** (1) het by $\sin^2 + \cos^2 = 1$ geleen. Hierdie identiteit is nie gelyk aan 1 nie.
- **D** ($\frac{5}{3}$) herhaal net die gegewe waarde.

Onthou: Drie Pythagoras-identiteite: $\sin^2 + \cos^2 = 1$, $1 + \tan^2 = \sec^2$, $1 + \cot^2 = \csc^2$. Die laaste twee kom daarvan dat die eerste deur $\cos^2 \theta$ en $\sin^2 \theta$ gedeel word.

Q7 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

1. Pas die Pythagoras-identiteite op elke faktor toe: $-1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta - 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$
2. Vermenigvuldig: $\sin^2 \theta \times \frac{1}{\sin^2 \theta} = 1$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

C) $\cos^2 \theta$ volg daaruit dat net die eerste faktor vereenvoudig is en die tweede geïgnoreer is.

B) $\csc^2 \theta$ volg daaruit dat net die tweede faktor vereenvoudig is en die eerste geïgnoreer is.

D) $\tan^2 \theta$ ontstaan uit die verwarring van $1 + \cot^2 \theta$ met $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$, en dan die berekening $\sin^2 \theta \times \sec^2 \theta = \sin^2 \theta / \cos^2 \theta = \tan^2 \theta$. Om die verkeerde een van die drie identiteite te gebruik is die grondfout.

Onthou: Wanneer 'n uitdrukking twee faktore het, vereenvoudig elkeen afsonderlik met bekende identiteite, en kombineer dan. Produkte van die vorm $\sin^k \theta \cdot \csc^k \theta$ stort altyd ineen tot 1.

Q8 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

1. Vanuit $\tan \alpha = 3/4$: teenoorstaande = 3, aanliggende = 4, skuinssy = 5.
2. $\sin \alpha = 3/5$, $\cos \alpha = 4/5$.
3. Teller: $3/5 - 4/5 = -1/5$.
4. Noemer: $3/5 + 4/5 = 7/5$.
5. Verhouding: $\frac{-1/5}{7/5} = -\frac{1}{7}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $1/7$ is die korrekte grootte maar die verkeerde teken. Die teller is negatief omdat $\cos \alpha > \sin \alpha$ wanneer $\tan \alpha < 1$.

B) 7 keer die breuk om ($7/5 \div 1/5 = 7$), wat daarop dui dat die student teller en noemer verkeerd om geplaas het.

D) -7 keer die breuk om én behou die negatiewe teken, wat die twee foute hierbo kombineer.

Onthou: Wanneer $\tan \alpha < 1$ (dit wil sê, $\alpha < 45^\circ$), het ons $\cos \alpha > \sin \alpha$, dus is $\sin \alpha - \cos \alpha$ negatief. Ken altyd 'n teken toe voordat jy breuke vereenvoudig.

Afdeling 4.2 — Trigonometrie in Reghoekige Driehoeke

Q9 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

1. Die leer is die skuinssy (8 m) en die afstand by die voet is die aanliggende sy (4 m).

$$2. \cos \theta = \frac{\text{aan}}{\text{skuins}} = \frac{4}{8} = 0.5.$$

$$3. \theta = \cos^{-1}(0.5) = 60^\circ.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 30° is die hoek wat die leer met die **muur** maak (die komplement van die hoek met die grond). Om die verwysingsrigting te verwar — vanaf die muur te meet in plaas van vanaf die grond — lewer hierdie fout.

A) 45° is 'n algemene raaiskoot wanneer studente onseker voel; dit het geen grond in die gegewe metings nie.

D) 90° sou beteken die leer is horisontaal — onmoontlik as dit teen 'n muur leun.

Onthou: Identifiseer watter sy aanliggend is en watter die skuinssy is, relatief tot die hoek wat jy soek, en kies dan die gepaste inverse trigonometriese funksie.

Q10 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

1. Die styging (2 m) is oorkant die hoek, en die horisontale afstand (5 m) is aanliggend.

$$2. \tan \theta = \frac{2}{5} = 0.4.$$

$$3. \theta = \tan^{-1}(0.4) \approx 21.8^\circ.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 68.2° kom van die omkering van die breuk: $\tan^{-1}(5/2) = \tan^{-1}(2.5) \approx 68.2^\circ$. Dit is die komplement van die korrekte hoek.

C) 23.6° gebruik $\sin^{-1}(2/5) = \sin^{-1}(0.4) \approx 23.6^\circ$. Die student het sinus gebruik terwyl die skuinssy onbekend is.

B) 24.0° is 'n afgeronde skatting sonder 'n beginselvaste berekening — 'n raaiskoot naby C.

Onthou: Wanneer albei sye wat die regte hoek vorm gegee is, is tangens die korrekte verhouding (geen skuinssy nodig nie). Gebruik $\theta = \tan^{-1}(\text{styging/loop})$ vir hellingsprobleme.

Q11 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Die dieptehoek vanaf die krans is gelyk aan die hoogtehoek vanaf die boot (verwisselende hoeke).

In die driehoek is die krans van 40 m **oorkant** die hoek van 35° , en die afstand x is **aanliggend**:

$$\tan 35^\circ = \frac{40}{x} \Rightarrow x = \frac{40}{\tan 35^\circ} \approx 57.1 \text{ m}$$

Waarom die ander verkeerd is — elkeen vermenigvuldig waar dit moet deel:

- **C** (28.0) het $40 \times \tan 35^\circ$ gebruik.
- **B** (22.9) het $40 \times \sin 35^\circ$ gebruik, wat sou vereis dat 40 die skuinssy is.
- **D** (32.8) het $40 \times \cos 35^\circ$ gebruik.

Onthou: Skryf die vergelyking neer voordat jy dit herrangskik. Met die bekende sy **oorkant** die hoek, is die aanliggende sy $\frac{\text{teenoor}}{\tan \theta}$ — 'n deling, wat maklik vergeet word.

Q12 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Twee hoeke, twee reghoekige driehoeke, een gedeelde basis van 50 m.

Onder ooghoogte (dieptehoek 15°) gee die korter gebou se hoogte:

$$h = 50 \tan 15^\circ \approx 13.4 \text{ m}$$

Bo ooghoogte (hoogtehoek 25°) gee die ekstra hoogte:

$$d = 50 \tan 25^\circ \approx 23.3 \text{ m}$$

Totaal: $13.4 + 23.3 \approx 36.7 \text{ m}$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (23.3) is net die deel **bo** ooghoogte.
- **D** (13.4) is net die deel **onder** ooghoogte.
- **C** (50.0) is die horisontale afstand — glad nie 'n hoogte nie.

Onthou: Een hoogtehoek en een dieptehoek beskryf twee driehoeke wat 'n basis deel. Tel die twee vertikale stukke op.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. Die regte hoek is by R , dus is PQ die skuinssy.
2. $PQ^2 = PR^2 + QR^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.
3. $PQ = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$. (Herken die 3-4-5-drietal, met 3 geskaal.)

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 21 tel die twee regsye op: $9 + 12 = 21$. Om sye op te tel gee nooit die skuinssy nie, behalwe by toeval.

C) $\sqrt{63}$ bereken $\sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{144 - 81} = \sqrt{63}$. Dit trek af in plaas van op te tel, wat 'n regsye sou vind as 12 die skuinssy was — maar die skuinssy is PQ , nie QR nie.

A) 7.5 is $\frac{9}{12} = 0.75$ met 10 vermenigvuldig, of een of ander onverwante rekenkunde.

Onthou: Die stelling van Pythagoras tel die kwadrate van die twee regsye op om die kwadraat van die skuinssy te kry. Trek net af as jy 'n regsye soek en die skuinssy gegee is.

Q14 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Laat h die toring se hoogte wees en x die afstand vanaf die **nader** posisie.

Twee vergelykings, een vir elke posisie:

$$h = x \tan 68^\circ \quad h = (x + 80) \tan 42^\circ$$

Stel gelyk en los op vir x :

$$x(\tan 68^\circ - \tan 42^\circ) = 80 \tan 42^\circ \implies x = \frac{72.03}{1.5747} \approx 45.7 \text{ m}$$

Vind dan h : $h = 45.7 \times \tan 68^\circ \approx 113.2 \text{ m}$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (72.0) is die teller alleen — het gestop voordat vir x opgelos is.
- **C** (161.5) het die hoeke verwissel, en 68° by die verre posisie geplaas.
- **D** (52.6) het die finale vermenigvuldiging nooit voltooi nie.

Onthou: Twee posisies gee twee vergelykings in h en x . Stel hulle gelyk, los **eers** vir x op, en vervang dan terug vir h .

Q15 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

1. Die diagonaal AC is die skuinssy van reghoekige driehoek ABC (regte hoek by B , aangesien $ABCD$ 'n reghoek is).
2. Sy BC is oorkant hoek $\angle CAB = 67^\circ$.
3. $BC = AC \times \sin 67^\circ = 26 \times 0.9205 \approx 23.9 \text{ cm}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 10.2 cm gebruik $\cos 67^\circ \approx 0.3907$: $26 \times 0.3907 \approx 10.2$. Dit gee AB (die aanliggende sy), nie BC nie.

B) 28.2 cm kom van $26 / \sin 67^\circ \approx 28.2$ — deel in plaas van vermenigvuldig, asof 26 'n regsy was eerder as die skuinssy.

D) 23.4 cm rond $\sin 67^\circ$ af tot 0.9 voordat daar vermenigvuldig word: $26 \times 0.9 = 23.4$. Rond aan die **einde** af, nooit in die middel nie — daardie ekstra desimale in die sinus is hier 'n halwe sentimeter werd.

Onthou: In enige reghoek skep die diagonaal 'n reghoekige driehoek met die sye. Identifiseer watter sy oorkant en watter aanliggend aan die gegewe hoek is, en pas dan SOS of KAS dienooreenkomstig toe.

Afdeling 4.3 — Spesiale Hoeke (30°, 45°, 60°)

Q16 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

$$1. \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ en } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$2. \sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\sqrt{3}$ volg uit die berekening van $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ$ in plaas daarvan: albei is gelyk aan $\sqrt{3}/2$, dus is hulle som $\sqrt{3}$. Die vraag gebruik 30° met sin en 60° met cos, wat albei gelyk is aan $1/2$.

D) $\sqrt{3}/2$ is die waarde van 'n enkele funksie soos $\sin 60^\circ$ of $\cos 30^\circ$ — nie die som van twee terme nie.

C) $\sqrt{2}$ is 'n aanneemlike raaiskoot gebaseer op die vermenging van 45° -waardes; $2 \times (\sqrt{2}/2) = \sqrt{2}$, maar dit geld vir $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$, nie vir hierdie uitdrukking nie.

Onthou: Memoriseer die tabel van spesiale hoeke: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$. Let op dat $\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$.

Q17 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

1. In 'n 45-45-90-driehoek is die twee regsye gelyk; as elke regsye $= 1$ is, is die skuinssy $= \sqrt{2}$.

$$2. \tan 45^\circ = \frac{\text{teenoor}}{\text{aan}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $\sqrt{2}$ is $\sec 45^\circ = 1/\cos 45^\circ = \sqrt{2}$. Om tangens met sekans te verwar lewer dit op.

C) $\sqrt{3}$ is $\tan 60^\circ$.

D) $1/\sqrt{2}$ is gelyk aan $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$. Die student ken dalk die 45° -waardes maar pas hulle op die verkeerde funksie toe.

Onthou: $\tan 45^\circ = 1$ is miskien die nuttigste spesiale-hoek-waarde om onmiddellik te ken, want dit dui op gelyke teenoorstaande en aanliggende sye en kom voortdurend in simmetrie-argumente voor.

Q18 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

Albei spesiale waardes is $\frac{\sqrt{3}}{2}$, dus is albei kwadrate $\frac{3}{4}$:

$$\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ - 1 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (o) behandel dit as $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ - 1$. Die vraag gebruik $\cos 30^\circ$, wat gelyk is aan $\sin 60^\circ$ — dus is albei terme $\frac{3}{4}$, nie $\frac{3}{4}$ en $\frac{1}{4}$ nie.
- **B** ($\frac{3}{2}$) het die kwadrate opgetel maar nooit die 1 afgetrek nie.
- **D** ($\frac{1}{4}$) het $\sin^2 60^\circ = \frac{1}{2}$ gebruik, wat verkeerd is.

Onthou: $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$ — 'n kofunksiepaar, dus is hulle **nie** die komplementêre paar wat die Pythagoras-identiteit vereis nie. Lees die hoeke noukeurig, en voltooi dan die rekenkunde.

Q19 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

1. $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, dus $\tan^2 30^\circ = \frac{1}{3}$.

2. Teller: $2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

3. Noemer: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

4. $\frac{2/\sqrt{3}}{2/3} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Herkenning: Dit is presies die dubbelhoekformule $\tan(2 \times 30^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $2/\sqrt{3}$ is net die teller voordat daar deur die noemer gedeel is — die student het halfpad gestop.

C) 2 ontstaan uit verkeerde vereenvoudiging: moontlik deur $2/\sqrt{3}$ deur $1/3$ te deel en $6/\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ te kry, en dan af te rond.

D) $1/\sqrt{3}$ is $\tan 30^\circ$ self — die student het die invoer geëvalueer eerder as die uitdrukking.

Onthou: Die formule $\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \tan(2\theta)$ is 'n kragtige identiteit. Om die vorm te herken laat jou toe om dit sonder vervelige rekenkunde te evalueer.

Q20 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

1. $\sin \theta = \cos \theta$ impliseer $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$, dit wil sê $\tan \theta = 1$.
2. Die enigste oplossing in $[0^\circ, 90^\circ]$ is $\theta = 45^\circ$, dus $\sin \theta = \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ en $\tan \theta = 1$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\theta = 30^\circ$ is verkeerd: $\sin 30^\circ = 0.5 \neq \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 \approx 0.866$.

B) $\sin \theta = 1$ sou $\theta = 90^\circ$ vereis, waar $\cos 90^\circ = 0 \neq 1$, wat die voorwaarde weerspreek.

C) $\cos \theta = 0$ sou $\theta = 90^\circ$ vereis — dieselfde weerspreking as B.

Onthou: $\sin \theta = \cos \theta$ is ekwivalent aan $\tan \theta = 1$. Om albei kante van 'n trigonometriese vergelyking deur 'n funksie te deel is 'n geldige algebraïese stap en vereenvoudig die vergelyking dikwels dramaties.

Q21 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

1. Skryf $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ en pas die saamgestelde-hoek-formule toe:

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\begin{aligned}
 2. \sin 75^\circ &= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.
 \end{aligned}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$ is $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$. Die student het aftrekking in plaas van optelling in die saamgestelde hoek gebruik.

C) $(\sqrt{2} + 1)/2$ is 'n verkeerde uitbreiding, moontlik deurdat die vierkantswortels verkeerd hanteer is.

D) $\sqrt{3}/2$ is $\sin 60^\circ$, 15° daarnaas.

Onthou: Om $\sin$ of $\cos$ van 'n nie-standaard hoek soos 75° te evalueer, ontbind dit in 'n som of verskil van spesiale hoeke (30° , 45° , 60°) en pas die saamgestelde-hoek-formule toe.

Afdeling 4.4 — Eenheidsirkel en Verwysingshoeke

Q22 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

1. 240° lê in die derde kwadrant (tussen 180° en 270°).
2. Verwysingshoek = $240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 30° sou die verwysingshoek vir 210° wees ($= 180^\circ + 30^\circ$). Een algemene veelvoud van 30° daarnaas.

B) 120° is $360^\circ - 240^\circ$, wat die supplementêre afstand van 240° tot die volle sirkel gee — nie die verwysingshoek nie (wat altyd vanaf die naaste x-as gemeet word).

D) 300° is $360^\circ - 60^\circ$, 'n geldige hoek in K4 wat dieselfde verwysingshoek (60°) het maar nie self die verwysingshoek is nie.

Onthou: Die verwysingshoek is altyd die skerphoek tussen die eindsy en die x-as. Vir K3: trek 180° af. Vir K2: trek van 180° af. Vir K4: trek van 360° af.

Q23 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

1. Die kwadrante: K1 ($0^\circ-90^\circ$), K2 ($90^\circ-180^\circ$), K3 ($180^\circ-270^\circ$), K4 ($270^\circ-360^\circ$).
2. 310° lê tussen 270° en $360^\circ \rightarrow$ Kwadrant IV.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) K1 geld vir hoeke kleiner as 90° . 310° het die grootste deel van die sirkel reeds voltooi.

B) K2 (90° tot 180°) is aan die teenoorgestelde kant; 310° is verby 270° .

C) K3 (180° tot 270°): $310^\circ > 270^\circ$, dus is dit verby K3.

Onthou: 'n Vinnige kontrole: oorskry die hoek 270° ? Indien wel, is dit in K4. Bepaal die ligging deur met die kwadrantgrense 0° , 90° , 180° , 270° , 360° te vergelyk.

Q24 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Met die CAST-reël (Alle positief in K1, Sin positief in K2, Tan positief in K3, Cos positief in K4):

- K1: sin en cos albei positief.
- K2: sin positief, cos negatief.
- K3: sin en cos albei negatief. ✓
- K4: cos positief, sin negatief.

Albei funksies negatief $\Rightarrow$ Kwadrant III.

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) K1 het albei funksies positief.

B) K2 het sin positief maar cos negatief — net een is hier negatief.

C) K4 het cos positief maar sin negatief — die omgekeerde van K2.

Onthou: Die CAST-geheuesteun plaas "Alle" in K1, "Sin" in K2, "Tan" in K3 en "Cos" in K4 om aan te dui watter primêre funksie positief is. Dat sin én cos albei negatief is, identifiseer K3 uniek.

Q25 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. $\sin \theta < 0$ en $\cos \theta > 0$ plaas θ in Kwadrant IV.
2. Met teenoorstaande = 5, skuinssy = 13: aanliggende = $\sqrt{169 - 25} = 12$.
3. In K4: $\cos \theta = +12/13$, $\sin \theta = -5/13$.
4. $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-5/13}{12/13} = -\frac{5}{12}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $5/12$ is die grootte van $\tan \theta$ maar met die verkeerde teken. In K4 is tangens negatief.

C) $-12/5$ keer die breuk om. Die student het dalk teenoorstaande en aanliggende verwar.

A) $-5/13$ kopieer die gegewe sinuswaarde — die student het glad nie tangens bereken nie.

Onthou: In K4 is sin negatief en cos positief, dus is $\tan (= \sin/\cos)$ negatief. Bepaal altyd die kwadrant voordat jy tekens aan die resiproke/kwosiënt-funksies toeken.

Q26 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Met die saamgestelde-hoek-formule:

$$\cos(180^\circ + \theta) = \cos 180^\circ \cos \theta - \sin 180^\circ \sin \theta = (-1) \cos \theta - (0) \sin \theta = -\cos \theta.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $\cos \theta$ vergeet die tekenverandering. Om 180° by te tel plaas die hoek in K3 (waar kosinus negatief is), en dit moet die teken verander.

C) $\sin \theta$ sou die resultaat van $\cos(90^\circ - \theta)$ wees, nie $\cos(180^\circ + \theta)$ nie.

D) $-\sin \theta$ is $\cos(90^\circ + \theta)$, 'n ander reduksieformule.

Onthou: Die vier sleutelreduksieformules: $\cos(180^\circ \pm \theta) = -\cos \theta$, $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$, $\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta$ en $\cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta$. Elkeen weerspieël die CAST-tekenpatroon in die betrokke kwadrant.

Q27 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

1. Die verwysingshoek: $|\tan \theta| = \sqrt{3}$, dus is die verwysingshoek 60° .

2. Met θ in K2 ($90^\circ < \theta < 180^\circ$), het ons $\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

3. $\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(In K2 is sin positief.)

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $-\sqrt{3}/2$ plaas θ in K3, waar sin ook negatief is. Om te vergeet dat tan negatief is in K2 (nie net in K3 nie) veroorsaak hierdie fout.

B) $1/2$ is $\sin 30^\circ$, uit 'n verwarring van die verwysingshoek: $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ gee verwysing 60° , nie 30° nie.

D) $2/\sqrt{3}$ is 'n algebraïese fout — moontlik $1/\sin \theta$, of 'n omkering van die driehoek se sye.

Onthou: Tan is negatief in beide K2 en K4. 'n Gegewe interval vir θ (hier K2) verwyder die dubbelsinnigheid. In K2 is sin altyd positief, dus is die resultaat $+\sqrt{3}/2$.

Q28 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

1. $\sin(360^\circ - \theta) = \sin(-\theta) = -\sin \theta$. (In K4 is $\sin$ negatief, en dit is die kohoek van θ .)
2. $\cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta$. (Uit Q26 hierbo.)
3. Som $= -\sin \theta + (-\cos \theta) = -(\sin \theta + \cos \theta)$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\sin \theta + \cos \theta$ kry albei tekens verkeerd: die student het vergeet dat albei reduksieformules 'n negatiewe teken invoer.

D) $\sin \theta - \cos \theta$ kry die eerste teken verkeerd en die tweede reg.

C) $-\sin \theta + \cos \theta$ kry die eerste reg maar vergeet die teken op die kosinusterm.

Onthou: Pas elke reduksieformule afsonderlik toe voordat jy kombineer. Skryf elke stap uitdruklik neer: $\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta$, dan $\cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta$, en tel dan op.

Afdeling 4.5 — Trigonometriese Identiteite

Q29 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Uit die fundamentele identiteit $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$:

$$1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $1 + \cos^2 \theta$ tel op eerder as om die herrangskikking te herken. Die resultaat sou vir die meeste θ groter as 1 wees.

C) $-\cos^2 \theta$ voer 'n vals negatiewe teken in.

D) $\sin^2 \theta$ gee 'n deel terug van wat afgetrek is, wat sou impliseer dat $1 - \sin^2 \theta = \sin^2 \theta$, dit wil sê $\sin^2 \theta = 1/2$ — slegs waar vir $\theta = 45^\circ$, nie in die algemeen nie.

Onthou: Die Pythagoras-identiteit word die beste in al drie herrangskikkings geleer: $\sin^2 + \cos^2 = 1$, $\cos^2 = 1 - \sin^2$, $\sin^2 = 1 - \cos^2$. Om te herken watter vorm om te gebruik is die halwe stryd.

Q30 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. Herskryf die teller: $\sin^2 \theta - 1 = -(1 - \sin^2 \theta) = -\cos^2 \theta$.

2. $\frac{-\cos^2 \theta}{\cos \theta} = -\cos \theta$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\cos \theta$ laat die negatiewe teken val wat in stap 1 ingevoer is.

C) $-\sin^2 \theta$ volg daaruit dat θ -waardes verkeerd uitgekanselleer is sonder om die teller eers te faktoriseer.

B) $\tan \theta$ sou vereis dat die teller $\sin^2 \theta / \cos \theta \cdot \cos \theta = \sin^2 \theta$ is, nie $\sin^2 \theta - 1$ nie.

Onthou: $\sin^2 \theta - 1 = -\cos^2 \theta$ is 'n eenstap-herrangskikking van Pythagoras wat gereeld in vereenvoudiging verskyn. Om dit vinnig raak te sien is 'n teken van vlotheid met identiteite.

Q31 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

1. $\tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$.

2. Vermenigvuldig met $\sin \theta \cos \theta$: $\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \times \sin \theta \cos \theta = 1$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\sin 2\theta$ kom daarvan dat $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$ herken is maar die vereenvoudiging van die hakie nie eers voltooi is nie.

C) $\tan \theta$ is 'n gedeeltelike vereenvoudiging — moontlik is slegs $\tan \theta$ uit die hakie gefaktoriseer.

D) 2 kan ontstaan uit die verkeerde aanname dat $\tan \theta + \cot \theta = 2$ (wat in die algemeen vals is).

Onthou: Combineer $\tan + \cot$ deur dit eers oor 'n gemene noemer te plaas. Die Pythagoras-identiteit stort dan die teller ineen tot 1, en die $\sin \theta \cos \theta$ kanselleer netjies uit.

Q32 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. Herken $1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$.

2. $\frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta = \frac{4}{5}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $16/25$ is $\sin^2 \theta = (4/5)^2$, dit wil sê die student het die teller vereenvoudig maar vergeet om deur $\sin \theta$ te deel.

B) $3/5$ is $\cos \theta$ (aangesien $\cos \theta = \sqrt{1 - 16/25} = 3/5$). 'n Student wat die kosinus bereken en dan teller en noemer verwar het, sou hier beland.

D) $5/4$ is $1/\sin \theta = \csc \theta$, wat daarop dui dat die student die uitdrukking omgekeer het.

Onthou: Voordat jy getalle vervang, vereenvoudig die algebraïese vorm heeltemal. Hier is die uitdrukking gelyk aan $\sin \theta$ ongeag die spesifieke waarde wat gegee is — om dit te herken spaar berekening.

Q33 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

1. Faktoriseer die teller as 'n verskil van twee vierkante: $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = (\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)$.

2. Kanselleer $(\cos \theta - \sin \theta)$ uit (mits $\cos \theta \neq \sin \theta$):

$$\frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{\cos \theta - \sin \theta} = \cos \theta + \sin \theta.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\cos \theta - \sin \theta$ volg daaruit dat $(\cos \theta + \sin \theta)$ uitgekanselleer is in plaas van $(\cos \theta - \sin \theta)$ — die verkeerde faktor is gekies.

C) 1 verwar dit met die Pythagoras-identiteit: $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, maar die teller hier het 'n minusteken.

D) $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ is 1, die Pythagoras-identiteit — dieselfde fout as C, net anders geskryf.

Onthou: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ met trigonometriese funksies: $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = (\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)$. Hierdie faktorisering verskyn gereeld in die vereenvoudiging van identiteite.

Q34 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

Begin by $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$. Deel albei kante deur $\cos^2 \theta$:

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta \checkmark$$

Dit is geldig vir alle θ waar $\cos \theta \neq 0$.

Kontroleer die ander:

- **A:** $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \neq 2 \sin \theta$ ($\cos \theta$ ontbreek).
- **C:** $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \neq 1 - \sin^2 \theta$.
- **B:** $\tan \theta + \cot \theta = 2 / \sin 2\theta$ presies (geen -1 nie).

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) Laat die $\cos \theta$ -faktor uit die dubbelhoekformule val.

C) Gebruik net een $\sin^2$ in plaas van twee in die korrekte formule $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$.

B) Is amper reg, maar die -1 is verkeerd: $\tan \theta + \cot \theta = 1/(\sin \theta \cos \theta) = 2/(2 \sin \theta \cos \theta) = 2/\sin 2\theta$ presies.

Onthou: Om 'n identiteit te toets beteken om te kyk of albei kante vir elke θ gelyk is — om een spesifieke waarde soos $\theta = 30^\circ$ te vervang skakel vals opsies vinnig uit.

Q35 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

1. Pas $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)$ toe.
2. $\frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$, mits $\cos \theta \neq 1$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

C) $1 - \cos \theta$ kanselleer die verkeerde faktor: die student het deur $(1 + \cos \theta)$ gedeel eerder as om dit uit te kanselleer.

B) $\sin \theta + \cos \theta$ het geen korrekte afleiding uit hierdie uitdrukking nie; dit weerspieël moontlik 'n raaiskoot op grond van bekend lykende terme.

D) $1/\sin \theta = \csc \theta$ kom daarvan dat die teller verkeerdelik as $\sin \theta$ (eerste mag) hanteer en dan uitgekanselleer is, of van 'n omkering.

Onthou: $\sin^2 \theta = (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)$ is die gefaktoriseerde Pythagoras-identiteit. Wanneer die noemer $(1 \pm \cos \theta)$ is, skep hierdie faktorisering 'n onmiddellike uitkansellering.

Afdeling 4.6 — Oplossing van Trigonometriese Vergelykings

Q36 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

1. $\sin \theta = \sqrt{2}/2 > 0$, dus lê θ in K1 of K2.
2. Verwysingshoek: $\sin^{-1}(\sqrt{2}/2) = 45^\circ$.
3. K1: $\theta = 45^\circ$. K2: $\theta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.
4. Oplossings: $\theta = 45^\circ$ en $\theta = 135^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) slegs 45° mis die K2-oplossing, 'n baie algemene fout — studente hou op sodra hulle een antwoord gevind het.

B) 45° en 225° gee K3 in plaas van K2 vir die tweede oplossing. In K3 is $\sin \theta < 0$, wat die vergelyking weerspreek.

D) slegs 135° vind die K2-hoek maar mis die K1-hoek.

Onthou: Wanneer $\sin \theta = k > 0$, is daar altyd twee oplossings in $[0^\circ, 360^\circ]$: een in K1 en een in K2 ($\theta = 180^\circ - \text{verw}$). 'n Positiewe sinuswaarde word nooit in K3 of K4 bevredig nie.

Q37 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

1. $\cos \theta = -1/2 < 0$: die oplossings lê in K2 en K3.
2. Verwysingshoek: $\cos^{-1}(1/2) = 60^\circ$.
3. K2: $\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. K3: $\theta = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 60° en 300° is oplossings vir $\cos \theta = +1/2$ (K1 en K4), nie vir $-1/2$ nie.

A) slegs 60° gebruik die verwysingshoek direk sonder om die tekenverandering in ag te neem of albei oplossings te vind.

D) slegs 120° vind K2 maar mis K3.

Onthou: Kosinus is negatief in K2 en K3. Vir K2 gebruik $180^\circ - \text{verw}$; vir K3 gebruik $180^\circ + \text{verw}$.

Q38 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

1. Isoleer: $\sin \theta = -\frac{1}{2}$.
2. Negatiewe sinus: K3 en K4. Verwysingshoek: $\sin^{-1}(1/2) = 30^\circ$.
3. K3: $180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$. K4: $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 30° en 150° los $\sin \theta = +1/2$ op (die negatiewe teken uit die vergelyking is vergeet).

C) slegs 30° gebruik die kaal verwysingshoek sonder om vir die negatiewe waarde aan te pas of albei oplossings te vind.

D) slegs 210° vind K3 maar mis K4.

Onthou: Isoleer altyd eers die trigonometriese funksie, en bepaal dan die teken en die gepaste kwadrante. Negatiewe sinus $\rightarrow$ K3 en K4; positiewe sinus $\rightarrow$ K1 en K2.

Q39 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

1. $\tan \theta = \pm\sqrt{3}$.
2. $\tan \theta = +\sqrt{3}$: verwysing $= 60^\circ$. Tan is positief in K1 en K3: $\theta = 60^\circ, 240^\circ$.
3. $\tan \theta = -\sqrt{3}$: verwysing $= 60^\circ$. Tan is negatief in K2 en K4: $\theta = 120^\circ, 300^\circ$.
4. Al vier oplossings: $60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 60° en 240° sluit slegs die positiewe wortel in. Om die vierkantswortel te neem gee $\pm\sqrt{3}$; albei takke moet opgelos word.

B) 60° en 120° gee K1 vir die positiewe wortel en K2 vir die negatiewe, maar mis K3 en K4.

C) $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ gebruik verwysingshoek 30° in plaas van 60° . $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$, nie $\sqrt{3}$ nie.

Onthou: $\tan^2 \theta = k$ lewer altyd vier oplossings in $[0^\circ, 360^\circ]$ op, want $+\sqrt{k}$ en $-\sqrt{k}$ gee elkeen twee oplossings. Vir tangens is die twee oplossings vir 'n gegewe teken 180° uitmekaar.

Q40 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

1. Faktoriseer: $(2 \sin \theta + 1)(\sin \theta - 1) = 0$.
2. $\sin \theta = 1$: $\theta = 90^\circ$.
3. $\sin \theta = -1/2$: verwysing = 30° , oplossings in K3 en K4: $\theta = 210^\circ, 330^\circ$.
4. Volledige oplossingsversameling: $\{90^\circ, 210^\circ, 330^\circ\}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) slegs 90° los slegs $\sin \theta = 1$ op en ignoreer die faktor $(2 \sin \theta + 1) = 0$.

D) $30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ los $\sin \theta = -1/2$ korrek op (K3 en K4: 210° en 330°) maar vervang die $\sin \theta = 1$ -oplossing met $\sin \theta = 1/2$ -oplossings (30° en 150°).

C) 90° en 270° verwar $\sin \theta = 1$ (gee 90°) met $\sin \theta = -1$ (gee 270°); die werklike tweede faktor gee $-1/2$, nie -1 nie.

Onthou: Kwadratiese uitdrukings in $\sin \theta$ of $\cos \theta$ faktoriseer net soos gewone kwadratiese uitdrukings. Behandel $\sin \theta$ as 'n enkele veranderlike u , faktoriseer, los op vir u , en los dan elke trigonometriese vergelyking afsonderlik op.

Q41 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

1. Deel albei kante deur $\cos \theta$ (geldig wanneer $\cos \theta \neq 0$): $\tan \theta = 1$.
2. Verwysingshoek: 45° . Tan is positief in K1 en K3: $\theta = 45^\circ, 225^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) slegs 45° vind K1 maar mis die K3-oplossing by 225° .

A) 135° en 315° los $\tan \theta = -1$ op, wat uit $\sin \theta = -\cos \theta$ sou ontstaan.

D) 0° en 180° is oplossings vir $\sin \theta = 0$, 'n heeltemal ander vergelyking.

Onthou: $\sin \theta = \cos \theta$ word die doeltreffendste opgelos deur te deel om $\tan \theta = 1$ te kry. Dit vermy kwadrering (wat vals oplossings kan invoer) en openbaar dadelik die kwadrantstruktuur.

Q42 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

1. Vervang $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$:

$$2 \cos^2 \theta - 1 = \cos \theta$$

$$2 \cos^2 \theta - \cos \theta - 1 = 0$$

$$(2 \cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) = 0.$$

2. $\cos \theta = 1$: $\theta = 0^\circ$ (of 360° , dieselfde punt).

3. $\cos \theta = -1/2$: K2: 120° , K3: 240° .

4. Oplossings in $[0^\circ, 360^\circ)$: $\{0^\circ, 120^\circ, 240^\circ\}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 0° , 120° , 240° , 360° lys 360° as 'n aparte oplossing. Aangesien $[0^\circ, 360^\circ]$ 'n geslote interval is, is 360° tegnies geldig — maar die meeste konvensies behandel $[0^\circ, 360^\circ)$ as die standaardperiode, wat drie afsonderlike oplossings gee. Die vraag spesifiseer $[0^\circ, 360^\circ]$, wat dit gedeeltelik verdedigbaar maak, maar die standaardantwoord is B.

C) 60° , 180° , 300° gebruik $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta$ (die -1 ontbreek), wat tot 'n ander faktorisering lei.

D) 120° en 240° vergeet die $\cos \theta = 1$ -oplossing by 0° .

Onthou: Wanneer 'n dubbelhoekvergelyking verskyn, herskryf dit altyd in terme van 'n enkele hoek met 'n dubbelhoekidentiteit, en faktoriseer dan.

Q43 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

1. $\sin \theta = \sqrt{3}/2$: hoofwaarde 60° (K1) en supplementêre waarde 120° (K2).

2. Albei herhaal elke 360° , wat die algemene oplossing gee:

$$\theta = 60^\circ + 360^\circ n \text{ of } \theta = 120^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

C) Gee slegs die K1-familie, en laat die K2-familie heeltemal weg.

B) $60^\circ + 180^\circ n$ genereer $60^\circ, 240^\circ, 420^\circ, \dots$ maar $\sin 240^\circ = -\sqrt{3}/2 \neq \sqrt{3}/2$. Die periode vir 'n vaste positiewe sinus is 360° , nie 180° nie.

D) $n \times 60^\circ$ genereer $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, \dots$, waarvan baie verkeerde sinuswaardes gee.

Onthou: Vir $\sin \theta = k$ (met $k > 0$) het die algemene oplossing twee families: $\theta = \alpha + 360^\circ n$ (K1) en $\theta = (180^\circ - \alpha) + 360^\circ n$ (K2). Vir $\cos \theta = k$: $\theta = \pm \alpha + 360^\circ n$.

Q44 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

1. Faktoriseer: $(2 \cos \theta - 1)(\cos \theta + 2) = 0$.
2. $\cos \theta = 1/2$: geldig. Oplossings: $\theta = 60^\circ, 300^\circ$.
3. $\cos \theta = -2$: onmoontlik aangesien $|\cos \theta| \leq 1$.
4. Twee oplossings.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 4 neem aan dat albei wortels van die kwadratiese vergelyking elk twee trigonometriese oplossings gee. Die tweede wortel $\cos \theta = -2$ lê buite $[-1, 1]$ en moet verwerp word.

B) o glo verkeerdelik dat daar geen oplossings bestaan nie — die student het moontlik die kwadratiese wortels opgelos maar die diskriminant verkeerd gelees.

C) 3 het geen duidelike oorsprong nie; die student het moontlik $60^\circ, 300^\circ$ en een van die vals $\cos \theta = -2$ -hoeke getel.

Onthou: Kontroleer altyd dat die waarde wat 'n kwadratiese vergelyking lewer binne $[-1, 1]$ val voordat jy hoeke bereken. Wortels buite hierdie interval gee geen reële oplossings nie en moet verwerp word.

Afdeling 4.7 — Trigonometriese Grafieke

Q45 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Die amplitude is die grootte van die koëffisiënt van die trigonometriese funksie: $|-3| = 3$. Amplitude is altyd nie-negatief.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) -3 sluit die teken in. Amplitude is 'n afstand en word daarom altyd as 'n absolute waarde geneem.

C) 2 is die koëffisiënt wat die periode beïnvloed (dit pers die periode saam), nie die amplitude nie.

A) 6 vermenigvuldig die twee koëffisiënte: $2 \times 3 = 6$. Die 2 beïnvloed die periode, nie die amplitude nie.

Onthou: Vir $y = a \sin(bx) + d$: amplitude = $|a|$, periode = $360^\circ / b$, vertikale verskuiwing = d . Elke parameter beïnvloed presies een kenmerk van die grafiek.

Q46 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

$$\text{Periode} = \frac{360^\circ}{b} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 360° is die periode van die basiese $y = \sin x$; die deling deur die frekwensievermenigvuldiger is vergeet.

B) 3° verwar die koëffisiënt met die periodewaarde.

D) 180° sou korrek wees vir $b = 2$ (bv. $\sin 2x$). Een algemene stap daarnaas.

Onthou: Die koëffisiënt b in $\sin(bx)$ pers die grafiek horisontaal saam met 'n faktor b , wat die periode van 360° tot $360^\circ / b$ verminder.

Q47 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

In $y = \cos(x - d)$ skuif die grafiek d eenhede na regs (die piek wat by $x = 0$ was, kom nou by $x = d$ voor).

Hier is $d = 30^\circ$, dus beweeg die grafiek 30° na regs.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 30° links is die verskuiwing vir $y = \cos(x + 30^\circ)$. Die teken binne die argument bepaal die rigting: -30° skuif regs, $+30^\circ$ skuif links.

C) 30° opwaarts sou $y = \cos x + 30^\circ$ vereis ('n vertikale verskuiwing buite die funksie).

D) 60° regs verdubbel die verskuiwing sonder regverdiging.

Onthou: Die rigting van die faseverskuiwing is teenintuïtief: $y = f(x - d)$ skuif regs met d (positiewe d). 'n Manier om dit te onthou: die "nulpunt" kom voor wanneer die argument gelyk aan nul is, dit wil sê wanneer $x - d = 0$, dit wil sê $x = d$.

Q48 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Om 'n konstante buite die trigonometriese funksie by te tel translateer die hele grafiek vertikaal. $y = \sin x + 2$ skuif elke punt 2 eenhede opwaarts; die waardeversameling verander van $[-1, 1]$ na $[1, 3]$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

- D)** Die amplitude is steeds 1; $+2$ is 'n vertikale translasie, nie 'n rekking nie.
- B)** Die periode bly onveranderd op 360° ; slegs die koëffisiënt binne die argument beïnvloed die periode.
- C)** 'n Horisontale verskuiwing vereis $+2$ binne die argument: $y = \sin(x + 2^\circ)$, nie buite nie.

Onthou: Die vier grafiektransformasies en hulle posisies: amplitude (koëffisiënt voor), periode (koëffisiënt binne), faseverskuiwing (konstante binne), vertikale verskuiwing (konstante buite, agterna bygetel).

Q49 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Die maksimum van $\sin x$ is 1, dus is die maksimum van $2 \sin x$ gelyk aan $2 \times 1 = 2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

- B)** 1 is die maksimum van die ongeskaalde $\sin x$. Om die amplitudefaktor te vergeet lewer dit op.
- C)** 4 verdubbel die amplitude weer: die student het moontlik 'n waarde verdubbel wat hulle gedink het reeds 2 is.
- D)** π verwar radiaalmaat met funksiewaardes.

Onthou: Maksimum waarde = amplitude = koëffisiënt van die trigonometriese funksie (mits daar geen vertikale verskuiwing is nie). Vir $y = a \sin x + d$ is die maksimum $a + d$ en die minimum $-a + d$.

Q50 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

- Amplitude = 4: die koëffisiënt voor is 4.
- Periode = $180^\circ : 360^\circ / b = 180^\circ \Rightarrow b = 2$.
- Vergelyking: $y = 4 \sin(2x)$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $4 \sin(x/2)$ het periode $360^\circ \div (1/2) = 720^\circ$ — te lank.

B) $2 \sin(4x)$ het amplitude 2 en periode 90° — albei verkeerd.

D) $4 \sin x$ het amplitude 4 maar periode 360° — die periode is nie gehalveer nie.

Onthou: Bou die vergelyking in twee stappe: skryf eers die amplitude (die koëffisiënt voor), en bepaal dan b uit $b = 360^\circ / \text{periode}$.

Q51 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Die maksimum van $\sin$ kom voor wanneer die argument = 90° :

$$2x = 90^\circ \Rightarrow x = 45^\circ.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 180° is waar $y = \sin x$ (ongeperst) sy volgende nulpunt bereik, nie sy maksimum nie.

B) 90° is waar $y = \sin x$ eers sy maksimum bereik. Die aanpassing vir die faktor 2 binne die argument is vergeet.

C) 30° het hier geen standaardafleiding nie.

Onthou: Om die x -koördinaat van 'n maksimum vir $y = \sin(bx)$ te vind, stel $bx = 90^\circ$ en los op. Vir minima, stel $bx = 270^\circ$; vir nulpunte, stel $bx = 0^\circ$ of 180° .

Q52 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

1. Waardeversameling van $\sin x$: $[-1, 1]$.
2. Vermenigvuldig met 3: $[-3, 3]$.

3. Trek 2 af: $[-3 - 2, 3 - 2] = [-5, 1]$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $[-3, 3]$ is die waardeversameling ná vermenigvuldiging met 3, voordat 2 afgetrek is.

D) $[-2, 2]$ ignoreer die amplitude heeltemal en fokus net op die verskuiwing.

C) $[0, 1]$ het geen grond in die funksie nie.

Onthou: Vind die waardeversameling deur die bekende waardeversameling $[-1, 1]$ stap vir stap te transformeer: pas eers die amplitude toe (vermenigvuldig), dan die vertikale verskuiwing (tel by of trek af). Die eindpunte transformeer presies soos enige reële getal onder daardie bewerking.

Afdeling 4.8 — Sinusreël en Kosinusreël

Q53 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Kosinusreël: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$$c^2 = 64 + 25 - 2(8)(5) \cos 60^\circ = 89 - 80 \times \frac{1}{2} = 89 - 40 = 49$$

$$c = 7.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\sqrt{89}$ gebruik net $c^2 = a^2 + b^2$, en laat die korreksieterm $2ab \cos C$ val — asof Pythagoras op 'n nie-reghoekige driehoek toegepas word.

C) 3 trek die sye af: $|8 - 5| = 3$. Dit het geen trigonometriese grond nie.

D) 13 tel die sye op: $8 + 5 = 13$. Die driehoeksongelykheid sê $c < 13$, maar gelykheid kom slegs voor wanneer $C = 180^\circ$.

Onthou: Die kosinusreël wysig die stelling van Pythagoras met 'n korreksiefaktor $-2ab \cos C$. Wanneer $C = 90^\circ$, is $\cos C = 0$ en die formule verval tot Pythagoras. Wanneer $C < 90^\circ$, is die korreksie positief (afgetrek), wat $c < \sqrt{a^2 + b^2}$ gee.

Q54 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Sinusreël: $\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$

$$b = 12 \times \frac{\sin 75^\circ}{\sin 35^\circ} = 12 \times \frac{0.9659}{0.5736} \approx 12 \times 1.684 \approx 20.2.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 7.1 keer die verhouding om: $12 \times \frac{\sin 35^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 7.1$. Die sy oorkant die groter hoek behoort die langer sy te wees, nie die korter een nie.

C) 14.4 en **B) 10.2** ontstaan uit verkeerde rekenkunde of uit 'n verwarring van die hoeke in die verhouding.

Onthou: Die sinusreël sê dat 'n sy gedeel deur die sinus van sy teenoorstaande hoek deur die hele driehoek konstant is: $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$. Die groter hoek lê altyd oorkant die langer sy.

Q55 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

$$\cos R = \frac{p^2 + q^2 - r^2}{2pq} = \frac{49 + 81 - 121}{2 \times 7 \times 9} = \frac{9}{126} = \frac{1}{14} \approx 0.0714$$

$$R = \cos^{-1}(0.0714) \approx 85.9^\circ.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 15.1° gebruik $\cos^{-1}(13/14)$, wat ontstaan uit optel in plaas van aftrek in die teller: $49 + 81 + 121 = 251$... of een of ander ander tekenfout.

B) 74.1° kom uit die berekening $\cos R = (p^2 + r^2 - q^2)/(2pr) - q$ word geplaas waar r in die formule hoort.

D) 94.1° is $180^\circ - 85.9^\circ$: die supplement. Om die supplement te neem is verleidelik as die sakrekenaar se resultaat te klein lyk.

Onthou: Om hoek R met die kosinusreël te vind, plaas r^2 aan die "ontvangende kant" van die teller (ná die minusteken): $\cos R = (p^2 + q^2 - r^2)/(2pq)$. Die hoek lê altyd oorkant die sy wat afgetrek word.

Q56 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

$$\sin Y = \frac{y \sin X}{x} = \frac{8 \times \sin 50^\circ}{10} = \frac{8 \times 0.7660}{10} = 0.6128$$

$$Y = \sin^{-1}(0.6128) \approx 37.8^\circ.$$

Aangesien $y = 8 < x = 10$, het ons $Y < X = 50^\circ$: slegs een oplossing. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) 52.2° oorskry $X = 50^\circ$, wat onmoontlik is as $y < x$.

B) 73.2° keer die verhouding om: $\sin Y = 10 \sin 50^\circ / 8 \approx 0.9575$, wat $\arcsin(0.9575) \approx 73.2^\circ$ gee. Dit is die gevolg daarvan dat die formule onderstebo geskryf is.

C) 42.8° kom uit 'n rekenfout in die berekening.

Onthou: Wanneer jy die sinusreël gebruik om 'n hoek te vind, kontroleer of twee oplossings meetkundig moontlik is deur die gegewe sye te vergelyk. As die sy oorkant die onbekende hoek die korter een is, moet daardie hoek skerp en uniek wees.

Q57 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

$$\text{Oppervlakte} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 54 \times \frac{1}{2} = 13.5.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 27 laat een van die $\frac{1}{2}$ -faktore val: dit gebruik $ab \sin C = 6 \times 9 \times 0.5 = 27$ (die $\frac{1}{2}$ in die formule ontbreek).

C) 54 gebruik $ab = 6 \times 9 = 54$ sonder om met $\sin C$ of $\frac{1}{2}$ te vermenigvuldig.

A) 6.75 deel op 'n stadium deur 4 eerder as deur 2: $54/8 = 6.75$.

Onthou: Oppervlakte $= \frac{1}{2}ab \sin C$. Die twee sye moet dié wees wat die hoek C tussen hulle insluit (dit wil sê, C is die ingeslote hoek). As $C = 90^\circ$, verval dit tot die bekende $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$.

Q58 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

$$1. R = 180^\circ - 40^\circ - 75^\circ = 65^\circ.$$

$$2. \frac{q}{\sin Q} = \frac{p}{\sin P} \Rightarrow q = 15 \times \frac{\sin 75^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 15 \times \frac{0.9659}{0.6428} \approx 15 \times 1.503 \approx 22.5.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 32.5 gebruik 'n verkeerde verhouding of hoek, en oorskat q aansienlik.

C) 10.0 keer die sinusverhouding om: $15 \times \sin 40^\circ / \sin 75^\circ \approx 10.0$. Weer eens moet die groter hoek ($Q = 75^\circ$) oorkant die langer sy lê.

D) 15.7 gebruik $\sin 65^\circ / \sin 40^\circ$ in plaas van $\sin 75^\circ / \sin 40^\circ$, en vervang dus die verkeerde hoek.

Onthou: In die sinusreël $q / \sin Q = p / \sin P$, paar altyd elke sy met sy teenoorstaande hoek. Bepaal eers al drie hoeke (met die feit dat hulle tot 180° optel) voordat jy die formule toepas.

Q59 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Ontbind elke skof in Oos- en Noord-komponente.

Skof 1 (N60°O, 12 km): Oos = $12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$; Noord = $12 \cos 60^\circ = 6$

Skof 2 (S30°O, 9 km): Oos = $9 \sin 30^\circ = 4.5$; Noord = $-9 \cos 30^\circ = -\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (suidwaarts)

Tel op, en gebruik dan Pythagoras:

$$\left(6\sqrt{3} + 4.5\right)^2 + \left(6 - \frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 144 + 81 = 225$$

$$\text{Afstand} = 15 \text{ km}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (21) tel $12 + 9$ op, en ignoreer rigting.
- **B** (3) trek af, asof die skip omgedraai het.
- **D** (10.8) gebruik die kosinusreël met **60°** as die ingeslote hoek: $\sqrt{144 + 81 - 2(12)(9) \cos 60^\circ} = \sqrt{117}$. Maar die draai van peiling 060° na peiling 150° maak die ingeslote hoek **90°**, en dit is waarom die komponentmetode 'n skoon 15 gee.

Onthou: Vir peilingsprobleme met meer as een skof, ontbind in Oos-/Noord-komponente, tel hulle op, en pas dan Pythagoras toe. Dit omseil die moeilikste deel — om die ingeslote hoek uit te werk.

Q60 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Sinusreël: $\sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{7(0.5)}{10} = 0.35$

Dit gee $B \approx 20.5^\circ$ **of** $B = 180^\circ - 20.5^\circ = 159.5^\circ$.

Toets die stomphoekige opsie: $30^\circ + 159.5^\circ = 189.5^\circ > 180^\circ$ — onmoontlik. Dus presies **een** driehoek.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (0) sou $a < b \sin A = 3.5$ vereis. Hier is $a = 10$, dus bestaan daar beslis 'n driehoek.
- **B** (2) vergeet om die stomp hoek teen die 180° -limiet te toets.
- **C** (3) — S-S-H kan nooit drie gee nie.

Onthou: Met S-S-H-data (hoek A , die sy oorkant daarvan a , en sy b) word die telling bepaal deur a met b te vergelyk:

- $a \geq b \rightarrow$ **een** driehoek (hierdie vraag: $10 \geq 7$)
- $b \sin A < a < b \rightarrow$ **twee** driehoeke
- $a = b \sin A \rightarrow$ een reghoekige driehoek; $a < b \sin A \rightarrow$ geen

Memoriseer dit, of toets eenvoudig die stomp hoek teen $A + B < 180^\circ$ — wat elke keer werk.

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtipies wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Q61 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Faktoriseer totdat die hakie by $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ pas. Haal die 2 uit:

$$2 - 4 \sin^2 3x = 2 (1 - 2 \sin^2 3x)$$

Die hakie is $\cos 2\theta$ met $\theta = 3x$, dus word dit $\cos 6x$:

$$= 2 \cos 6x$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het die hoek as $3x$ gehou. Die identiteit **verdubbel** wat ook al binne is.
- **C** het die teken omgeruil, en die identiteit verkeerd onthou as $2 \sin^2 \theta - 1$.
- **D** het $4 \sin^2 3x$ herskryf maar vergeet dat dit van 2 afgetrek word.

Onthou: Faktoriseer totdat jy $1 - 2 \sin^2(\dots)$ sien, en skryf dan cos van **dubbel** die binneste hoek. Om $3x$ binne te plaas is die eksamen se gunstelingmanier om daardie verdubbeling maklik te laat misluk.

Q62 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Sien die ontwerp raak: die koëffisiënte 3 en 5 is **omgeruil** en die teken is omgedraai. Dít is die vingerafdruk van **kwadreer en tel op**.

Laat $k = 5 \sin \theta - 3 \cos \theta$ en kwadreer albei uitdrukkings:

$$(3 \sin \theta + 5 \cos \theta)^2 = 9 \sin^2 \theta + 30 \sin \theta \cos \theta + 25 \cos^2 \theta = 25$$

$$(5 \sin \theta - 3 \cos \theta)^2 = 25 \sin^2 \theta - 30 \sin \theta \cos \theta + 9 \cos^2 \theta = k^2$$

Tel hulle op — die kruisterme kanselleer uit, wat presies is waarom die koëffisiënte omgeruil is:

$$34(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 25 + k^2 \implies 34 = 25 + k^2 \implies k = \pm 3$$

Albei tekens kom werklik voor, vir verskillende waardes van θ .

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (slegs 3) het die negatiewe wortel weggegooi — dieselfde $\pm$ -lokval as $x^2 = 4$.
- **C** ($\pm\sqrt{34}$) is die **maksimum** wat enige van die twee uitdrukkings kan bereik, nie hierdie waarde nie.
- **D** (0) sou $k^2 = -25$ vereis.

Onthou: Omgeruilde koëffisiënte met 'n omgedraaide teken $\rightarrow$ kwadreer en tel op. Die kruisterme kanselleer altyd uit, en laat $a^2 + b^2$ oor. Jy hoef θ nooit te vind nie.

Q63 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

Die antwoorde bevat geen θ nie, dus is die taak om **die hoek te elimineer** — en die enigste identiteit wat dit doen is $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$. Kry dus albei in gekwadreerde vorm.

Isoleer en kwadreer:

$$\cos \theta = \frac{x}{3} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{x^2}{9} \quad \sin \theta = \frac{y}{2} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{y^2}{4}$$

Tel op:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het die noemers omgeruil. Die 9 hoort onder x^2 , want x het die 3 gedra.
- **B** gee $9 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta$, wat saam met θ **verander**.
- **C** het die ongekquadreerde verhoudings opgetel, wat slegs by spesiale hoeke waar is.

Onthou: Vir $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$: deel, kwadreer, tel op $\rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. "Waar vir alle θ " is kode vir *elimineer die parameter*.

Q64 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

$\tan$ is ongedefinieer wanneer sy **hele argument** 90° tref (of $90^\circ + 180^\circ k$). Stel dus die hake gelyk aan 90° :

$$2x - 30^\circ = 90^\circ \implies 2x = 120^\circ \implies x = 60^\circ$$

Bevestig dat dit die **eerste** positiewe een is: die argument -90° gee $x = -30^\circ$ (negatief), en 270° gee $x = 150^\circ$ (later).

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (45°) het die -30° -verskuiwing geïgnoreer, en dit as gewone $\tan 2x$ hanteer.
- **D** (105°) het die argument op 180° gestel — maar $\tan$ is daar **nul**, nie ongedefinieer nie.
- **B** (52.5°) het die 30° êrens gehalveer in plaas daarvan om $2x = 120^\circ$ netjies op te los.

Onthou: Vir $y = \tan(bx + c)$, los $bx + c = 90^\circ + 180^\circ k$ op. Twee dinge kos punte: om die verskuiwing te vergeet, en om te verwar waar $\tan$ **ongedefinieer** is ($90^\circ, 270^\circ$) met waar dit **nul** is ($0^\circ, 180^\circ$).

Gemengde Oefening — Hoofstuk 4

M1 — Basies

Onderwerp: Basiese SOSKASTOA

'n Reghoekige driehoek het 'n teenoorstaande sy van 6 en 'n skuinssy van 10. Wat is $\sin \theta$?

- A) $\frac{3}{4}$
 - B) $\frac{4}{5}$
 - C) $\frac{3}{5}$
 - D) $\frac{5}{3}$
-

M2 — Basies

Onderwerp: Spesiale-hoek-waarde

$\cos 60^\circ$ is gelyk aan:

- A) $\frac{1}{2}$
 - B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - C) 1
 - D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
-

M3 — Basies

Onderwerp: CAST-reël

In watter kwadrant is $\tan \theta$ positief en $\sin \theta$ negatief?

- A) K1
 - B) K2
 - C) K4
 - D) K3
-

M4 — Basies**Onderwerp:** VerwysingshoekDie verwysingshoek vir 200° is:

- A) 200°
 - B) 20°
 - C) 70°
 - D) 160°
-

M5 — Basies**Onderwerp:** AmplitudeWat is die amplitude van $y = -4 \cos \theta$?

- A) -4
 - B) 4
 - C) 8
 - D) 2
-

M6 — Intermediêr**Onderwerp:** SinusreëlIn driehoek ABC is $a = 8$, $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$. Vind b .

- A) $4\sqrt{2}$
 - B) $8\sqrt{2}$
 - C) $8\sqrt{3}$
 - D) $4\sqrt{6}$
-

M7 — Basies**Onderwerp:** Oplossing van 'n sin-vergelyking

Los $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$.

- A) 60° en 120°
 - B) 30° en 150°
 - C) slegs 60°
 - D) slegs 30°
-

M8 — Basies**Onderwerp:** Periode

Wat is die periode van $y = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$?

- A) 180°
 - B) 360°
 - C) 720°
 - D) 90°
-

M9 — Intermediêr**Onderwerp:** Trigonometriese waardes in 'n gegewe kwadrant

Gegee $\tan \theta = \frac{3}{4}$ met θ in K3, vind $\sin \theta$.

- A) $\frac{4}{5}$
 - B) $\frac{3}{5}$
 - C) $-\frac{4}{5}$
 - D) $-\frac{3}{5}$
-

M10 — Intermediêr**Onderwerp:** Vereenvoudiging van 'n identiteitVereenvoudig $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \tan^2 \theta$.

- A) 1
 - B) $\csc^2 \theta$
 - C) $\sec^2 \theta$
 - D) 2
-

M11 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplossing van 'n cos-vergelykingLos $2 \cos \theta = \sqrt{3}$ op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$.

- A) 30° en 330°
 - B) 60° en 300°
 - C) 30° en 150°
 - D) 60° en 120°
-

M12 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n driehoekVind die oppervlakte van driehoek ABC waar $a = 5$, $b = 8$, $C = 120^\circ$.

- A) 20
 - B) $10\sqrt{3}$
 - C) 10
 - D) 40
-

M13 — Intermediêr**Onderwerp:** Identifisering van 'n geldige identiteit

Watter identiteit is korrek?

A) $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$

B) $\sin 2\theta = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$

C) $\cos 2\theta = 1 - \sin^2 \theta$

D) $\sin 2\theta = \sin \theta + \cos \theta$

M14 — Intermediêr**Onderwerp:** Hoogtehoek — skaduprobleem

'n Toring werp 'n skaduwee van 15 m lank wanneer die hoogtehoek van die son 40° is. Vind die hoogte van die toring (tot 1 desimale plek).

A) 9.6 m

B) 23.3 m

C) 17.9 m

D) 12.6 m

M15 — Intermediêr**Onderwerp:** Waardeversameling van 'n getransformeerde funksieDie waardeversameling van $y = 2 \sin x + 3$ is:

A) $[-1, 1]$

B) $[1, 3]$

C) $[1, 5]$

D) $[-2, 2]$

M16 — Intermediêr**Onderwerp:** Kosinusreël — om 'n hoek te vindIn 'n driehoek met $a = 7$, $b = 7$, $c = 7\sqrt{2}$, vind hoek C .A) 60° B) 90° C) 120° D) 45°

M17 — Basies**Onderwerp:** Pythagoras-identiteit — sec en tanEvalueer $\sec^2 30^\circ - \tan^2 30^\circ$.A) $\frac{1}{3}$

B) 1

C) $\frac{4}{3}$ D) $\sqrt{3}$

M18 — Basies**Onderwerp:** Nulpunte van 'n sin-grafiekWat is die x -afsnitte van $y = \sin x$ in $[0^\circ, 360^\circ]$?A) $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ B) slegs 0° C) 90° D) 0° en 90°

M19 — Gevorderd**Onderwerp:** Vereenvoudiging van 'n identiteitVereenvoudig $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$.

- A) 1
B) $2 \sin \theta \cos \theta$
C) $\frac{2}{\sin 2\theta}$
D) $\sin \theta \cos \theta$
-

M20 — Intermediêr**Onderwerp:** Kosinusreël — om c^2 te vindGegee $a = 5$, $b = 8$, $C = 60^\circ$, vind die waarde van c^2 .

- A) 89
B) 40
C) 7
D) 49
-

M21 — Intermediêr**Onderwerp:** Definisieversameling van $\tan$ Die funksie $y = \tan \theta$ is ongedefinieer wanneer θ gelyk is aan (in $[0^\circ, 360^\circ]$):

- A) 45° en 225°
B) 0° en 180°
C) 90° en 270°
D) 60° en 120°
-

M22 — Intermediêr**Onderwerp:** Kosinusreël — om $\cos A$ te vindIn driehoek ABC is $a = 6$, $b = 4$, $c = 5$. Vind $\cos A$.

- A) $-\frac{1}{8}$
 - B) $\frac{1}{8}$
 - C) $\frac{1}{4}$
 - D) $-\frac{1}{4}$
-

M23 — Basies**Onderwerp:** Waardeversameling van kosinusWatter een van die volgende is in die waardeversameling van $y = \cos \theta$?

- A) 1.5
 - B) -2
 - C) 2
 - D) -0.5
-

M24 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplossing van 'n $\cos^2$ -vergelykingLos $\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$.

- A) $60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$
 - B) slegs 60°
 - C) 60° en 120°
 - D) slegs 60° en 300°
-

M25 — Basies**Onderwerp:** Kofunksie-identiteit $\cos(90^\circ - \theta)$ is gelyk aan:

- A) $\tan \theta$
 - B) $\cos \theta$
 - C) $-\sin \theta$
 - D) $\sin \theta$
-

M26 — Intermediêr**Onderwerp:** Wanneer $\sin = \cos$ Vir watter waardes van θ in $[0^\circ, 360^\circ]$ is $\sin \theta = \cos \theta$?

- A) 45° en 225°
 - B) slegs 45°
 - C) 135° en 315°
 - D) slegs 90°
-

M27 — Intermediêr**Onderwerp:** Minimum van 'n getransformeerde funksieWat is die minimum waarde van $y = 2 \sin(3x) + 1$?

- A) -2
 - B) 0
 - C) -1
 - D) 1
-

M28 — Basies

Onderwerp: Om 'n sy in 'n reghoekige driehoek te vind

In reghoekige driehoek DEF waar $\angle F = 90^\circ$, $\angle D = 35^\circ$, en die skuinssy $DE = 12$ cm is. Vind EF (tot 1 desimale plek).

- A) 9.8 cm
 - B) 6.9 cm
 - C) 10.2 cm
 - D) 14.6 cm
-

M29 — Gevorderd

Onderwerp: Algemene oplossing van $\cos \theta = 0$

Die algemene oplossing van $\cos \theta = 0$ is:

- A) $\theta = 90^\circ + 180^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
 - B) $\theta = 90^\circ + 360^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
 - C) $\theta = 180^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
 - D) $\theta = 90^\circ + 90^\circ n$, vir $n \in \mathbb{Z}$
-

M30 — Intermediêr

Onderwerp: Snyding van sin- en cos-grafieke

By watter waardes van x in $[0^\circ, 360^\circ]$ sny die grafieke van $y = \sin x$ en $y = \cos x$ mekaar?

- A) slegs 45°
- B) 90° en 270°
- C) 45° en 225°
- D) 0° en 180°

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. C	M2. A	M3. D	M4. B	M5. B
M6. D	M7. A	M8. C	M9. D	M10. C
M11. A	M12. B	M13. A	M14. D	M15. C
M16. B	M17. B	M18. A	M19. C	M20. D
M21. C	M22. B	M23. D	M24. A	M25. D
M26. A	M27. C	M28. B	M29. A	M30. C

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: C

Stap 1 — $\sin \theta$ is die teenoorstaande sy gedeel deur die skuinssy.

Stap 2 — $= \frac{6}{10}$.

Stap 3 — $= \frac{3}{5}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $\frac{6}{8}$ gebruik — die aanliggende sy, met Pythagoras gevind, in plaas van die skuinssy.
- **B** $\frac{8}{10}$ is $\cos \theta$, nie $\sin \theta$ nie.
- **D** die verhouding omgekeer; $\sin \theta$ kan nooit 1 oorskry nie.

Onthou: SOS: sinus is teenoorstaande oor skuinssy. As jou sinus groter as 1 uitkom, het jy dit omgekeer.

M2 — Antwoord: A

Stap 1 — 60° is een van die spesiale hoeke.

Stap 2 — In 'n 30-60-90-driehoek is die sy aanliggend aan 60° gelyk aan 1 en die skuinssy 2.

Stap 3 — $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ is $\cos 30^\circ$ (of $\sin 60^\circ$).
- **C** $\cos 0^\circ = 1$.
- **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ is $\cos 45^\circ$.

Onthou: Leer die 30-60-90- en 45-45-90-driehoeke eerder as die tabel. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ — die klein waarde hoort by die groot hoek vir kosinus.

M3 — Antwoord: D

Stap 1 — $\tan \theta$ is positief in kwadrante 1 en 3.

Stap 2 — $\sin \theta$ is negatief in kwadrante 3 en 4.

Stap 3 — Die enigste kwadrant op albei lyste is 3.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** in K1 is alles positief.
- **B** in K2 is $\sin$ positief en $\tan$ negatief.
- **C** in K4 is $\sin$ negatief maar $\tan$ ook negatief.

Onthou: CAST: begin in K4 en gaan antikloksgewys — Cos, All, Sin, Tan is dié wat positief bly. Twee voorwaardes pen presies een kwadrant vas.

M4 — Antwoord: B

Stap 1 — 200° lê in die derde kwadrant, tussen 180° en 270° .

Stap 2 — Die verwysingshoek is die skerp hoek na die naaste deel van die x -as, wat hier 180° is.

Stap 3 — $200^\circ - 180^\circ = 20^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die hoek self; 'n verwysingshoek is altyd skerp.
- **C** het $270^\circ - 200^\circ$ gebruik en na die verkeerde as gemeet.
- **D** het $180^\circ + 200^\circ$ of $360^\circ - 200^\circ$ gebruik.

Onthou: Meet die verwysingshoek na die x -as, nooit na die y -as nie. In K3 beteken dit om 180° af te trek.

M5 — Antwoord: B

Stap 1 — Die amplitude is die afstand van die middel van die golf tot by 'n piek.

Stap 2 — Dit is $|a|$ in $y = a \cos \theta$, en 'n afstand is nooit negatief nie.

Stap 3 — $|-4| = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die minus behou; die negatiewe teken weerkaats die grafiek, dit maak dit nie kleiner nie.

- **C** 8 is die volle piek-tot-dal-afstand, wat twee keer die amplitude is.
- **D** die koëffisiënt gehalveer.

Onthou: Amplitude is $|a|$. Die teken sê net of die grafiek omgedraai is; die amplitude van $-4 \cos \theta$ is dieselfde as dié van $4 \cos \theta$.

M6 — Antwoord: D

Stap 1 — Gebruik die sinusreël: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

Stap 2 — $b = \frac{8 \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

Stap 3 — $= \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** een keer te veel deur 2 gedeel.
- **B** $\sin 45^\circ$ bo en $\sin 60^\circ$ onder gebruik.
- **C** $\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ gelaat sonder rasionalisering, en die $\sqrt{2}$ laat val.

Onthou: Die sinusreël pas elke sy by die hoek TEENoor dit. Rasionaliseer aan die einde: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

.

M7 — Antwoord: A

Stap 1 — $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ het verwysingshoek 60° .

Stap 2 — Sinus is positief in kwadrante 1 en 2.

Stap 3 — K1 gee 60° ; K2 gee $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die verwysingshoek vir $\frac{1}{2}$, nie $\frac{\sqrt{3}}{2}$ nie.
- **C** mis die tweedekwadrant-oplossing.
- **D** verkeerde verwysingshoek ÉN net een oplossing.

Onthou: Vind die verwysingshoek, gebruik dan die teken om die kwadrante te kies. 'n Positiewe sinus beteken TWEE antwoorde in $[0^\circ, 360^\circ]$, nie een nie.

M8 — Antwoord: C

Stap 1 — Die periode van $\cos(b\theta)$ is $\frac{360^\circ}{|b|}$.

Stap 2 — Hier is $b = \frac{1}{2}$.

Stap 3 — $\frac{360^\circ}{1/2} = 720^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $b = 2$ gebruik in plaas van $\frac{1}{2}$.
- **B** die periode van die ongerekte $\cos \theta$.
- **D** deur 4 gedeel.

Onthou: Om die hoek deur 2 te deel REK die grafiek en verdubbel die periode. Die 2 voor verander intussen die amplitude en glad nie die periode nie.

M9 — Antwoord: D

Stap 1 — $\tan \theta = \frac{3}{4}$ gee 'n 3-4-5-driehoek, dus is $|\sin \theta| = \frac{3}{5}$.

Stap 2 — In kwadrant 3 is beide sinus en kosinus negatief.

Stap 3 — $\sin \theta = -\frac{3}{5}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** dit is $|\cos \theta|$, en positief.
- **B** regte grootte, verkeerde teken vir K3.
- **C** die kosinus, korrek geteken maar die verkeerde verhouding.

Onthou: Werk die verhouding eers uit die driehoek uit, heg dan die teken aan wat die kwadrant vereis. In K3 is slegs tangens positief.

M10 — Antwoord: C

Stap 1 — $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$.

Stap 2 — Die uitdrukking is dus $1 + \tan^2 \theta$.

Stap 3 — En $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** gestop ná die eerste identiteit en die $\tan^2$ -term vergeet.
- **B** $\csc^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$ — die ander paring.
- **D** $\tan^2 \theta$ hanteer asof dit 1 is.

Onthou: Drie identiteite kom uit een: deel $\sin^2 + \cos^2 = 1$ deur $\cos^2$ om $\tan^2 + 1 = \sec^2$ te kry, of deur $\sin^2$ om $1 + \cot^2 = \csc^2$ te kry.

M11 — Antwoord: A

Stap 1 — $2 \cos \theta = \sqrt{3}$ gee $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Stap 2 — Die verwysingshoek is 30° .

Stap 3 — Kosinus is positief in kwadrante 1 en 4: 30° en $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die verwysingshoek vir $\cos \theta = \frac{1}{2}$.
- **C** die kwadrante vir 'n positiewe SINUS gebruik.
- **D** verkeerde verwysingshoek en verkeerde kwadrante.

Onthou: 'n Positiewe kosinus beteken kwadrante 1 en 4, dus is die tweede antwoord $360^\circ - \theta$. 'n Positiewe sinus sou eerder $180^\circ - \theta$ gee.

M12 — Antwoord: B

Stap 1 — Die oppervlakreël: oppervlakte = $\frac{1}{2}ab \sin C$.

Stap 2 — $= \frac{1}{2}(5)(8) \sin 120^\circ$.

Stap 3 — $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, dus is die oppervlakte $20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\sin 120^\circ = 1$ gebruik.
- **C** vergeet om te verdubbel — dus $\frac{1}{4}ab \sin C$ gebruik.
- **D** die $\frac{1}{2}$ uitgelaat.

Onthou: $\frac{1}{2}ab \sin C$ verg die hoek TUSSEN die twee sye. $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$, en dit is waarom 'n stomp hoek steeds 'n positiewe oppervlakte gee.

M13 — Antwoord: A

Stap 1 — Die dubbelhoek-identiteit vir kosinus het drie vorme; dit is die eerste.

Stap 2 — $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ✓

Stap 3 — (Die ander is $1 - 2 \sin^2 \theta$ en $2 \cos^2 \theta - 1$.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, nie $\sin 2\theta$ nie.
- **C** $1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$; die dubbelhoekvorm verg $1 - 2 \sin^2 \theta$.
- **D** $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ — 'n produk, nie 'n som nie.

Onthou: $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ en $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$. Verdeel nooit 'n trigonometriesse funksie oor 'n som nie.

M14 — Antwoord: D

Stap 1 — Die toring, sy skaduwee en die son se straal vorm 'n reghoekige driehoek.

Stap 2 — Die hoogte is teenoorstaande aan die 40° -hoek en die skaduwee is aanliggend, dus

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{15}.$$

Stap 3 — Hoogte = $15 \tan 40^\circ = 15(0.8391) = 12.6$ m.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $15 \sin 40^\circ$ gebruik.
- **B** $\frac{15}{\tan 40^\circ}$ gebruik — die skaduwee as die teenoorstaande sy.
- **C** $\frac{15}{\cos 40^\circ}$ gebruik, wat die skuinssy gee.

Onthou: Die hoogtehoek sit by die verste punt van die SKADUWEE, dus is die skaduwee aanliggend en die hoogte teenoorstaande: dit is tangens.

M15 — Antwoord: C

Stap 1 — $\sin x$ loop van -1 tot 1 .

Stap 2 — $2 \sin x$ loop dus van -2 tot 2 .

Stap 3 — Om 3 by te tel skuif die hele waardeversameling op: $[1, 5]$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die waardeversameling van $\sin x$ self, voor die rek en die skuif.
- **B** die onderkant geskuif maar nie die bokant nie.
- **D** die rek toegepas maar nie die skuif nie.

Onthou: Pas eers die rek toe, dan die skuif. Die amplitude bepaal die wydte; die konstante bepaal die middel, wat hier 3 is.

M16 — Antwoord: B

Stap 1 — Gebruik die kosinusreël vir die hoek: $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

Stap 2 — $c^2 = (7\sqrt{2})^2 = 98$, en $a^2 + b^2 = 49 + 49 = 98$.

Stap 3 — $\cos C = \frac{98 - 98}{2(49)} = 0$, dus $C = 90^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die hoek in 'n gelyksydige driehoek.
- **C** sou $c^2 > a^2 + b^2$ verg.
- **D** 45° is hoek A of B in hierdie gelykbenige reghoekige driehoek.

Onthou: $\cos C = 0$ beteken $C = 90^\circ$. Om $a^2 + b^2 = c^2$ raak te sien bring jou onmiddellik daar — dit is Pythagoras in 'n kosinusreël-jas.

M17 — Antwoord: B

Stap 1 — $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$ vir elke hoek.

Stap 2 — Dit volg uit die deling van $\sin^2 + \cos^2 = 1$ deur $\cos^2 \theta$.

Stap 3 — Die waarde is dus 1 , wat die 30° ook al is.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\tan^2 30^\circ = \frac{1}{3}$ — een term van die verskil, nie die verskil nie.
- **C** $\sec^2 30^\circ = \frac{4}{3}$ — die ander term alleen.
- **D** $\sqrt{3}$ is $\tan 60^\circ$, en is nie waartoe dit evalueer nie.

Onthou: Herken die identiteit voordat jy na waardes gryp. $\sec^2 - \tan^2 = 1$ altyd, dus is die hoek 'n afleiding.

M18 — Antwoord: A

Stap 1 — Die x -afsnitte is waar $\sin x = 0$.

Stap 2 — Binne $[0^\circ, 360^\circ]$ gebeur dit by 0° , 180° en 360° .

Stap 3 — Al drie is in die interval, eindpunte ingesluit.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die interval is geslote, dus tel 180° en 360° ook.
- **C** 90° is die MAKSIMUM, waar $\sin x = 1$.
- **D** meng 'n afsnit met 'n maksimum.

Onthou: Sinus is nul by elke veelvoud van 180° . 'n Geslote interval sluit sy eindpunte in, dus is 360° hier 'n afsnit.

M19 — Antwoord: C

Stap 1 — Skryf oor 'n gemeenskaplike noemer: $\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$.

Stap 2 — Die teller is 1: $\frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$.

Stap 3 — En $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$, dus is $\sin \theta \cos \theta = \frac{\sin 2\theta}{2}$, wat $\frac{2}{\sin 2\theta}$ gee.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die breuke opgetel asof die noemers gelyk was.
- **B** dit is $\sin 2\theta$ — die resiprook van 'n deel van die antwoord.
- **D** die noemer op sy eie.

Onthou: Gemeenskaplike noemer eers, soek dan $\sin^2 + \cos^2$ in die teller. Die dubbelhoek-identiteit maak die produk onder een enkele term.

M20 — Antwoord: D

Stap 1 — Die kosinusreël: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Stap 2 — $= 25 + 64 - 2(5)(8) \cos 60^\circ$.

Stap 3 — $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, dus $c^2 = 89 - 80(0.5) = 89 - 40 = 49$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** by $a^2 + b^2$ gestop en die kosinusterm geïgnoreer.
- **B** net die $2ab \cos C$ -deel bereken.
- **C** $c = 7$ gebruik; die vraag vra vir c^2 .

Onthou: Lees wat gevra word. Die kosinusreël gee c^2 direk, en hier is dit die antwoord — geen vierkantswortel nodig nie.

M21 — Antwoord: C

Stap 1 — $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$.

Stap 2 — Dit is ongedefinieer presies waar $\cos \theta = 0$.

Stap 3 — In $[0^\circ, 360^\circ]$ is dit 90° en 270° .

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\tan 45^\circ = 1$ en $\tan 225^\circ = 1$ — albei heeltemal gedefinieer.
- **B** $\cos$ is daar ± 1 , dus is $\tan 0$, nie ongedefinieer nie.
- **D** albei is gewone waardes.

Onthou: 'n Breuk is ongedefinieer wanneer sy NOEMER nul is. Vir tangens is daardie noemer $\cos \theta$, wat by 90° en 270° verdwyn.

M22 — Antwoord: B

Stap 1 — Herrangskikte kosinusreël: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Stap 2 — $= \frac{16 + 25 - 36}{2(4)(5)}$.

Stap 3 — $= \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** regte grootte, verkeerde teken — die teller is +5, nie −5 nie.
- **C** deur 20 gedeel in plaas van 40.
- **D** albei foute tegelyk.

Onthou: Die sy TEENoor die hoek is dié wat afgetrek word. Vir $\cos A$ is dit a^2 , dus mag a nie met 'n plus bo verskyn nie.

M23 — Antwoord: D

Stap 1 — $\cos \theta$ verlaat nooit die interval $[-1, 1]$ nie.

Stap 2 — Van die vier opsies lê slegs -0.5 daarbinne.

Stap 3 — Dus is -0.5 in die waardeversameling.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 1.5 is bo 1.
- **B** -2 is onder -1 .
- **C** 2 is bo 1.

Onthou: Sinus en kosinus is vasgevang tussen -1 en 1 . Enige waarde buite daardie gebied is onmoontlik, wat die hoek ook al is.

M24 — Antwoord: A

Stap 1 — $\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ gee $\cos \theta = \pm \frac{1}{2}$.

Stap 2 — $\cos \theta = +\frac{1}{2}$ in K1 en K4: 60° en 300° .

Stap 3 — $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ in K2 en K3: 120° en 240° .

Stap 4 — Al vier: 60° , 120° , 240° , 300° .

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** een oplossing uit vier.
- **C** hou net die negatiewe-kosinus-paar.
- **D** hou net die positiewe-kosinus-paar.

Onthou: Kwadrering beteken ALBEI tekens. Elke teken gee twee kwadrante, dus het 'n gekwadreerde trigonometriese vergelyking gewoonlik vier oplossings in $[0^\circ, 360^\circ]$.

M25 — Antwoord: D

Stap 1 — $90^\circ - \theta$ is die komplement van θ .

Stap 2 — Die kosinus van 'n hoek is gelyk aan die sinus van sy komplement.

Stap 3 — $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** tangens is nie by 'n ko-funksie-identiteit betrokke nie.
- **B** dit sou $\cos(-\theta)$ of $\cos(360^\circ - \theta)$ verg.
- **C** die teken is verkeerd; $90^\circ - \theta$ beland in K1 vir skerp θ , waar sinus positief is.

Onthou: 'Ko-sinus' beteken letterlik die sinus van die komplement. Om van 90° af te trek ruil sinus en kosinus om, en behou die teken vir skerp hoeke.

M26 — Antwoord: A

Stap 1 — Deel albei kante deur $\cos \theta$: $\tan \theta = 1$.

Stap 2 — Die verwysingshoek is 45° .

Stap 3 — Tangens is positief in K1 en K3: 45° en 225° .

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** mis die derdekwadrant-oplossing.
- **C** 135° en 315° los $\tan \theta = -1$ op.
- **D** $\sin 90^\circ = 1$ maar $\cos 90^\circ = 0$.

Onthou: $\sin \theta = \cos \theta$ word $\tan \theta = 1$ in een stap. Tangens het periode 180° , dus lê die oplossings 180° uitmekaar.

M27 — Antwoord: C

Stap 1 — $\sin(3x)$ loop steeds van -1 tot 1 ; die 3 verander die periode, nie die waardeversameling nie.

Stap 2 — $2 \sin(3x)$ het dus minimum -2 .

Stap 3 — Om 1 by te tel: die minimum van y is $-2 + 1 = -1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** vergeet om die 1 by te tel.
- **B** 'n minimum van -1 vir $2 \sin(3x)$ gebruik.
- **D** $\sin(3x) = 0$ gebruik eerder as sy minimum.

Onthou: Die getal binne die hakie verander die PERIODE en niks anders nie. Amplitude en vertikale skuif bepaal die waardeversameling.

M28 — Antwoord: B

Stap 1 — $\angle F = 90^\circ$, dus is DE die skuinssy.

Stap 2 — EF is die sy TEENoorSTAANDE aan $\angle D = 35^\circ$.

Stap 3 — $EF = 12 \sin 35^\circ = 12(0.5736) = 6.9 \text{ cm}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $12 \cos 35^\circ$ gebruik — dit is DF , die aanliggende sy.
- **C** $12 \tan 35^\circ$ vreemd gedeel, of die sye verwar.
- **D** $\frac{12}{\cos 35^\circ}$ gebruik, wat die skuinssy oorskry.

Onthou: Merk die skuinssy eerste — dit is altyd teenoor die regte hoek. Besluit dan watter van die ander twee sye teenoor jou hoek lê.

M29 — Antwoord: A

Stap 1 — $\cos \theta = 0$ by 90° en by 270° .

Stap 2 — Daardie twee is 180° uitmekaar, dus dek een formule albei.

Stap 3 — $\theta = 90^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $360^\circ n$ bereik net $90^\circ, 450^\circ, \dots$ — dit mis 270° .
- **C** $180^\circ n$ gee $0^\circ, 180^\circ, \dots$, waar $\cos \theta = \pm 1$.
- **D** $90^\circ n$ lewer ook 0° en 180° , waar kosinus nie nul is nie.

Onthou: Vind die oplossings in een omwenteling, kies dan die stap wat op almal van hulle land en op niks anders nie. Hier is hulle 180° uitmekaar, nie 360° nie.

M30 — Antwoord: C

Stap 1 — Die grafieke ontmoet waar $\sin x = \cos x$.

Stap 2 — Deling deur $\cos x$ gee $\tan x = 1$.

Stap 3 — In $[0^\circ, 360^\circ]$: 45° en 225° .

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** mis die tweede snypunt in K_3 .
- **B** by 90° is die grafieke by 1 en 0 — so ver uitmekaar as wat hulle kom.
- **D** by 0° is hulle 0 en 1.

Onthou: Twee grafieke sny waar hul vergelykings gelyk is. Om $\sin x = \cos x$ in $\tan x = 1$ te verander maak dit 'n eenreël-oplossing.

Hoofstuk 5 — Meetkunde

Lyne, Hoeke, Driehoeke, Gelykvormigheid en Vierhoeke

Afdeling 5.1 — Lyne, Hoeke en Ewewydige Lyne

Q1 — Basies

Onderwerp: Supplementêre hoeke — om 'n vergelyking op te stel en op te los

Twee hoeke is supplementêr. Die een hoek meet $(3x + 10)^\circ$ en die ander meet $(2x - 10)^\circ$. Vind die waarde van x .

- A) 34
 - B) 36
 - C) 40
 - D) 38
-

Q2 — Basies

Onderwerp: Hoeke op 'n reguit lyn

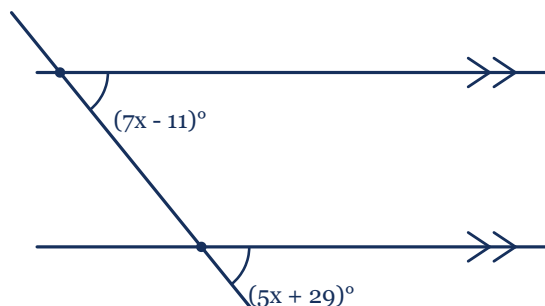
Twee aangrensende hoeke op 'n reguit lyn meet $3x^\circ$ en $2x^\circ$. Vind die waarde van x .

- A) 36
 - B) 30
 - C) 40
 - D) 45
-

Q3 — Basics**Onderwerp:** Regoorstaande hoeke

Twee reguit lyne sny mekaar. Een paar regoorstaande hoeke meet $(5x - 15)^\circ$ en $(3x + 15)^\circ$. Vind die grootte van die hoek.

- A) 15°
 - B) 45°
 - C) 60°
 - D) 75°
-

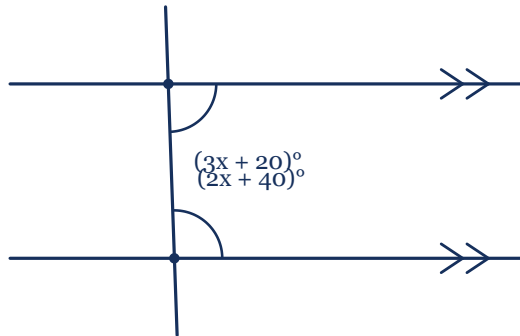
Q4 — Intermediêr**Onderwerp:** Ooreenkomstige hoeke by ewewydige lyne

Twee ewewydige lyne word deur 'n snylyn gesny. 'n Paar ooreenkomstige hoeke meet $(7x - 11)^\circ$ en $(5x + 29)^\circ$. Vind die grootte van die hoek.

- A) 20°
 - B) 100°
 - C) 120°
 - D) 129°
-

Q5 — Intermediêr

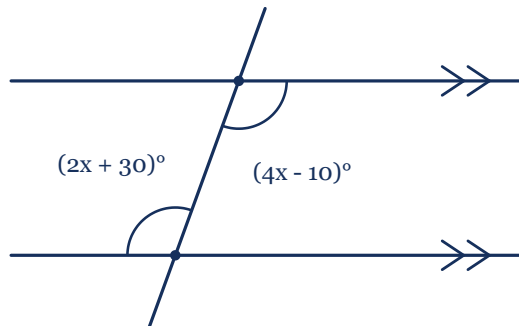
Onderwerp: Ko-binnehoeke (hoeke aan dieselfde kant)



Twee ewewydige lyne word deur 'n snylyn gesny. Ko-binnehoeke meet $(3x + 20)^\circ$ en $(2x + 40)^\circ$. Vind die waarde van x .

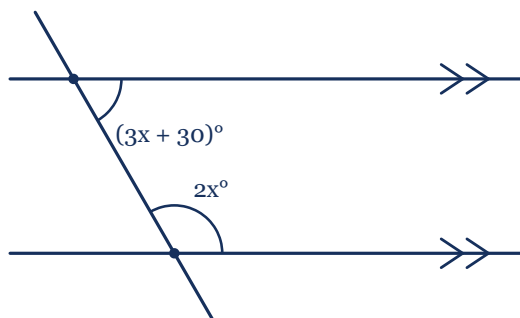
- A) 28
 - B) 26
 - C) 22
 - D) 24
-

Q6 — Intermediêr

Onderwerp: Verwisselende hoeke (Z-hoeke)

Twee ewewydige lyne word deur 'n snylyn gesny. Verwisselende hoeke meet $(4x - 10)^\circ$ en $(2x + 30)^\circ$. Vind die grootte van die hoek.

- A) 20°
 - B) 80°
 - C) 70°
 - D) 110°
-

Q7 — Intermediêr**Onderwerp:** Ko-binnehoeke — om vir 'n onbekende op te los

Twee ewewydige lyne word deur 'n snylyn gesny. Ko-binnehoeke meet $(3x + 30)^\circ$ en $2x^\circ$. Vind die waarde van x .

- A) 30
- B) 25
- C) 36
- D) 24

Q8 — Gevorderd**Onderwerp:** Buitehoekstelling

'n Buitehoek van 'n driehoek meet 115° . Een van die twee nie-aangrensende binnehoeke is 48° . Vind die ander nie-aangrensende binnehoeke.

- A) 48°
- B) 67°
- C) 57°
- D) 52°

Afdeling 5.2 — Driehoeke — Tipes, Eienskappe, Kongruensie

Q9 — Basies

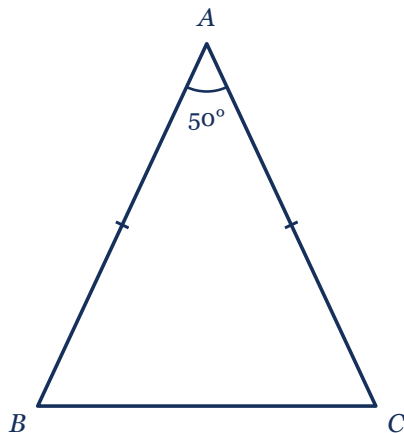
Onderwerp: Hoeksom van 'n driehoek

In driehoek ABC is hoek $A = 2x^\circ$, hoek $B = 3x^\circ$, en hoek $C = x^\circ$. Vind die waarde van x .

- A) 30
 - B) 36
 - C) 25
 - D) 45
-

Q10 — Basies

Onderwerp: Gelykbenige driehoek — basishoeke



'n Gelykbenige driehoek het 'n tophoek van 50° . Vind die grootte van elke basishoek.

- A) 55°
 - B) 75°
 - C) 70°
 - D) 65°
-

Q11 — Intermediêr

Onderwerp: Stelling van Pythagoras — om die skuinssy te vind

'n Reghoekige driehoek het regsye van lengte 7 cm en 24 cm. Vind die lengte van die skuinssy.

- A) 20 cm
 - B) 25 cm
 - C) 24 cm
 - D) 26 cm
-

Q12 — Intermediêr

Onderwerp: Kongruensie van driehoeke — om die korrekte voorwaarde te identifiseer

Twee reghoekige driehoeke het dieselfde skuinssylengte en dieselfde lengte vir een regsye. Watter kongruensievoorwaarde bewys dat hulle kongruent is?

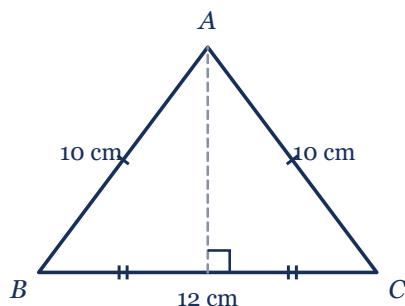
- A) S-S-S
 - B) S-H-S
 - C) R-H-S
 - D) H-H-S
-

Q13 — Intermediêr

Onderwerp: Buitehoekstelling — afgeleë binnehoek

Die buitehoek van 'n driehoek is 120° . Een van die nie-aangrensende binnehoeke is 45° . Vind die ander nie-aangrensende binnehoek.

- A) 80°
 - B) 65°
 - C) 75°
 - D) 60°
-

Q14 — Intermediêr**Onderwerp:** Hoogte van 'n gelykbenige driehoek

'n Gelykbenige driehoek het twee gelyke sye van 10 cm en 'n basis van 12 cm. Vind die loodregte hoogte vanaf die toppunt tot by die basis.

- A) 6 cm
 - B) 8 cm
 - C) 10 cm
 - D) 12 cm
-

Q15 — Gevorderd**Onderwerp:** Kongruensie van driehoeke — die S-S-S-voorwaarde

Twee driehoeke het onderskeidelik sye van 5 cm, 7 cm en 9 cm. Volgens watter voorwaarde is hulle kongruent?

- A) S-H-S
 - B) R-H-S
 - C) H-H-S
 - D) S-S-S
-

Q16 — Gevorderd

Onderwerp: Oppervlakte van 'n driehoek met basis en hoogte

'n Driehoek het 'n basis van 15 cm en 'n loodregte hoogte van 8 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 60 cm^2
 - B) 56 cm^2
 - C) 56.5 cm^2
 - D) 45 cm^2
-

Afdeling 5.3 — Gelykvormigheid en Eweredigheid

Q17 — Basies

Onderwerp: Gelykvormige driehoeke — om 'n ooreenstemmende sy te vind

Twee gelykvormige driehoeke het sye in die verhouding $2 : 3$. Die kleiner driehoek het 'n sy van 8 cm. Vind die ooreenstemmende sy van die groter driehoek.

- A) 9 cm
 - B) 6 cm
 - C) 16 cm
 - D) 12 cm
-

Q18 — Basies

Onderwerp: Oppervlakteverhouding van gelykvormige figure

Twee gelykvormige figure het 'n lineêre skaalfaktor van $3 : 1$. Wat is hulle oppervlakteverhouding?

- A) 9:1
 - B) 3:1
 - C) 27:1
 - D) 6:1
-

Q19 — Intermediêr

Onderwerp: Om 'n ontbrekende sy in gelykvormige driehoeke te vind

Twee gelykvormige driehoeke het onderskeidelik sye 6 cm, 8 cm, 10 cm en x cm, 12 cm, 15 cm. Vind x .

- A) 6
 - B) 8
 - C) 9
 - D) 12
-

Q20 — Intermediêr

Onderwerp: Skaduwee-eweredigheid

'n Paal van 6 m gooi 'n skaduwee van 4 m. Op dieselfde tydstop gooi 'n gebou 'n skaduwee van 20 m. Vind die hoogte van die gebou.

- A) 10 m
 - B) 30 m
 - C) 24 m
 - D) 20 m
-

Q21 — Gevorderd

Onderwerp: Meetkundige gemiddeld as hoogtelyn in 'n reghoekige driehoek

In reghoekige driehoek ABC met die regte hoek by C word die hoogtelyn CD na die skuinssy AB getrek. As $AD = 4$ cm en $DB = 9$ cm, vind die lengte van CD .

- A) 7 cm
 - B) 5 cm
 - C) 6 cm
 - D) 8 cm
-

Q22 — Gevorderd

Onderwerp: Volumeverhouding van gelykvormige voorwerpe

Twee gelykvormige silinders het hulle hoogtes in die verhouding 2 : 5. Wat is hulle volumeverhouding?

- A) 4:25
 - B) 2:125
 - C) 2:5
 - D) 8:125
-

Afdeling 5.4 — Vierhoeke

Q23 — Basies

Onderwerp: Hoeksom van 'n vierhoek

Die hoeke in 'n vierhoek is 80° , 95° , 110° en x° . Vind x .

- A) 65°
 - B) 75°
 - C) 70°
 - D) 80°
-

Q24 — Basies

Onderwerp: Diagonaal van 'n reghoek — Pythagoras-drietal

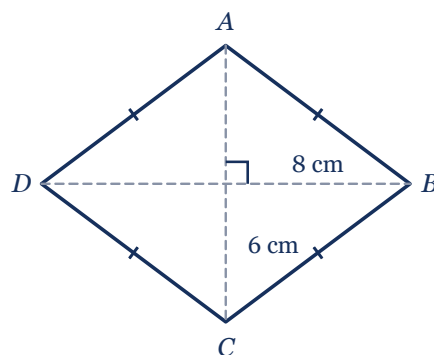
'n Reghoek het lengte 12 cm en breedte 5 cm. Vind die lengte van sy diagonaal.

- A) 13 cm
 - B) 10 cm
 - C) 12 cm
 - D) 7 cm
-

Q25 — Intermediêr**Onderwerp:** Diagonaal van 'n reghoek

'n Reghoek het lengte 8 cm en breedte 6 cm. Vind die lengte van sy diagonaal.

- A) 7 cm
 - B) 12 cm
 - C) 10 cm
 - D) 14 cm
-

Q26 — Intermediêr**Onderwerp:** Sylengte van 'n ruit uit sy diagonale

'n Ruit het diagonale van lengte 8 cm en 6 cm. Vind die lengte van een sy.

- A) 4 cm
 - B) 5 cm
 - C) 6 cm
 - D) 7 cm
-

Q27 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n parallelogram

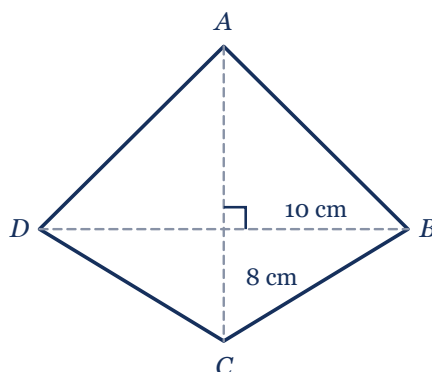
'n Parallelogram het 'n basis van 12 cm en 'n loodregte hoogte van 7 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 42 cm^2
 - B) 72 cm^2
 - C) 96 cm^2
 - D) 84 cm^2
-

Q28 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n trapesium

'n Trapesium het ewewydige sye van 10 cm en 14 cm, en 'n loodregte hoogte van 8 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 96 cm^2
 - B) 80 cm^2
 - C) 88 cm^2
 - D) 60 cm^2
-

Q29 — Gevorderd**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n vlieër met sy diagonale

'n Vlieër het diagonale van lengte 10 cm en 8 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 36 cm^2
 - B) 40 cm^2
 - C) 48 cm^2
 - D) 56 cm^2
-

Afdeling 5.5 — Sirkels — Boë, Sektore, Koorde**Q30 — Basies****Onderwerp:** Omtrek van 'n sirkel

Vind die omtrek van 'n sirkel met radius 7 cm. Laat jou antwoord in terme van π .

- A) $7\pi \text{ cm}$
 - B) $49\pi \text{ cm}$
 - C) $28\pi \text{ cm}$
 - D) $14\pi \text{ cm}$
-

Q31 — Basies**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n sektor

'n Sirkel het radius 9 cm. 'n Sektor onderspan 'n hoek van 80° by die middelpunt. Vind die oppervlakte van die sektor in terme van π .

- A) $9\pi \text{ cm}^2$
 - B) $12\pi \text{ cm}^2$
 - C) $18\pi \text{ cm}^2$
 - D) $24\pi \text{ cm}^2$
-

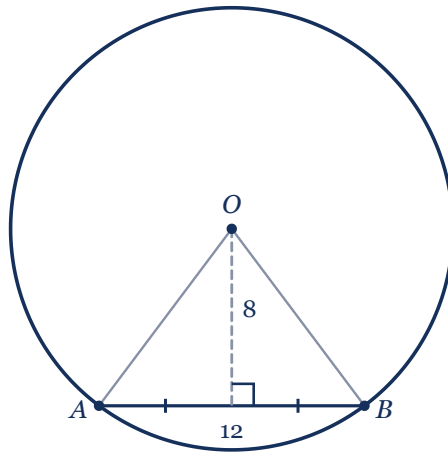
Q32 — Intermediêr**Onderwerp:** Lengte van 'n boog

'n Sirkel het radius 6 cm. 'n Boog onderspan 'n hoek van 120° by die middelpunt. Vind die booglengte in terme van π .

- A) $4\pi \text{ cm}$
 - B) $3\pi \text{ cm}$
 - C) $3.5\pi \text{ cm}$
 - D) $2\pi \text{ cm}$
-

Q33 — Intermediêr

Onderwerp: Om die radius te vind uit 'n koord en sy afstand vanaf die middelpunt



'n Koord AB het lengte 12 cm. Die loodregte afstand vanaf die middelpunt van die sirkel tot by die koord is 8 cm. Vind die radius.

- A) 14 cm
 - B) 8 cm
 - C) 12 cm
 - D) 10 cm
-

Q34 — Intermediêr

Onderwerp: Omtrekshoekstelling

'n Middelpuntshoek onderspan 'n boog van 140° . Vind die omtrekshoek wat dieselfde boog onderspan.

- A) 70°
 - B) 35°
 - C) 140°
 - D) 280°
-

Q35 — Intermediêr

Onderwerp: Loodregte afstand vanaf die middelpunt na 'n koord

'n Sirkel het radius 10 cm. 'n Koord van lengte 16 cm word getrek. Vind die loodregte afstand vanaf die middelpunt na die koord.

- A) 4 cm
 - B) 6 cm
 - C) 5 cm
 - D) 8 cm
-

Q36 — Intermediêr

Onderwerp: Hoek in 'n halfsirkel (Thales se stelling)

AB is 'n middellyn van 'n sirkel en C is 'n punt op die sirkel. In driehoek ABC is hoek $CAB = 35^\circ$. Vind hoek ABC .

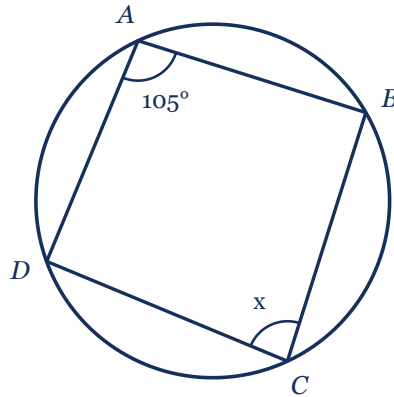
- A) 35°
 - B) 45°
 - C) 55°
 - D) 50°
-

Q37 — Gevorderd

Onderwerp: Lengte van 'n raaklyn vanaf 'n punt buite die sirkel

Vanaf 'n punt P buite die sirkel word 'n raaklyn getrek na 'n sirkel met middelpunt O en radius 5 cm. Die afstand $OP = 13$ cm. Vind die lengte van die raaklyn.

- A) 12 cm
 - B) 8 cm
 - C) 10 cm
 - D) 13 cm
-

Q38 — Gevorderd**Onderwerp:** Koordevierhoek — teenoorstaande hoeke

In 'n koordevierhoek meet twee teenoorstaande hoeke $3x^\circ$ en $(2x + 10)^\circ$. Vind x .

- A) 30
 - B) 36
 - C) 34
 - D) 40
-

Afdeling 5.6 — Omtrek en Oppervlakte

Q39 — Basies**Onderwerp:** Omtrek van 'n reghoek

'n Reghoek het lengte 9 cm en breedte 5 cm. Vind sy omtrek.

- A) 45 cm
 - B) 25 cm
 - C) 14 cm
 - D) 28 cm
-

Q40 — Basies**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n driehoek

'n Driehoek het 'n basis van 10 cm en 'n loodregte hoogte van 12 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 30 cm^2
 - B) 60 cm^2
 - C) 50 cm^2
 - D) 45 cm^2
-

Q41 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n saamgestelde vorm

'n Saamgestelde vorm bestaan uit 'n reghoek van $8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ met 'n driehoek bo-op. Die driehoek het 'n basis van 8 cm (gedeel met die reghoek) en 'n hoogte van 3 cm. Vind die totale oppervlakte.

- A) 60 cm^2
 - B) 48 cm^2
 - C) 56 cm^2
 - D) 52 cm^2
-

Q42 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n sirkel

Vind die oppervlakte van 'n sirkel met middellyn 10 cm. Laat jou antwoord in terme van π .

- A) $10\pi \text{ cm}^2$
 - B) $25\pi \text{ cm}^2$
 - C) $50\pi \text{ cm}^2$
 - D) $100\pi \text{ cm}^2$
-

Q43 — Intermediêr**Onderwerp:** Omtrek van 'n halfsirkel

'n Halfsirkel het 'n radius van 6 cm. Vind sy totale omtrek (boog plus middellyn).

- A) $6 + 6\pi$ cm
 - B) $12 + 3\pi$ cm
 - C) $12 + 6\pi$ cm
 - D) $6 + 12\pi$ cm
-

Q44 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n sektor

'n Sirkel het radius 12 cm. 'n Sektor onderspan 'n hoek van 90° by die middelpunt. Vind die oppervlakte van die sektor in terme van π .

- A) 36π cm²
 - B) 24π cm²
 - C) 30π cm²
 - D) 6π cm²
-

Q45 — Gevorderd**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n ringvlak (die ring tussen twee sirkels)

Twee konsentriese sirkels het radiusse 8 cm en 5 cm. Vind die oppervlakte van die gebied tussen hulle in terme van π .

- A) 89π cm²
 - B) 25π cm²
 - C) 64π cm²
 - D) 39π cm²
-

Q46 — Gevorderd

Onderwerp: Omtrek van 'n reghoekige driehoek — om 'n Pythagoras-drietal te herken

'n Reghoekige driehoek het regsye van 9 cm en 40 cm. Vind die omtrek.

- A) 82 cm
 - B) 88 cm
 - C) 90 cm
 - D) 96 cm
-

Afdeling 5.7 — Buite-oppervlakte en Volume

Q47 — Basies

Onderwerp: Volume van 'n reghoekige prisma

'n Reghoekige boks het lengte 4 cm, breedte 3 cm en hoogte 5 cm. Vind sy volume.

- A) 20 cm^3
 - B) 60 cm^3
 - C) 47 cm^3
 - D) 94 cm^3
-

Q48 — Basies

Onderwerp: Buite-oppervlakte van 'n kubus

'n Kubus het 'n sylengte van 4 cm. Vind sy totale buite-oppervlakte.

- A) 96 cm^2
 - B) 24 cm^2
 - C) 64 cm^3
 - D) 16 cm^2
-

Q49 — Intermediêr**Onderwerp:** Volume van 'n silinder

'n Silinder het 'n basisradius van 3 cm en 'n hoogte van 8 cm. Vind sy volume in terme van π .

- A) $36\pi \text{ cm}^3$
 - B) $48\pi \text{ cm}^3$
 - C) $72\pi \text{ cm}^3$
 - D) $24\pi \text{ cm}^3$
-

Q50 — Intermediêr**Onderwerp:** Buite-oppervlakte van 'n silinder

'n Silinder het radius 5 cm en hoogte 10 cm. Vind sy totale buite-oppervlakte in terme van π .

- A) $100\pi \text{ cm}^2$
 - B) $150\pi \text{ cm}^2$
 - C) $200\pi \text{ cm}^2$
 - D) $75\pi \text{ cm}^2$
-

Q51 — Intermediêr**Onderwerp:** Volume van 'n keël

'n Keël het 'n basisradius van 6 cm en 'n hoogte van 8 cm. Vind sy volume in terme van π .

- A) $48\pi \text{ cm}^3$
 - B) $72\pi \text{ cm}^3$
 - C) $144\pi \text{ cm}^3$
 - D) $96\pi \text{ cm}^3$
-

Q52 — Intermediêr**Onderwerp:** Volume van 'n sfeer

Vind die volume van 'n sfeer met radius 3 cm. Laat jou antwoord in terme van π .

- A) $36\pi \text{ cm}^3$
 - B) $18\pi \text{ cm}^3$
 - C) $27\pi \text{ cm}^3$
 - D) $9\pi \text{ cm}^3$
-

Q53 — Gevorderd**Onderwerp:** Buite-oppervlakte van 'n driehoekige prisma

'n Driehoekige prisma het 'n reghoekige driehoekige dwarsnit met regsye 3 cm en 4 cm. Die lengte van die prisma is 10 cm. Vind die totale buite-oppervlakte.

- A) 120 cm^2
 - B) 132 cm^2
 - C) 140 cm^2
 - D) 150 cm^2
-

Q54 — Gevorderd**Onderwerp:** Volume van 'n vierkantige piramide

'n Vierkantige piramide het 'n basis met sy 9 cm en 'n hoogte van 4 cm. Vind sy volume.

- A) 72 cm^3
 - B) 216 cm^3
 - C) 144 cm^3
 - D) 108 cm^3
-

Afdeling 5.8 — Koördinaatmeetkunde

Q55 — Basies

Onderwerp: Afstand tussen twee punte

Vind die afstand tussen die punte $(1, 2)$ en $(4, 6)$.

- A) 3
 - B) 4
 - C) 5
 - D) 7
-

Q56 — Basies

Onderwerp: Middelpunt van 'n lynsegment

Vind die middelpunt van die segment wat $(-2, 5)$ en $(6, -1)$ verbind.

- A) $(2, 2)$
 - B) $(2, 3)$
 - C) $(4, 2)$
 - D) $(4, 4)$
-

Q57 — Intermediêr

Onderwerp: Gradiënt van 'n lyn

Vind die gradiënt van die lyn wat deur $(1, 3)$ en $(4, 9)$ gaan.

- A) -2
 - B) 3
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) 2
-

Q58 — Intermediêr

Onderwerp: Vergelyking van 'n lyn deur 'n punt met 'n gegewe gradiënt

Vind die vergelyking van die lyn wat deur $(2, 1)$ gaan met gradiënt 3.

- A) $y = 3x + 5$
 - B) $y = 3x - 1$
 - C) $y = 3x - 5$
 - D) $y = 3x + 1$
-

Q59 — Gevorderd

Onderwerp: Afstand in 'n koördinaat-/rigtingprobleem

'n Skip vaar 9 km reg noord, en dan 12 km reg oos. Hoe ver is die skip van sy beginpunt af?

- A) 15 km
 - B) 13 km
 - C) 10 km
 - D) 21 km
-

Q60 — Gevorderd

Onderwerp: Oppervlakte van 'n driehoek met koördinate

Driehoek ABC het hoekpunte $A(0, 0)$, $B(6, 0)$ en $C(2, 4)$. Vind die oppervlakte van driehoek ABC .

- A) 8 vierkante eenhede
 - B) 12 vierkante eenhede
 - C) 11 vierkante eenhede
 - D) 10 vierkante eenhede
-

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtipas wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Die NBT MAT hergebruik jaar ná jaar vraagtipas uit 'n stabiele bank. Die drie vrae hieronder is direk gemodelleer op tipas wat herhaaldelik in onlangse vraestelle bevestig is en wat nog nie in hierdie hoofstuk verteenwoordig word nie. Elke antwoord is onafhanklik masjiengeverifieer.

Q61 — Intermediêr

Onderwerp: Sirkel ingeskryf in 'n vierkant (die breuk van die oppervlakte wat nie gedek word nie)

'n Watersproeier staan in die middel van 'n vierkantige land. Dit sproei water in 'n volle sirkel waarvan die radius presies die helfte van die land se sy is — die sproei bereik dus net die middel van elke sy. Watter **breuk** van die land word NIE natgemaak nie?

- A) $\frac{\pi}{4}$
- B) $\frac{4 - \pi}{4}$
- C) $\frac{4 - \pi}{\pi}$
- D) $1 - \frac{\pi}{2}$

Q62 — Intermediêr

Onderwerp: Grens-/padoppervlakte (algebraïese opstelling)

'n Vierkantige grasperk word omring deur 'n pad wat presies 1 m breed is aan al vier kante. Die oppervlakte van die pad alleen is 40 m^2 . Vind die oppervlakte van die grasperk.

- A) 64 m^2
- B) 100 m^2
- C) 81 m^2
- D) 121 m^2

Q63 — Gevorderd

Onderwerp: Reëlmatige vyfhoek ingeskryf in 'n sirkel (sinusreël + dubbelhoek)

'n Reëlmatige vyfhoek met omtrek 50 cm is in 'n sirkel ingeskryf (al vyf hoekpunte lê op die sirkel). Die radius van die sirkel is:

- A) $\frac{5}{\sin 36^\circ}$
- B) $\frac{10}{\sin 72^\circ}$
- C) $\frac{5}{\cos 36^\circ}$
- D) $10 \sin 54^\circ$

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 5.1 — Lyne, Hoeke en Ewewydige Lyne

Q1 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

1. Supplementêre hoeke tel op tot 180° : $(3x + 10) + (2x - 10) = 180$.
2. Vereenvoudig: $5x + 0 = 180$, dus $5x = 180$.
3. Deel: $x = 36$. Kontroleer: $3(36) + 10 = 118^\circ$ en $2(36) - 10 = 62^\circ$; $118 + 62 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 34: Omdat die -10 -konstante in die tweede hoek vergeet is: $3x + 10 + 2x = 180 \Rightarrow 5x + 10 = 180 \Rightarrow 5x = 170 \Rightarrow x = 34$.

C) 40: Omdat supplementêre hoeke verkeerdelik behandel is asof hulle tot 200° optel: $5x = 200 \Rightarrow x = 40$.

D) 38: Uit $5x + 10 = 200$ (albei foute saam — 'n konstante wat ontbreek en 'n verkeerde totaal): $5x = 190 \Rightarrow x = 38$.

Onthou: Supplementêre hoeke tel op tot 180° ; komplementêre tel op tot 90° . Die geheuesteun: Supplementêr = Streep (reguit lyn) = 180° .

Q2 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

1. Hoeke op 'n reguit lyn tel op tot 180° : $3x + 2x = 180$.
2. $5x = 180 \Rightarrow x = 36$.
3. Kontroleer: $3(36) = 108^\circ$ en $2(36) = 72^\circ$; $108 + 72 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 30: Omdat aanvaar is dat hoeke op 'n lyn tot 150° optel: $5x = 150 \Rightarrow x = 30$.

C) 40: Omdat 200° as die reguitlyntotaal gebruik is: $5x = 200 \Rightarrow x = 40$.

D) 45: Omdat een hoek gelyk aan 90° gestel is en die ander geïgnoreer is: $2x = 90 \Rightarrow x = 45$.

Onthou: Hoeke op 'n reguit lyn tel altyd op tot 180° — dit is 'n grondliggende aksioma, nie iets wat afgelei moet word nie. Dit onderlê byna elke hoekberekening in vlakmeetkunde.

Q3 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

1. Regoorstaande hoeke is gelyk: $5x - 15 = 3x + 15$.
2. Los op: $2x = 30 \Rightarrow x = 15$.
3. Hoekgrootte: $5(15) - 15 = 75 - 15 = 60^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 15° : Gee $x = 15$ as die antwoord in plaas daarvan om die hoek te bereken. Om x te vind is die tussenstap, nie die finale antwoord nie.

B) 45° : Omdat $3x = 3(15) = 45$ bereken is — daar is net in 'n deel van die tweede uitdrukking vervang en die $+15$ -konstante geïgnoreer.

D) 75° : Omdat $5x = 5(15) = 75$ bereken is — daar is net in 'n deel van die eerste uitdrukking vervang en die -15 -konstante geïgnoreer.

Onthou: Vervang x altyd terug in die volledige oorspronklike uitdrukking om die hoek te vind. Om by x te stop is 'n baie algemene eksamenfout.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. Ooreenkomstige hoeke (F-hoeke) tussen ewewydige lyne is gelyk: $7x - 11 = 5x + 29$.
2. Los op: $2x = 40 \Rightarrow x = 20$.
3. Hoekgrootte: $7(20) - 11 = 140 - 11 = 129^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 20° : Gee $x = 20$ in plaas daarvan om die hoek te bereken — die vraag vra vir die hoek, nie vir x nie.

B) 100° : Omdat net in $5x = 5(20) = 100$ vervang is — en die $+29$ -konstante geïgnoreer is.

C) 120° : 'n Tekenfout: $7(20) - 20 = 120 - 20$ is afgetrek in plaas van 11.

Onthou: Ooreenkomstige hoeke is slegs gelyk wanneer die lyne ewewydig is (die F-hoek-eienskap). As daar nie gesê word dat die lyne ewewydig is nie, geld hierdie verband nie.

Q5 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. Ko-binnehoeke (C-hoeke) tussen ewewydige lyne is supplementêr: $(3x + 20) + (2x + 40) = 180$.
2. $5x + 60 = 180 \Rightarrow 5x = 120 \Rightarrow x = 24$.
3. Kontroleer: $3(24) + 20 = 92^\circ$ en $2(24) + 40 = 88^\circ$; $92 + 88 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 26: Uit $5x = 130 \Rightarrow x = 26$ — net 50 is van 180 afgetrek (die som van een konstante gebruik in plaas van albei: $20 + 40 = 60$, nie 50 nie).

C) 22: Uit $5x = 110 \Rightarrow x = 22$ — 70 is van 180 afgetrek ('n ekstra konstante bygevoeg wat nie bestaan nie).

A) 28: Omdat die konstante in een hoek vergeet is: $(3x) + (2x + 40) = 180 \Rightarrow 5x + 40 = 180 \Rightarrow 5x = 140 \Rightarrow x = 28$.

Onthou: Ko-binnehoeke is **supplementêr** (180°); verwisselende en ooreenkomstige hoeke is **gelyk**. Die geheuesteun: ko-binnehoeke lê aan **dieselfde** kant van die snylyn en “voltooi” 180° .

Q6 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. Verwisselende hoeke (Z-hoeke) tussen ewewydige lyne is gelyk: $4x - 10 = 2x + 30$.
2. $2x = 40 \Rightarrow x = 20$.
3. Hoek: $4(20) - 10 = 80 - 10 = 70^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 20°: Gee $x = 20$ in plaas van die hoek.

B) 80°: Uit $4x = 4(20) = 80$ — die -10 -konstante is in die finale vervanging vergeet.

D) 110°: Omdat verwisselende hoeke as supplementêr (medebinne) behandel is: $4x - 10 + 2x + 30 = 180$ gee 'n verkeerde resultaat, en $180 - 70 = 110^\circ$ is die supplement van die korrekte antwoord.

Onthou: Die drie hoekverbande by ewewydige lyne: **Ooreenkomstig** (F) = gelyk; **Verwisselend** (Z) = gelyk; **Medebinne** (C) = supplementêr. Die lettervorm wat tussen die ewewydige lyne geteken word, benoem elke verband.

Q7 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

1. Ko-binnelhoek tel op tot 180° : $(3x + 30) + 2x = 180$.
2. $5x + 30 = 180 \Rightarrow 5x = 150 \Rightarrow x = 30$.
3. Kontroleer: $3(30) + 30 = 120^\circ$ en $2(30) = 60^\circ$; $120 + 60 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

C) 36: Omdat die $+30$ -konstante heeltemal vergeet is: $5x = 180 \Rightarrow x = 36$. Om konstantes te laat val, is die algemeenste algebraïese fout in meetkundige hoekprobleme.

B) 25: Uit $5x + 30 = 155 \Rightarrow 5x = 125 \Rightarrow x = 25$ — 155° is gebruik in plaas van 180° as die medebinnetotaal.

D) 24: Uit $5x + 30 = 150 \Rightarrow 5x = 120 \Rightarrow x = 24$ — die medebinnesom (180°) is met die verwisselende-hoek-voorwaarde (gelyk) verwar, en 150° is toe as 'n kompromiswaarde gebruik.

Onthou: Wanneer jy 'n hoekvergelyking opstel, skryf elke term uitdruklik neer voordat jy vereenvoudig. Die $+30$ -konstante verdwyn nie — dit moet van albei kante afgetrek word.

Q8 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

1. Die Buitehoekstelling: 'n buitehoek is gelyk aan die som van die twee nie-aangrensende (afgeleë) binnehoeke.
2. Laat die onbekende hoek θ wees: $115 = 48 + \theta \Rightarrow \theta = 67^\circ$.
3. Verifikasie met die volle driehoek: die binnehoek by die buitehoek se hoekpunt $= 180 - 115 = 65^\circ$. Som: $48 + 67 + 65 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 48°: Kopieer bloot die gegewe hoek — geen stelling is toegepas nie.

D) 52°: Uit $180 - 48 - 80 = 52$ — die derde hoek is verkeerdelik bereken met 'n spookwaarde van 80° .

C) 57°: Omdat die binnehoek by die hoekpunt bereken is ($180 - 115 = 65^\circ$) en daar toe 'n rekenfout gemaak is: $65 - 8 = 57$.

Onthou: Die Buitehoekstelling volg direk uit twee feite: hoeke in 'n driehoek tel op tot 180° , en supplementêre hoeke tel op tot 180° . Dit spaar jou daarvan om die derde binnehoek te moet vind.

Afdeling 5.2 — Driehoeke — Tipes, Eienskappe, Kongruensie

Q9 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

- Hoeke in enige driehoek tel op tot 180° : $2x + 3x + x = 180$.
- $6x = 180 \Rightarrow x = 30$.
- Die drie hoeke is 60° , 90° en 30° — 'n geldige reghoekige driehoek.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 36: Omdat verkeerd getel is: net $2x + 3x = 5x$ is opgetel en die derde hoek x weggelaat: $5x = 180 \Rightarrow x = 36$.

C) 25: Uit $6x + 30 = 180 \Rightarrow x = 25$ — 'n spookkonstante is bygevoeg wat nie in die oorspronklike uitdrukking is nie.

D) 45: Uit $4x = 180$ (verkeerd getel: moontlik $x + 3x = 4x$ en $2x$ geïgnoreer): $x = 45$.

Onthou: Die hoeksom van 'n driehoek is altyd 180° , ongeag vorm of grootte. Tel elke hoekuitdrukking voordat jy vereenvoudig — dit is maklik om 'n term te mis.

Q10 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

- In 'n gelykbenige driehoek is die twee basishoeke gelyk. Laat elkeen β wees.
- Hoeksom: $50 + 2\beta = 180 \Rightarrow 2\beta = 130 \Rightarrow \beta = 65^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 55°: Uit $2\beta = 180 - 70 = 110 \Rightarrow \beta = 55$ — 70° is as die tophoek gebruik in plaas van 50° ('n leesfout).

C) 70° : Uit $2\beta = 140 \Rightarrow \beta = 70$ — net 40° is afgetrek (die helfte van die tophoek) in plaas van die volle 50° : die tophoek is moontlik gehalveer voor die aftrekking.

B) 75° : Uit $2\beta = 150 \Rightarrow \beta = 75$ — net 30° is van 180° afgetrek (moontlik die komplement van 60° vir die tophoek gebruik).

Onthou: Vir enige gelykbenige driehoek: basishoek = $(180^\circ - \text{toppunt})/2$. Die tophoek en die twee basishoeke verdeel 180° ; simmetrie gee elke basishoek 'n gelyke deel van die res.

Q11 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

1. Pas die stelling van Pythagoras toe: $c^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$.
2. $c = \sqrt{625} = 25$ cm.
3. 7-24-25 is 'n standaard Pythagoras-drietal, saam met 3-4-5 en 5-12-13.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 20 cm: Waarskynlik weens rekenfoute by die berekening van $\sqrt{625}$, of omdat die regsye bymekaar getel is in plaas daarvan om Pythagoras te gebruik: $7 + 24 - 11 = 20$.

C) 24 cm: Lees bloot een van die gegewe regsye terug as die skuinssy — die stelling word glad nie toegepas nie.

D) 26 cm: Omdat $\sqrt{625} = 25$ as $\sqrt{676} = 26$ verkeerd gelees is — 625 is met die volkome vierkant $676 = 26^2$ verwar.

Onthou: Memoriseer die algemene Pythagoras-drietalle: 3-4-5, 5-12-13, 7-24-25, 8-15-17, 9-40-41. Om hulle onmiddellik te herken, spaar tyd.

Q12 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Jy kry 'n regte hoek, die skuinssy en een sy — dit is die **R-H-S**-voorwaarde (Regte hoek, Hipotenusa, Sy), wat slegs op reghoekige driehoeke van toepassing is.

(Pythagoras sou die derde sy gee, maar R-H-S vereis nie dat jy dit vind nie.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A S-S-S** vereis dat al drie sye gegee word; net twee is.

- **B S-H-S** vereis die hoek **tussen** die twee gegewe sye. Die regte hoek lê tussen die twee regsye, nie tussen die skuinssy en 'n regsye nie.
- **D H-H-S** vereis 'n tweede hoek, wat nie gegee is nie.

Onthou: R-H-S werk omdat 'n regte hoek plus die skuinssy die driehoek se vorm reeds vaslê — nog een sy pen dit heeltemal vas. Kontroleer dat die driehoek reghoekig is voordat jy daarna gryp.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. Buitehoek = som van twee afgeleë binnehoeke: $120 = 45 + \theta$.
2. $\theta = 75^\circ$.
3. Kontroleer: die binnehoek by die buitehoekpunt is $180 - 120 = 60^\circ$. Driehoeksom: $45 + 75 + 60 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 65° : Rekenfout: $120 - 45 - 10 = 65$ ('n ekstra 10 afgetrek).

A) 80° : Uit $120 - 45 + 5 = 80$ (opgetel in plaas van afgetrek, met 'n oorblywende glips).

D) 60° : Vind die binnehoek by die buitehoekpunt ($180 - 120 = 60^\circ$) eerder as die afgeleë binnehoek waarvoor gevra is.

Onthou: Die Buitehoekstelling het twee “afgeleë” hoeke aan die oorkant van die driehoek. Identifiseer watter afgeleë hoek gegee is en watter onbekend is voordat jy die stelling toepas.

Q14 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

1. Die loodlyn vanaf die toppunt halveer die basis: halwe basis = 6 cm.
2. Dit vorm 'n reghoekige driehoek met skuinssy 10 cm en basisregsye 6 cm.
3. Hoogte: $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ cm.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 6 cm: Is die halwe basis — 'n korrekte tussenwaarde, maar nie die hoogte nie. Die student het een stap te vroeg gestop.

C) 10 cm: Is een van die gelyke sye (die skuinssy van die reghoekige driehoek wat gevorm word), nie die hoogte nie.

D) 12 cm: Is die basislengte — die beginwaarde, nie die antwoord nie.

Onthou: Laat in enige gelykbenige driehoek 'n loodlyn sak vanaf die toppunt tot by die middelpunt van die basis. Dit skep twee kongruente reghoekige driehoeke. Pas Pythagoras toe om die hoogte te vind — die halwe basis is 'n regsy, en die gelyke sy is die skuinssy.

Q15 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

1. Al drie ooreenstemmende sye is gelyk: $5 = 5$, $7 = 7$, $9 = 9$.
2. Dit pas by die **S-S-S (Sy-Sy-Sy)**-voorwaarde: drie gelyke ooreenstemmende sye waarborg kongruensie.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) S-H-S: Vereis twee sye en die **ingeslote** hoek. Geen hoek is gegee nie.

B) R-H-S: Geld slegs vir reghoekige driehoeke. Daar word nie gesê dat hierdie driehoeke reghoekig is nie ('n sy van 9 cm oorkant 'n paar van 5 cm en 7 cm gee 'n nie-reghoekige driehoek volgens die omgekeerde van Pythagoras: $5^2 + 7^2 = 74 \neq 81 = 9^2$).

C) H-H-S: Vereis twee hoeke en 'n nie-ingeslote sy. Geen hoeke is gegee nie.

Onthou: S-S-S is die mees direkte kongruensievoorwaarde — drie gelyke sye bepaal 'n driehoek eenduidig. As jy al drie sye en geen hoeke kry nie, is S-S-S die gepaste voorwaarde.

Q16 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

1. Oppervlakte $= \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte} = \frac{1}{2} \times 15 \times 8$.
2. $= \frac{1}{2} \times 120 = 60 \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) 45 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 15 \times 6 = 45$ — 6 is gebruik in plaas van 8 vir die hoogte ('n leesfout), of uit $15 \times 3 = 45$ (net die basis deur 5 gedeel).

B) 56 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 8 \times 14 = 56$ — 14 is gebruik in plaas van 15 (een te veel op die basis).

C) 56.5 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 15 \times 7.53 \approx 56.5$ — 'n verkeerde hoogtewaarde is vervang.

Onthou: Oppervlakte = $\frac{1}{2}bh$ vereis dat die hoogte die **loodregte** afstand van die basislyn tot by die teenoorstaande hoekpunt is. 'n Skuins sy is nooit die hoogte nie, tensy die driehoek reghoekig is met die regte hoek by die basis.

Afdeling 5.3 — Gelykvormigheid en Eweredigheid

Q17 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

1. Die skaalfaktor van klein na groot is $\frac{3}{2}$.
2. Ooreenstemmende sy = $8 \times \frac{3}{2} = 12$ cm.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 6 cm: Omdat die omgekeerde skaalfaktor toegepas is: $8 \times \frac{2}{3} \approx 5.3$, opgerond, of omdat die verhoudingsverskil afgetrek is: $8 - 2 = 6$ (die verhouding as 'n aftrekopdrag behandel).

C) 16 cm: Omdat met 2 vermenigvuldig is in plaas van met $\frac{3}{2}$: $8 \times 2 = 16$ ("verhouding 2 : 3" verwar met "vermenigvuldig met die eerste getal").

A) 9 cm: Omdat 1 vir elke verhoudingseenheid bygetel is: $8 + (3 - 2) = 9$ — 'n verhoudingswanbegrip waar die verhoudingsverskil direk bygetel word.

Onthou: Om tussen gelykvormige figure om te skakel, vermenigvuldig met die skaalfaktor (groot/klein) of deel deur (klein/groot). Bepaal altyd eers watter rigting — klein na groot of groot na klein — voordat jy bereken.

Q18 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

1. Oppervlakte skaal met die kwadraat van die lineêre skaalfaktor: oppervlakteverhouding = $3^2 : 1^2 = 9 : 1$.
2. As een figuur 'n oppervlakte A het, het die gelykvormige figuur wat met k geskaal is 'n oppervlakte $k^2 A$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 3:1: Kopieer bloot die lineêre verhouding sonder om te kwadreer — die algemeenste fout by gelykvormigheidsverhoudingsvrae.

C) 27:1: Is die volumeverhouding (3^3), nie die oppervlakteverhouding nie. Studente wat die “kubus vir volume”-reël ken, pas dit soms ook op oppervlakte toe.

D) 6:1: Omdat die lineêre verhouding verdubbel is: $3 \times 2 = 6$. Daar is geen meetkundige regverdiging hiervoor nie.

Onthou: Die goue reël van gelykvormigheid: lengtes skaal met k , oppervlakte skaal met k^2 , volumes skaal met k^3 . Hou hierdie uitmekaar — om lineêre en oppervlakteverhoudings te verwar is ’n klassieke eksamenslaggat.

Q19 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. Identifiseer die skaalfaktor: $12/8 = 3/2$ en $15/10 = 3/2$. Die skaalfaktor is $\frac{3}{2}$.
2. $x = 6 \times \frac{3}{2} = 9$ cm.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 6: Kopieer bloot die eerste sy van die kleiner driehoek sonder om te skaal.

B) 8: Kopieer die tweede sy van die kleiner driehoek — nog ’n ongeskaalde waarde.

D) 12: Kopieer een van die groter driehoek se sye in plaas daarvan om die onbekende te bereken.

Onthou: Bepaal eers die skaalfaktor uit enige paar bekende ooreenstemmende sye, en pas dit dan toe om die onbekende te vind. Verifieer altyd met ’n tweede paar bekende sye om te bevestig dat die driehoeke werklik gelykvormig is.

Q20 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

1. Die paal en die gebou is op dieselfde tyd van die dag gelykvormig aan hulle skaduwees: $\frac{6}{4} = \frac{h}{20}$.
2. Kruisvermenigvuldig: $4h = 120 \Rightarrow h = 30$ m.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 10 m: Omdat $6 - 4 = 2$ gestel is (verskilmetode) en by $20 - \dots = 10$ getel is: ’n benadering wat nie wiskundig is nie.

D) 20 m: Lees bloot die skaduweelengte terug as die hoogte — die skaalfaktor word vergeet.

C) 24 m: Uit $6 \times 4 = 24$ — die paalhoogte is met die skaduweelengte vermenigvuldig in plaas daarvan om die verhouding te gebruik.

Onthou: Skaduweeprobleme is direkte eweredigheid: hoogte/skaduwee = konstant vir alle voorwerpe op dieselfde tydstip. Stel die verhoudingsvergelyking op voordat jy oplos — moenie raai deur rou waardes op te tel of te vermenigvuldig nie.

Q21 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

- Volgens die meetkundige-gemiddeld-verband in 'n reghoekige driehoek: $CD^2 = AD \times DB$.
- $CD^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow CD = 6$ cm.
- Hierdie resultaat volg uit die feit dat driehoeke ACD , CDB en ACB almal gelykvormig is.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 5 cm: Uit $CD = \frac{AD+DB}{2} = \frac{4+9}{2} = 6.5$, afgerond na 5 ('n verkeerde toepassing van die rekenkundige gemiddeld).

A) 7 cm: Omdat die twee segmente $AD = 4$ en $DB = 9$ verkeerd gekombineer is met 'n optel-en-aanpas-glips; die meetkundige-gemiddeld-verband gee $\sqrt{4 \times 9} = 6$, nooit 'n som van die segmente nie.

D) 8 cm: Uit $CD = \frac{4 \times 9}{4.5} = 8$ — die verband is omgekeer of 'n verkeerde formule is gebruik.

Onthou: Wanneer 'n hoogtelyn vanaf die regte hoek na die skuinssy getrek word, is die hoogtelyn die meetkundige gemiddeld van die twee segmente wat dit skep: $h^2 = p \cdot q$. Dit is 'n gevolg van drie geneste gelykvormige driehoeke.

Q22 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

- Volumes van gelykvormige voorwerpe skaal met die kubus van die lineêre skaalfaktor.
- Volumeverhouding = $2^3 : 5^3 = 8 : 125$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 4:25: Is die oppervlakteverhouding — $2^2 : 5^2$. Studente wat “ k^2 vir oppervlakte” leer, pas dit soms ook op volume toe.

C) 2:5: Is die oorspronklike lineêre verhouding — die volumes is glad nie geskaal nie.

B) 2:125: Omdat slegs die tweede term gekubus is en die eerste onveranderd gelaat is. Albei terme moet gekubus word, anders word die verhouding glad nie geskaal nie.

Onthou: Gelykvormige voorwerpe: lengtes skaal met k , oppervlaktes (vlakke, dwarssnitte) skaal met k^2 , volumes skaal met k^3 . Elke mag stem ooreen met een dimensie meer wat geskaal word.

Afdeling 5.4 — Vierhoeke

Q23 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

1. Die hoeke in enige vierhoek tel op tot 360° : $80 + 95 + 110 + x = 360$.
2. $285 + x = 360 \Rightarrow x = 75^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 65° : Uit $80 + 95 + 110 + x = 350 \Rightarrow x = 65 - 350^\circ$ is gebruik in plaas van 360° as die vierhoek se hoeksom.

C) 70° : Uit $80 + 95 + 110 + x = 355 \Rightarrow x = 70 - 355^\circ$ is gebruik, of 'n rekenfout is gemaak: $80 + 95 = 175$, $175 + 110 = 285$; $360 - 285 = 75$ maar $355 - 285 = 70$ is bereken.

D) 80° : Kopieer die eerste gegewe hoek — die student het moontlik die vergelyking heeltemal geïgnoreer.

Onthou: Enige vierhoek (ongeag vorm) het hoeksom 360° . Dit is omdat enige vierhoek in twee driehoeke verdeel kan word, elk met 180° : $2 \times 180^\circ = 360^\circ$.

Q24 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

1. 'n Reghoek se diagonaal is die skuinssy van 'n reghoekige driehoek met regsye gelyk aan die lengte en die breedte.
2. $d = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ cm.
3. 5-12-13 is 'n standaard Pythagoras-drietal.

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) 7 cm: Uit $12 - 5 = 7$ — die twee sye is afgetrek in plaas daarvan om Pythagoras te gebruik.

B) 10 cm: Uit $\sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119} \approx 10.9$, of verwar met die 6-8-10-drietal.

C) 12 cm: Is die langer sy van die reghoek, nie die diagonaal nie.

Onthou: Die diagonaal van 'n reghoek word met Pythagoras gevind: $d = \sqrt{l^2 + w^2}$. Vir reghoeke waarvan die sye Pythagoras-drietalte vorm (3-4-5, 5-12-13, 8-15-17), is die diagonaal presies sonder dat 'n sakrekenaar nodig is.

Q25 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. $d = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$

2. 6-8-10 is die 3-4-5-drietal geskaal met 2.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 12 cm: Uit $8 + 6 - 2 = 12$ — opgetel en afgetrek in plaas daarvan om Pythagoras te gebruik.

A) 7 cm: Uit $8 - 6 + 5 = 7$ of $\sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} \approx 5.3$, opgerond.

D) 14 cm: Uit $8 + 6 = 14$ — die twee sye is bymekaar getel, wat die omtrek van twee sye gee, nie die diagonaal nie.

Onthou: Om geskaalde Pythagoras-drietalte te ken, spaar tyd: $3-4-5 \times 2 = 6-8-10$. Memoriseer die algemeenstes sodat jy die antwoord onmiddellik kan aflees.

Q26 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

1. Die diagonale van 'n ruit halveer mekaar loodreg: die halwe diagonale is 4 cm en 3 cm.

2. Elke sy is die skuinssy van 'n reghoekige driehoek met regsye 4 cm en 3 cm.

3. $Sy = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 4 cm: Is die helfte van die langer diagonaal — die korrekte tussenwaarde, maar nie die sylengte nie.

C) 6 cm: Is die korter diagonaal — 'n gegewe waarde, nie die sy nie.

D) 7 cm: Uit $4 + 3 = 7$ — die halwe diagonale is bymekaar getel in plaas daarvan om Pythagoras toe te pas.

Onthou: Die sleuteleienskap: die diagonale van 'n ruit halveer mekaar teen 90° . Dit skep vier kongruente reghoekige driehoeke waarvan die skuinssy die ruit se sy is.

Q27 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. Oppervlakte van 'n parallelogram = basis $\times$ hoogte = $12 \times 7 = 84 \text{ cm}^2$.
2. Let wel: die hoogte moet die loodregte afstand tussen die ewewydige sye wees — nie die skuins sy nie.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 42 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 12 \times 7 = 42$ — die driehoek se oppervlakteformule is gebruik in plaas van dié van die parallelogram. 'n Parallelogram is twee keer die oppervlakte van die driehoek met dieselfde basis en hoogte.

B) 72 cm²: Uit $12 \times 6 = 72$ — 6 is vervang in plaas van 7 (die hoogte verkeerd geles).

C) 96 cm²: Uit $12 \times 8 = 96$ — 8 is vervang in plaas van 7, moontlik deur 1 by die hoogte te tel.

Onthou: Oppervlakte van 'n parallelogram = bh (geen $\frac{1}{2}$ nie). Die formule verskil van dié van 'n driehoek ($\frac{1}{2}bh$) omdat twee kongruente driehoeke saam die parallelogram vorm.

Q28 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

1. Oppervlakte van 'n trapesium = $\frac{1}{2}(a + b) \times h = \frac{1}{2}(10 + 14) \times 8$.
2. = $\frac{1}{2} \times 24 \times 8 = \frac{1}{2} \times 192 = 96 \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) 60 cm²: Omdat net een ewewydige sy gebruik is: $\frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$ of $10 \times 6 = 60$.

B) 80 cm²: Uit $10 \times 8 = 80$ — net een van die ewewydige sye is met die hoogte vermenigvuldig, en die ander geïgnoreer.

C) 88 cm²: Uit $\frac{1}{2}(10 + 12) \times 8 = 88$ — 12 is gebruik in plaas van 14 vir die tweede ewewydige sy (verkeerd geles).

Onthou: Die trapesium se oppervlakteformule gebruik die gemiddeld van die twee ewewydige sye: $A = \frac{1}{2}(a + b)h$. Dink daaraan as die oppervlakte van 'n reghoek met breedte gelyk aan die gemiddelde ewewydige sy.

Q29 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

1. Die oppervlakte van 'n vlieër (en enige vierhoek met loodregte diagonale) is: $A = \frac{1}{2}d_1d_2$.
2. $A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40 \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 36 cm²: Uit $\frac{1}{2}(10 + 8)^2/...$, of omdat net een diagonaal gebruik is: $\frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36$ (9 as die helfte van die volle diagonaal gebruik).

C) 48 cm²: Uit $\frac{1}{2}(10 + 8) \times ... = \frac{1}{2}(18)(5.3) \approx 48$ — die vlieërformule is met die trapesiumformule verwar.

D) 56 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times (10 + 8) \times \frac{8}{2}$, of uit $8 \times 7 = 56$ (7 gebruik in plaas van $\frac{10}{2}$).

Onthou: 'n Vlieër se diagonale is loodreg en die een halveer die ander. Die oppervlakteformule $\frac{1}{2}d_1d_2$ geld vir enige vierhoek waarvan die diagonale loodreg is — insluitend ruite en vierkante (wat spesiale vlieërs is).

Afdeling 5.5 — Sirkels — Boë, Sektore, Koorde

Q30 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

1. Omtrek $= 2\pi r = 2 \times \pi \times 7 = 14\pi \text{ cm}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 7π cm: Uit πr — die faktor 2 in die omtrekformule is vergeet.

C) 28π cm: Uit $4\pi r$ — daar is met 4 vermenigvuldig in plaas van 2, moontlik deur omtrek te verwar met die omtrek van 'n vierkant met sy r .

B) 49π cm: Uit $\pi r^2 = 49\pi$ — die oppervlakteformule is gebruik in plaas van die omtrekformule.

Onthou: Omtrek $= 2\pi r$; Oppervlakte $= \pi r^2$. Die een bevat r , die ander r^2 — hou hulle visueel uitmekaar wanneer jy skryf.

Q31 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

$$1. \text{ Sektoroppervlakte} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 = \frac{80}{360} \times \pi \times 81.$$

$$2. = \frac{2}{9} \times 81\pi = \frac{162\pi}{9} = 18\pi \text{ cm}^2.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $9\pi \text{ cm}^2$: Omdat die sektorhoek na 40° gehalveer is ('n verwarring met die omtrekshoek se “half”-reël): $\frac{40}{360} \times \pi \times 81 = \frac{1}{9} \times 81\pi = 9\pi$.

B) $12\pi \text{ cm}^2$: Uit $\frac{80}{360} \times \pi \times 54 = 12\pi - 6r = 54$ is gebruik eerder as $r^2 = 81$.

D) $24\pi \text{ cm}^2$: Omdat $\frac{80}{360} \approx \frac{1}{4}$ afgerond is en $\frac{1}{4} \times 96\pi = 24\pi$ bereken is — 96 is in die plek van 81 gebruik.

Onthou: Sektoroppervlakte $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$. Die breuk stel voor “watter deel van die volle sirkel” die sektor dek.

Q32 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

$$1. \text{ Booglengte} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = \frac{120}{360} \times 2\pi \times 6.$$

$$2. = \frac{1}{3} \times 12\pi = 4\pi \text{ cm}.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) $2\pi \text{ cm}$: Omdat die helfte van die radius gebruik is: $\frac{1}{3} \times 2\pi \times 3 = 2\pi$.

B) $3\pi \text{ cm}$: Omdat 'n hoek van 90° gebruik is in plaas van 120° : $\frac{90}{360} \times 2\pi \times 6 = \frac{1}{4} \times 12\pi = 3\pi$.

C) $3.5\pi \text{ cm}$: 'n Rekenglips tussen die opstelling $\frac{1}{3} \times 12\pi = 4\pi$ en 'n verkeerd berekende waarde.

Onthou: Booglengte gebruik $2\pi r$ (die omtrek); sektoroppervlakte gebruik πr^2 . Albei vermenigvuldig met $\frac{\theta}{360}$. Die sleutelverskil: booglengte is 'n eendimensionele meting; sektoroppervlakte is tweedimensioneel.

Q33 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

1. Die loodlyn vanaf die middelpunt halveer die koord: halwe koord = 6 cm.
2. Die radius, halwe koord en loodregte afstand vorm 'n reghoekige driehoek: $r^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$.
3. $r = 10$ cm. (6-8-10 is die 3-4-5-drietal geskaal met 2.)

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 8 cm: Is die gegewe loodregte afstand vanaf die middelpunt — nie die radius nie.

C) 12 cm: Is die gegewe koordlengte — nie die radius nie.

A) 14 cm: Uit $6 + 8 = 14$ — die halwe koord en die loodregte afstand is bymekaar getel in plaas daarvan om die stelling van Pythagoras te gebruik.

Onthou: Die loodlyn vanaf die middelpunt na 'n koord halveer die koord altyd. Dit skep 'n reghoekige driehoek: radius (skuinssy), halwe koord (regsy), loodregte afstand (regsy).

Q34 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

1. Die Omtrekshoekstelling: 'n omtrekshoek is die helfte van die middelpuntshoek wat dieselfde boog onderspan.
2. Omtrekshoek = $\frac{140}{2} = 70^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 35° : Omdat twee keer gehalveer is: $70 \div 2 = 35$ — die stelling is twee keer toegepas waar dit een keer toegepas moes word.

C) 140° : Kopieer bloot die middelpuntshoek — die stelling is nie toegepas nie.

D) 280° : Omdat die refleksboog bereken is ($360 - 80 = 280$) en dit met die omtrekshoek verwar is.

Onthou: Omtrekshoek = $\frac{1}{2} \times$ middelpuntshoek. 'n Sleutelgevolg: enige hoek in 'n halfsirkel is gelyk aan 90° (aangesien die middelpuntshoek 180° is).

Q35 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

1. Die loodlyn halveer die koord: halwe koord = 8 cm.
2. $d^2 = r^2 - (\text{halfkoord})^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow d = 6 \text{ cm.}$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 4 cm: Uit $\sqrt{100 - 96} = 2 \dots$ of uit $16 - 10 - 2 = 4$ (waardes afgetrek sonder enige meetkundige grondslag).

C) 5 cm: Uit $\sqrt{100 - 75} = 5 - 75$ is gebruik in plaas van 64 vir die halwe koord gekwadreer.

D) 8 cm: Is die halwe koord — 'n korrekte tussenwaarde, maar nie die loodregte afstand, en dus nie die finale antwoord nie.

Onthou: Vir koord-afstandprobleme: identifiseer die reghoekige driehoek (radius, halwe koord, loodregte afstand), en gebruik dan $d^2 = r^2 - (c/2)^2$. Halveer altyd eers die koordlengte.

Q36 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

1. Volgens Thales se stelling is die hoek in 'n halfsirkel 90° : $\angle ACB = 90^\circ$.
2. Hoeksom van driehoek ABC : $90 + 35 + \angle ABC = 180$.
3. $\angle ABC = 55^\circ$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 35° : Kopieer die gegewe hoek, moontlik deur te aanvaar dat die driehoek gelykbenig is terwyl dit nie noodwendig so is nie.

B) 45° : Uit $90 \div 2 = 45$ — die halfsirkelhoek is sonder geldige rede gehalveer.

D) 50° : Uit $180 - 90 - 40 = 50 - 35^\circ$ is as 40° verkeerd gelees.

Onthou: Thales se stelling — enige hoek in 'n halfsirkel is 90° — is die sirkelstelling wat die meeste getoets word. Identifiseer eers die middellyn; dan is die hoek daarteenoor 90° .

Q37 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

1. Die raaklyn ontmoet die radius teen 90° by die raakpunt T : driehoek OTP is reghoekig by T .
2. $PT^2 = OP^2 - OT^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$.
3. $PT = 12$ cm. (Dit is die 5-12-13 Pythagoras-drietal.)

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 8 cm: Uit $13 - 5 = 8$ — die radius is van die buite-afstand afgetrek sonder om Pythagoras te gebruik.

C) 10 cm: Verwar met die 6-8-10-drietal, of omdat $\sqrt{144}$ as $\sqrt{100} = 10$ verkeerd gelees is.

D) 13 cm: Is die afstand OP vanaf die buitepunt na die middelpunt — 'n gegewe waarde.

Onthou: 'n Raaklyn is loodreg op die radius by die raakpunt. Dit skep 'n reghoekige driehoek: skuinssy = OP , een regsy = r , ander regsy = die raaklynlengte. Pas Pythagoras toe.

Q38 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

1. Teenoorstaande hoeke in 'n koordevierhoek is supplementêr: $3x + (2x + 10) = 180$.
2. $5x + 10 = 180 \Rightarrow 5x = 170 \Rightarrow x = 34$.
3. Die hoeke is 102° en 78° ; $102 + 78 = 180^\circ$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 30: Uit $5x + 10 = 160 \Rightarrow x = 30$ — 160° is gebruik in plaas van 180° as die supplementêre som.

B) 36: Uit $5x = 180 \Rightarrow x = 36$ — die $+10$ -konstante is weggelaat (die algemeenste algebraïese glips).

D) 40: Uit $5x = 200 \Rightarrow x = 40$ — teenoorstaande hoeke is behandel asof hulle tot 200° optel, moontlik deur verwarring met die volle vierhoek se hoeksom gedeel deur twee.

Onthou: In 'n koordevierhoek is teenoorstaande hoeke supplementêr (180°), nie gelyk nie. Dit onderskei koordevierhoeke van parallelogramme (waar teenoorstaande hoeke gelyk is).

Afdeling 5.6 — Omtrek en Oppervlakte

Q39 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

1. $\text{Omtrek} = 2(l + w) = 2(9 + 5) = 2 \times 14 = 28 \text{ cm.}$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 45 cm: Uit $9 \times 5 = 45$ — die oppervlakte is bereken in plaas van die omtrek.

B) 25 cm: Uit $9 + 5 + 9 + 2 = 25$ (sy verkeerd getel) of $9 + 5 + 9 + 2 = 25$ — drie sye korrek opgetel, maar 2 gebruik in plaas van 5 vir die laaste breedte.

C) 14 cm: Uit $9 + 5 = 14$ — net een lengte en een breedte opgetel, en vergeet om met 2 te vermenigvuldig.

Onthou: $\text{Omtrek} = 2(l + w)$ tel al vier sye. $\text{Oppervlakte} = lw$ tel die ingeslote gebied. Om hierdie twee te verwar is die algemeenste basiese formulefout in meetkunde.

Q40 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

1. $\text{Oppervlakte} = \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte} = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60 \text{ cm}^2.$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 30 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$ — die hoogte is ook gehalveer benewens die $\frac{1}{2}$ -faktor ($\frac{1}{2}$ is twee keer toegepas).

D) 45 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 10 \times 9 = 45$ — 9 is gebruik in plaas van 12 vir die hoogte.

C) 50 cm²: Uit $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$ — 10 is vir beide die basis en die hoogte gebruik (verkeerd geles).

Onthou: $\text{Oppervlakte} = \frac{1}{2}bh$ vereis altyd die loodregte hoogte — die vertikale afstand vanaf die basis tot by die teenoorstaande hoekpunt, nie 'n skuins rand nie.

Q41 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

1. Reghoek: $8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2.$

2. Driehoek: $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ cm}^2.$

3. Totaal: $40 + 12 = 52 \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 48 cm^2 : Uit $40 + \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 40 + 8 = 48 - 2$ is gebruik in plaas van 3 vir die driehoek se hoogte.

C) 56 cm^2 : Uit $40 + 8 \times 2 = 56$ — die driehoek se oppervlakte is as 8×2 bereken sonder die $\frac{1}{2}$.

A) 60 cm^2 : Omdat die gekombineerde hoogte as 'n enkele reghoek behandel is: $8 \times (5 + 3) - \text{hoek} \approx 60$ — die saamgestelde vorm is nie korrek opgedeel nie.

Onthou: Vir saamgestelde vorms: breek dit op in benoemde vorms, bereken elke oppervlakte afsonderlik, en tel dan op of trek af. Benoem elke deelberekening om te keer dat komponente deurmekaar raak.

Q42 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

1. Middellyn = $10 \text{ cm} \Rightarrow$ radius $r = 5 \text{ cm}$.

2. Oppervlakte = $\pi r^2 = 25\pi \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $10\pi \text{ cm}^2$: Uit $\pi \times d = 10\pi$ — die omtrekformule πd is gebruik eerder as πr^2 .

C) $50\pi \text{ cm}^2$: Uit πr^2 met $r = 10$ (die middellyn): $\pi \times 100/2 = 50\pi$ — gehalveer ná die middellyn gekwadreer is.

D) $100\pi \text{ cm}^2$: Uit πr^2 met $r = 10$ (die middellyn as die radius, sonder om te halveer): $\pi \times 100 = 100\pi$.

Onthou: Halveer altyd die middellyn om die radius te kry voordat jy in enige oppervlakteformule vervang. Die middellyn kom net direk voor in $C = \pi d$.

Q43 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. Reguit rand (middellyn) = $2r = 12 \text{ cm}$.

2. Geboë boog = halwe omtrek = $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r = 6\pi \text{ cm}$.

3. Totale omtrek = $12 + 6\pi \text{ cm}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

- A) $6 + 6\pi$ cm:** Gebruik die radius (6) in plaas van die middellyn (12) vir die reguit rand.
- B) $12 + 3\pi$ cm:** Gebruik $\frac{\pi r}{2} = 3\pi - \pi r$ is weer gehalveer (die halwe omtrek is πr , nie $\frac{\pi r}{2}$ nie).
- D) $6 + 12\pi$ cm:** Ruil die rolle van radius en middellyn om: reguit rand = $r = 6$ en boog = $2\pi r = 12\pi$.

Onthou: 'n Halfsirkel se omtrek het twee dele: die plat middellyn ($2r$) en die geboë boog (πr). Albei is nodig — moenie die middellyn weglaat deur die halfsirkel as net 'n geboë rand te behandel nie.

Q44 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

$$1. \text{ Sektoroppervlakte} = \frac{90}{360} \times \pi r^2 = \frac{1}{4} \times \pi \times 144 = 36\pi \text{ cm}^2.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) 6π cm²: Omdat die booglengte bereken is in plaas van die oppervlakte: $\frac{1}{4} \times 2\pi \times 12 = 6\pi - 2\pi r$ (die omtrekformule) is gebruik in plaas van πr^2 .

B) 24π cm²: Uit $\frac{1}{4} \times \pi \times 96 = 24\pi - 96$ (moontlik 8×12) is gebruik in plaas van $r^2 = 144$.

C) 30π cm²: Uit $\frac{1}{4} \times \pi \times 120 = 30\pi - 120$ is gebruik in plaas van 144 vir r^2 (moontlik uit 10×12).

Onthou: Sektoroppervlakte = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$; booglengte = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$. Albei het dieselfde breuk, maar oppervlakte gebruik πr^2 (tweedimensioneel) en booglengte gebruik $2\pi r$ (eendimensioneel).

Q45 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

1. Oppervlakte van die groot sirkel = $\pi(8^2) = 64\pi \text{ cm}^2$.
2. Oppervlakte van die klein sirkel = $\pi(5^2) = 25\pi \text{ cm}^2$.
3. Ringvlakoppervlakte = $64\pi - 25\pi = 39\pi \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

- B) 25π cm²:** Is die oppervlakte van die klein sirkel alleen — die aftrekstap is oorgeslaan.
- C) 64π cm²:** Is die oppervlakte van die groot sirkel alleen — die binneste gebied is nie verwyder nie.
- A) 89π cm²:** Uit $64\pi + 25\pi = 89\pi$ — die twee oppervlaktes is opgetel in plaas van afgetrek.

Onthou: 'n Ringvlak is 'n “doughnut”-gebied. Bereken altyd: ringvlakoppervlakte $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$. Dit kan gefaktoriseer word: $\pi(R - r)(R + r)$.

Q46 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

1. Vind die skuinssy: $c = \sqrt{9^2 + 40^2} = \sqrt{81 + 1600} = \sqrt{1681} = 41$ cm.
2. Omtrek $= 9 + 40 + 41 = 90$ cm.
3. Die 9-40-41-drietal is die moeite werd om te ken: $81 + 1600 = 1681 = 41^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 82 cm: Omdat $9 + 40 + \sqrt{40^2 - 9^2} = 9 + 40 + 33 = 82$ bereken is — die verskil van vierkante is verkeerdelik vir die derde sy gebruik (dit is as 'n regsy behandel eerder as die skuinssy).

B) 88 cm: Uit $9 + 40 + 39 = 88 - \sqrt{81 + 1521} = \sqrt{1602} \approx 40$ is bereken en verkeerd afgerond, of uit $41 - 2 = 39$.

D) 96 cm: Uit $9 + 40 + 47 = 96$ — 'n rekenfout in die Pythagoras-berekening.

Onthou: Minder bekende Pythagoras-drietalles soos 9-40-41 verskyn juis in eksamens om te toets of jy die stelling korrek gebruik. Bereken altyd $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ — moenie raai nie.

Afdeling 5.7 — Buite-oppervlakte en Volume

Q47 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

1. Volume van 'n reghoekige prisma $= l \times w \times h = 4 \times 3 \times 5 = 60$ cm³.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 20 cm³: Uit $4 \times 5 = 20$ — net twee afmetings is vermenigvuldig in plaas van al drie.

C) 47 cm³: Uit $lw + wh + lh = 12 + 15 + 20 = 47$ — die buite-oppervlaktesom sonder sy faktor 2 (en in elk geval 'n oppervlakte eerder as 'n volume).

D) 94 cm³: Uit die volledige buite-oppervlakteformule: $2(lw + wh + lh) = 2(12 + 15 + 20) = 2 \times 47 = 94$ cm² — die buite-oppervlakte is bereken in plaas van die volume.

Onthou: Volume = $l \times w \times h$; buite-oppervlakte = $2(lw + wh + lh)$. Volume tel die binneruimte (drie afmetings vermenigvuldig); buite-oppervlakte tel die buitevlakke (pare reghoeke).

Q48 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

1. 'n Kubus het 6 identiese vierkantige vlakke.
2. Buite-oppervlakte = $6 \times s^2 = 6 \times 16 = 96 \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) 16 cm²: Is die oppervlakte van een vlak ($4^2 = 16$) — daar is vergeet om met die 6 vlakke te vermenigvuldig.

B) 24 cm²: Uit $6 \times 4 = 24$ — s is gebruik in plaas van s^2 : die aantal vlakke is met die sylengte vermenigvuldig, nie met die vlakoppervlakte nie.

C) 64 cm³: Is die volume van die kubus ($4^3 = 64$) — die volume is bereken eerder as die buite-oppervlakte.

Onthou: Buite-oppervlakte van 'n kubus = $6s^2$ (ses kongruente vierkantige vlakke). Volume = s^3 . 'n Kubus het alle ribbes gelyk, wat albei formules aansienlik vereenvoudig.

Q49 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

1. Volume van 'n silinder = $\pi r^2 h = \pi \times 9 \times 8 = 72\pi \text{ cm}^3$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 48π cm³: Uit $\pi \times 6 \times 8 = 48\pi$ — $2r = 6$ (die middellyn) is gebruik in plaas van $r^2 = 9$.

A) 36π cm³: Uit $\pi \times 9 \times 4 = 36\pi$ — die hoogte is gehalveer: $8/2 = 4$.

D) 24π cm³: Uit $\pi \times 3 \times 8 = 24\pi$ — $r = 3$ is gebruik in plaas van $r^2 = 9$.

Onthou: Volume van 'n silinder = $\pi r^2 h$. Dink daaraan as die basissirkel se oppervlakte (πr^2) vermenigvuldig met die hoogte (h). Die radius moet gekwadreer word — om dit te vergeet is die algemeenste fout.

Q50 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

1. Twee sirkelvormige basisse: $2 \times \pi r^2 = 2\pi \times 25 = 50\pi \text{ cm}^2$.
2. Geboë kantoppervlak: $2\pi r h = 2\pi \times 5 \times 10 = 100\pi \text{ cm}^2$.
3. Totaal: $50\pi + 100\pi = 150\pi \text{ cm}^2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $100\pi \text{ cm}^2$: Is slegs die kantoppervlakte — die twee sirkelvormige basisse is nie ingesluit nie.

C) $200\pi \text{ cm}^2$: Uit $2 \times \pi r h \times 2 = 200\pi$ of $2\pi r(h + r) \times \frac{4}{3} \dots$ natuurliker uit $2 \times 100\pi = 200\pi$ — die kantoppervlak is verdubbel sonder om die sirkels korrek by te tel.

D) $75\pi \text{ cm}^2$: Uit $3 \times \pi r^2 = 75\pi$ — 3 vlakke is gebruik in plaas van die korrekte formule.

Onthou: Totale buite-oppervlakte van 'n silinder $= 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r + h)$. Die twee sirkelvormige ente plus die reghoek wat rondom draai (die kantoppervlak). 'n Algemene weglating is om die twee sirkelvormige basisse te vergeet.

Q51 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

1. Volume van 'n keël $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 36 \times 8 = \frac{288\pi}{3} = 96\pi \text{ cm}^3$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $48\pi \text{ cm}^3$: Uit $\frac{1}{3} \times \pi \times 36 \times 4 = 48\pi$ — die hoogte is gehalveer voordat die formule toegepas is.

B) $72\pi \text{ cm}^3$: Uit $\frac{1}{3} \times \pi \times 36 \times 6 = 72\pi$ — die radius (6) is gebruik in plaas van die hoogte (8).

C) $144\pi \text{ cm}^3$: Uit $\pi r^2 h = \pi \times 36 \times 4 = 144\pi$ — die $\frac{1}{3}$ -faktor is heeltemal vergeet, of die verkeerde hoogte is gebruik.

Onthou: Volume van 'n keël $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Dit is presies een derde van die silinder met dieselfde basis en hoogte. Die $\frac{1}{3}$ word dikwels vergeet — dit is altyd daar vir keëls en piramides.

Q52 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

1. Volume van 'n sfeer $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 27 = \frac{108\pi}{3} = 36\pi \text{ cm}^3$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) $9\pi \text{ cm}^3$: Uit $\pi r^2 \times 1 = 9\pi$ — die sirkel se oppervlakteformule is gebruik in plaas van die sfeer se volume.

B) $18\pi \text{ cm}^3$: Uit $\frac{4}{3}\pi r^2 = \frac{4}{3} \times 9\pi = 12\pi$... of uit $2 \times \pi r^2 = 18\pi$ — r^2 is in die sfeerformule gebruik in plaas van r^3 .

C) $27\pi \text{ cm}^3$: Uit $\pi r^3 = 27\pi$ — die $\frac{4}{3}$ -faktor is vergeet.

Onthou: Volume van 'n sfeer = $\frac{4}{3}\pi r^3$. Die $\frac{4}{3}$ is 'n unieke breuk — dit moet gememoriseer word. Buiteoppervlakte van 'n sfeer = $4\pi r^2$, ter verwysing.

Q53 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

Vind eers die skuinssy — dit word die derde reghoekige vlak: $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$.

Twee driehoekige ente: $2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$

Drie reghoeke: $30 + 40 + 50 = 120 \text{ cm}^2$

Totaal: 132 cm^2

Waarom die ander verkeerd is:

- **A (120)** is slegs die drie reghoeke — **albei driehoekige ente is weggelaat**.
- **C (140)** het die **skuinssy** as die driehoek se hoogte gebruik: $2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 20$, plus 120.
- **D (150)** het die prisma se **lengte** as die driehoek se hoogte gebruik: $2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 10 = 30$, plus 120.

Onthou: 'n Driehoekige prisma het **vyf** vlakke — twee driehoekige ente plus drie reghoeke. Die driehoek se hoogte is een van sy eie regsye (hier 4), nooit die skuinssy en nooit die prisma se lengte nie.

Q54 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

1. Volume van 'n piramide = $\frac{1}{3} \times \text{basisoppervlakte} \times h = \frac{1}{3} \times 81 \times 4$.

2. = $\frac{324}{3} = 108 \text{ cm}^3$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 72 cm³: Uit $\frac{1}{3} \times 9 \times 4 \times 6 = 72$ — 9 (die basissy) is gebruik in plaas van 81 (die basisoppervlakte), en dan met 'n ekstra faktor vergoed.

C) 144 cm³: Omdat die produk van basisoppervlakte $\times$ hoogte verkeerd geskaal is ($81 \times 4 = 324$) — daar is byvoorbeeld met $\frac{4}{9}$ vermenigvuldig in plaas van die korrekte $\frac{1}{3}$. Slegs $\frac{1}{3} \times 324 = 108$ is reg.

B) 216 cm³: Omdat die volume van 'n kubus met sy 6 bereken is: $6^3 = 216$ — 'n heeltemal onverwante berekening.

Onthou: Volume van 'n piramide $= \frac{1}{3} \times B \times h$, waar B die basisoppervlakte is. Vir 'n vierkantige piramide is $B = s^2$. Die $\frac{1}{3}$ -faktor geld vir alle piramides en keëls — die piramide pas presies drie keer in 'n prisma met dieselfde basis en hoogte.

Afdeling 5.8 — Koördinaatmeetkunde

Q55 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

$$1. \text{ Afstand} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4 - 1)^2 + (6 - 2)^2}.$$

$$2. = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 3: Is slegs die horisontale afstand: $|4 - 1| = 3$.

B) 4: Is slegs die vertikale afstand: $|6 - 2| = 4$.

D) 7: Uit $3 + 4 = 7$ — die horisontale en vertikale afstande is opgetel in plaas daarvan om Pythagoras te gebruik.

Onthou: Die afstandsformule is Pythagoras toegepas op koördinate: $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$. Die reguitlynafstand is altyd die skuinssy van die reghoekige driehoek wat deur die horisontale en vertikale skeidings gevorm word.

Q56 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

$$1. \text{ Middelpunt} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 6}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right).$$

$$2. = \left(\frac{4}{2}, \frac{4}{2} \right) = (2, 2).$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

D) (4, 4): Uit $(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (4, 4)$ sonder om deur 2 te deel — die koördinate is opgetel maar daar is vergeet om te halveer.

B) (2, 3): Omdat $x = 2$ korrek bereken is maar $y = (5 + 1)/2 = 3$ gebruik is (die absolute waarde van -1 geneem in plaas van -1 self).

C) (4, 2): Uit $(x_1 + x_2, y) = (4, 2)$ — die x -koördinaat is nie gehalveer nie.

Onthou: Die middelpunt is die gemiddeld van die x -koördinate en die gemiddeld van die y -koördinate. Albei koördinate moet ná die optel deur 2 gedeel word.

Q57 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

$$1. \text{ Gradiënt } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 3}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2.$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 3: Gee die horisontale loop ($x_2 - x_1 = 4 - 1 = 3$) in plaas daarvan om die styging deur die loop te deel.

C) $\frac{1}{2}$: Omdat die gradiëntformule omgekeer is: $\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ — teller en noemer is omgeruil.

A) -2 : Omdat $\frac{3 - 9}{4 - 1} = \frac{-6}{3} = -2$ bereken is — in 'n onkonsekwente volgorde afgetrek ($y_1 - y_2$ gebruik maar $x_2 - x_1$).

Onthou: Gradiënt = $\frac{\text{styging}}{\text{loop}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Gebruik 'n konsekwente volgorde: óf $(y_2 - y_1, x_2 - x_1)$ óf $(y_1 - y_2, x_1 - x_2)$ — moet nooit die twee meng nie.

Q58 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking****Punt-gradiëntvorm:** $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 1 = 3(x - 2) = 3x - 6 \implies y = 3x - 5$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (+5) het c as $mx_1 - y_1$ bereken in plaas van $y_1 - mx_1 = 1 - 6 = -5$.
- **B** (-1) het $3(x - 2)$ as $3x - 2$ geles — die 3 is nooit oor die 2 versprei nie.
- **D** (+1) het y_1 as die afsnit gebruik sonder om enigsins vir c op te los.

Onthou: Versprei die gradiënt oor **elke** term in die hakie, nie net oor die x nie.**Q59 — Gevorderd — Antwoord: A****Verduideliking**

1. Noord en oos is loodregte rigtings. Die verplasing vorm 'n reghoekige driehoek.
2. Afstand $= \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$ km.
3. 9-12-15 is die 3-4-5-drietal geskaal met 3.

Waarom die afleiers verkeerd is:**C) 10 km:** Uit $\sqrt{100} = 10$ — moontlik uit $\sqrt{9^2 + 12^2} \approx \sqrt{100}$ ná afronding.**B) 13 km:** Verwar met die 5-12-13-drietal — die verkeerde drietal is hier geïdentifiseer.**D) 21 km:** Uit $9 + 12 = 21$ — die afstande is opgetel in plaas daarvan om Pythagoras te gebruik.**Onthou:** Kompasrigtings (noord/oos, noord/wes, ensovoorts) is altyd loodreg, dus vorm enige noord-oos-verplasing (of soortgelyk) 'n reghoekige driehoek. Pas Pythagoras toe om die reguitlynafstand te vind.**Q60 — Gevorderd — Antwoord: B****Verduideliking**

1. AB lê langs die x -as met lengte 6 (die basis).
2. Die hoogte vanaf C tot AB is die y -koördinaat van $C = 4$.
3. Oppervlakte $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ vierkante eenhede.

4. Skoenveter-verifikasie: $\frac{1}{2}|x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)| = \frac{1}{2}|0 + 24 + 0| = 12. \checkmark$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 8 vierkante eenhede: Uit $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ — die y -koördinaat van C is vir beide die basis en die hoogte gebruik.

D) 10 vierkante eenhede: Uit $\frac{1}{2} \times (6 + 4) \times 2 = 10$ — die som van basis en hoogte is verkeerd gebruik.

C) 11 vierkante eenhede: 'n Rekenfout, of 'n verkeerde toepassing van die skoenveterformule.

Onthou: Wanneer een sy van 'n driehoek horisontaal (of vertikaal) is, is die oppervlakte maklik: basis $\times$ hoogte $/2$. Vir 'n algemene driehoek werk die skoenveterformule vir enige drie koördinaatpunte.

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtipies wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Q61 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Geen getalle word gegee nie, dus **dink een uit**. Laat die spoeiradius r wees; die land se sy is dan $2r$.

$$\text{Veld} = (2r)^2 = 4r^2 \quad \text{Natgelei} = \pi r^2$$

Die droë deel is die vier hoeke:

$$\frac{4r^2 - \pi r^2}{4r^2} = \frac{4 - \pi}{4}$$

Die r^2 kanselleer — en dit is hoekom geen getal nodig was nie. Kontroleer die grootte: $\frac{4-\pi}{4} \approx 21\%$, geloofwaardig vir vier hoekstrokies.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{\pi}{4}$) is die **natgemaakte** breuk, nie die droë een nie.
- **C** deel deur die sirkel in plaas van deur die **totale** oppervlakte.
- **D** is **negatief** (aangesien $\pi > 2$) — 'n oppervlaktebreuk kan nooit negatief wees nie. 'n Grootte-kontrole van twee sekondes skakel dit uit.

Onthou: Sirkel ingeskryf in 'n vierkant: natgemaak $\approx 78.5\%$, hoeke $\approx 21.5\%$. En wanneer 'n verhoudingsvraag geen afmetings gee nie, is dit 'n belofte dat die veranderlike sal kanselleer — kies 'n letter en werk deur.

Q62 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking**

Laat die grasperk se sy x wees. Die pad voeg 1 m by **elke** kant, dus het die buitenste vierkant sy $x + 2$ — nie $x + 1$ nie.

Padoppervlakte = buitenste – grasperk:

$$(x + 2)^2 - x^2 = 40$$

Brei uit, en die x^2 -terme kanselleer:

$$4x + 4 = 40 \implies x = 9$$

Die grasperk is dus $9 \times 9 = 81 \text{ m}^2$. Kontroleer: $121 - 81 = 40 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (121) is die **buitenste** vierkant, nie die grasperk nie.
- **A** (64) het $x + 1$ gebruik, en die pad se breedte net een keer bygetel.
- **B** (100) het $(x + 2)^2 - x^2$ as net $4x$ uitgebrei, en die $+4$ laat val — die pad se vier hoekvierkante.

Onthou: 'n Grens van breedte w maak die buitenste sy $x + 2w$ — dit is aan **albei** kante. Die x^2 kanselleer altyd en laat 'n lineêre vergelyking. As joune nog 'n x^2 het, is die opstelling verkeerd.

Q63 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

Bou die sentrale driehoek. 'n Omtrek van 50 beteken elke sy is 10. Verbind die middelpunt met twee aangrensende hoekpunte: twee radiusse r , basis 10, tophoek $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$, dus is elke basishoek $\frac{180-72}{2} = 54^\circ$.

Sinusreël:

$$\frac{r}{\sin 54^\circ} = \frac{10}{\sin 72^\circ} \implies r = \frac{10 \sin 54^\circ}{\sin 72^\circ}$$

Dit is nie 'n opsie nie, dus moet dit saamgepers word. Gebruik $\sin 54^\circ = \cos 36^\circ$ en $\sin 72^\circ = 2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ$:

$$r = \frac{10 \cos 36^\circ}{2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ} = \frac{5}{\sin 36^\circ}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is die sinusreël se verhouding self — dit is gelyk aan $\frac{r}{\sin 54^\circ}$, nie r nie.
- **D** het die sinusreël onderstebo.

- **C** ruil sinus vir kosinus om. Die halwe hoek by die middelpunt kyk na die teenoorstaande halwe sy, wat 'n **sinus**-verband is.

Onthou: Reëlmatige veelhoek in 'n sirkel $\rightarrow$ middelpuntshoek $\frac{360^\circ}{n}$, twee radiusse, sinusreël. As jou korrekte uitdrukking nie tussen die opsies is nie, soek na 'n ko-funksie-omruiling plus 'n dubbelhoek-inploffing — die $36^\circ/54^\circ/72^\circ$ -familie is waar die eksamen dit doen.

Gemengde Oefening — Hoofstuk 5

M1 — Basies

Onderwerp: Supplementêre hoeke

Vind die supplement van 63° .

- A) 127°
 - B) 107°
 - C) 117°
 - D) 97°
-

M2 — Basies

Onderwerp: Hoeke van 'n gelyksydige driehoek

Wat is die binnehoek van 'n gelyksydige driehoek?

- A) 60°
 - B) 45°
 - C) 90°
 - D) 30°
-

M3 — Intermediêr

Onderwerp: Oppervlakteverhouding van gelykvormige figure

Twee gelykvormige figure het 'n lineêre skaalfaktor van $3 : 4$. Die oppervlakte van die kleiner figuur is 27 cm^2 . Vind die oppervlakte van die groter figuur.

- A) 36 cm^2
 - B) 42 cm^2
 - C) 54 cm^2
 - D) 48 cm^2
-

M4 — Basies

Onderwerp: Oppervlakte van 'n vierkant uit sy omtrek

'n Vierkant het 'n omtrek van 40 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 40 cm^2
 - B) 100 cm^2
 - C) 120 cm^2
 - D) 80 cm^2
-

M5 — Basies

Onderwerp: Oppervlakte van 'n sirkel

Vind die oppervlakte van 'n sirkel met radius 4 cm. Laat jou antwoord in terme van π .

- A) $16\pi \text{ cm}^2$
 - B) $8\pi \text{ cm}^2$
 - C) $4\pi \text{ cm}^2$
 - D) $32\pi \text{ cm}^2$
-

M6 — Intermediêr

Onderwerp: Pythagoras-drietal 5-12-13

'n Reghoekige driehoek het regsye van 5 cm en 12 cm. Vind die skuinssy.

- A) 12 cm
 - B) 15 cm
 - C) 14 cm
 - D) 13 cm
-

M7 — Basies**Onderwerp:** Buite-oppervlakte van 'n kubus

'n Kubus het sylengte 3 cm. Vind sy totale buite-oppervlakte.

- A) 27 cm^2
 - B) 54 cm^2
 - C) 36 cm^2
 - D) 81 cm^2
-

M8 — Intermediêr**Onderwerp:** Afstand tussen twee punte

Vind die afstand tussen $(-1, 0)$ en $(2, 4)$.

- A) 2
 - B) 3
 - C) 5
 - D) 4
-

M9 — Intermediêr**Onderwerp:** Buitehoekstelling

'n Buitehoek van 'n driehoek is 110° . Een nie-aangrensende binnehoek is 40° . Vind die ander nie-aangrensende binnehoek.

- A) 60°
 - B) 70°
 - C) 80°
 - D) 50°
-

M10 — Intermediêr

Onderwerp: Ko-binnehoeke — om vir x op te los

Ko-binnehoeke meet $(4x + 5)^\circ$ en $(5x - 5)^\circ$. Vind x .

- A) 15
 - B) 18
 - C) 25
 - D) 20
-

M11 — Intermediêr

Onderwerp: Sektoroppervlakte

'n Sektor het radius 10 cm en middelpuntshoek 72° . Vind sy oppervlakte in terme van π .

- A) $20\pi \text{ cm}^2$
 - B) $15\pi \text{ cm}^2$
 - C) $10\pi \text{ cm}^2$
 - D) $25\pi \text{ cm}^2$
-

M12 — Intermediêr

Onderwerp: Volume van 'n silinder

'n Silinder het radius 4 cm en hoogte 5 cm. Vind sy volume in terme van π .

- A) $20\pi \text{ cm}^3$
 - B) $40\pi \text{ cm}^3$
 - C) $80\pi \text{ cm}^3$
 - D) $60\pi \text{ cm}^3$
-

M13 — Intermediêr**Onderwerp:** Gelykvormige driehoeke — ontbrekende sy

Twee gelykvormige driehoeke het sye 3, 4, 5 en x , 8, 10. Vind x .

- A) 8
 - B) 4
 - C) 5
 - D) 6
-

M14 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n ruit

'n Ruit het diagonale van lengte 12 cm en 16 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 96 cm^2
 - B) 48 cm^2
 - C) 144 cm^2
 - D) 192 cm^2
-

M15 — Gevorderd**Onderwerp:** Skuinssy van 'n reghoekige gelykbenige driehoek

'n Reghoekige gelykbenige driehoek het regsye van 7 cm elk. Vind die skuinssy.

- A) 7 cm
 - B) $7\sqrt{3} \text{ cm}$
 - C) $7\sqrt{2} \text{ cm}$
 - D) 14 cm
-

M16 — Intermediêr**Onderwerp:** Totale buite-oppervlakte van 'n silinder

'n Silinder het radius 3 cm en hoogte 10 cm. Vind sy totale buite-oppervlakte in terme van π .

- A) $18\pi \text{ cm}^2$
 - B) $78\pi \text{ cm}^2$
 - C) $60\pi \text{ cm}^2$
 - D) $30\pi \text{ cm}^2$
-

M17 — Basies**Onderwerp:** Middelpunt van 'n segment

Vind die middelpunt van die segment wat $(3, -4)$ en $(-7, 8)$ verbind.

- A) $(-3, 4)$
 - B) $(2, -2)$
 - C) $(-2, 2)$
 - D) $(0, 0)$
-

M18 — Intermediêr**Onderwerp:** Binnehoek van 'n reëlmatige seshoek

Vind die binnehoek van 'n reëlmatige seshoek.

- A) 60°
 - B) 150°
 - C) 135°
 - D) 120°
-

M19 — Intermediêr**Onderwerp:** Booglengte

'n Sirkel het radius 10 cm. Vind die booglengte wat deur 'n hoek van 90° onderspan word.

- A) 5π cm
 - B) 4π cm
 - C) 2.5π cm
 - D) 10π cm
-

M20 — Basies**Onderwerp:** Volume van 'n reghoekige prisma

'n Reghoekige prisma het afmetings $5\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 9\text{ cm}$. Vind sy volume.

- A) 45 cm^3
 - B) 135 cm^3
 - C) 120 cm^3
 - D) 90 cm^3
-

M21 — Intermediêr**Onderwerp:** Gradiënt van 'n lyn

Vind die gradiënt van die lyn deur $(-1, 3)$ en $(3, -1)$.

- A) -1
 - B) 1
 - C) -2
 - D) 2
-

M22 — Gevorderd

Onderwerp: Raaklynlengte vanaf 'n punt buite die sirkel

Vanaf 'n punt buite die sirkel is die afstand na die middelpunt 17 cm. Die radius van die sirkel is 8 cm. Vind die lengte van die raaklyn.

- A) 9
 - B) 12
 - C) 15
 - D) 17
-

M23 — Intermediêr

Onderwerp: Pythagoras-drietal 8-15-17

'n Reghoekige driehoek het regsye van 8 cm en 15 cm. Vind die skuinssy.

- A) 16 cm
 - B) 17 cm
 - C) 16,5 cm
 - D) 19 cm
-

M24 — Intermediêr

Onderwerp: Oppervlakte van 'n trapesium

'n Trapesium het ewewydige sye van 6 cm en 10 cm, en 'n hoogte van 4 cm. Vind sy oppervlakte.

- A) 16 cm²
 - B) 24 cm²
 - C) 28 cm²
 - D) 32 cm²
-

M25 — Gevorderd**Onderwerp:** Volumeverhouding van gelykvormige voorwerpe

Twee gelykvormige voorwerpe het 'n lineêre skaalfaktor van 4 : 1. Die volume van die kleiner voorwerp is 3 cm^3 . Vind die volume van die groter voorwerp.

- A) 12 cm^3
 - B) 48 cm^3
 - C) 192 cm^3
 - D) 64 cm^3
-

M26 — Intermediêr**Onderwerp:** Omtrekshoekstelling

'n Middelpuntshoek is 100° . Vind die omtrekshoek wat dieselfde boog onderspan.

- A) 50°
 - B) 100°
 - C) 25°
 - D) 200°
-

M27 — Intermediêr**Onderwerp:** Koordevierhoek

In 'n koordevierhoek is een hoek 110° . Vind die teenoorstaande hoek.

- A) 60°
 - B) 80°
 - C) 110°
 - D) 70°
-

M28 — Gevorderd

Onderwerp: Loodregte afstand vanaf die middelpunt na 'n koord

'n Sirkel het radius 13 cm. 'n Koord van lengte 24 cm word getrek. Vind die loodregte afstand vanaf die middelpunt na die koord.

- A) 8
 - B) 5
 - C) 7
 - D) 6
-

M29 — Gevorderd

Onderwerp: Vergelyking van 'n ewewydige lyn

Vind die vergelyking van die lyn ewewydig aan $y = 3x - 7$ wat deur (2, 1) gaan.

- A) $y = 3x + 5$
 - B) $y = 3x + 1$
 - C) $y = 3x - 5$
 - D) $y = x - 5$
-

M30 — Intermediêr

Onderwerp: Volume van 'n keël

'n Keël het basisradius 6 cm en hoogte 7 cm. Vind sy volume in terme van π .

- A) $84\pi \text{ cm}^3$
- B) $126\pi \text{ cm}^3$
- C) $42\pi \text{ cm}^3$
- D) $252\pi \text{ cm}^3$

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. C	M2. A	M3. D	M4. B	M5. A
M6. D	M7. B	M8. C	M9. B	M10. D
M11. A	M12. C	M13. D	M14. A	M15. C
M16. B	M17. C	M18. D	M19. A	M20. B
M21. A	M22. C	M23. B	M24. D	M25. C
M26. A	M27. D	M28. B	M29. C	M30. A

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: C

Stap 1 — Supplementêre hoeke tel op tot 180° .

Stap 2 — $180^\circ - 63^\circ$.

Stap 3 — $= 117^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $190^\circ - 63^\circ$ gebruik.
- **B** het $170^\circ - 63^\circ$ gebruik.
- **D** het $160^\circ - 63^\circ$ gebruik.

Onthou: Supplementêr tel op tot 180° ; KOMPLEMENTÊR tel op tot 90° . Om die twee te verwar is die gewone fout, en hier sou die komplement 27° wees.

M2 — Antwoord: A

Stap 1 — Die hoeke van enige driehoek tel op tot 180° .

Stap 2 — 'n Gelyksydige driehoek het drie gelyke hoeke.

Stap 3 — $180^\circ \div 3 = 60^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** 45° hoort by 'n gelykbenige reghoekige driehoek.
- **C** 90° sou net 90° vir die ander twee laat.
- **D** 30° gee 'n totaal van 90° , nie 180° nie.

Onthou: Gelyke sye beteken gelyke hoeke. Drie van hulle wat 180° deel kan net 60° elk wees.

M3 — Antwoord: D

Stap 1 — Oppervlakte van gelykvormige figure skaal met die KWADRAAT van die lineêre faktor.

Stap 2 — Lineêr $3 : 4$ gee oppervlakte $9 : 16$.

Stap 3 — $27 \times \frac{16}{9} = 48 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die lineêre faktor $\frac{4}{3}$ op die oppervlakte toegepas: $27 \times \frac{4}{3}$.
- **B** met iets tussen die twee geskaal.
- **C** die kleiner oppervlakte verdubbel.

Onthou: Lengtes skaal met k , oppervlaktes met k^2 , volumes met k^3 . Om die lineêre faktor op 'n oppervlakte toe te pas is verreweg die algemeenste gelykvormigheidsfout.

M4 — Antwoord: B

Stap 1 — 'n Vierkant se omtrek is $4 \times$ sy, dus is die sy $40 \div 4 = 10 \text{ cm}$.

Stap 2 — Oppervlakte is sy gekwadreer.

Stap 3 — $10^2 = 100 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die omtrek as die oppervlakte gerapporteer.
- **C** 'n sy van 12 gebruik, of opgetel eerder as gekwadreer.
- **D** 8×10 gebruik.

Onthou: Vind eers die SY, kwadreer dit dan. Omtrek en oppervlakte is nooit onderling verwisselbaar nie, en hulle eenhede verskil.

M5 — Antwoord: A

Stap 1 — Oppervlakte van 'n sirkel is πr^2 .

Stap 2 — $r = 4$, dus $r^2 = 16$.

Stap 3 — Oppervlakte = $16\pi \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $2\pi r$ gebruik — dit is die OMTREK.
- **C** πr gebruik en niks gekwadreer nie.
- **D** $2\pi r^2$ gebruik.

Onthou: πr^2 vir oppervlakte, $2\pi r$ vir omtrek. Die gekwadreerde een is die oppervlakte, want oppervlakte word in gekwadreerde eenhede gemeet.

M6 — Antwoord: D

Stap 1 — Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$.

Stap 2 — $c^2 = 25 + 144 = 169$.

Stap 3 — $c = 13 \text{ cm}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die langer regsy herhaal.
- **B** die regsye opgetel en 2 afgetrek.
- **C** iets gemiddeld in plaas van Pythagoras gebruik.

Onthou: 5-12-13 is 'n Pythagoras-drietal wat die moeite werd is om te memoriseer, saam met 3-4-5 en 8-15-17. Die skuinssy is altyd die langste sy.

M7 — Antwoord: B

Stap 1 — 'n Kubus het 6 identiese vierkantige vlakke.

Stap 2 — Elke vlak is $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$.

Stap 3 — Totaal = $6 \times 9 = 54 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $3^3 = 27$ is die VOLUME.
- **C** 4 vlakke gebruik in plaas van 6.
- **D** 9 vlakke gebruik.

Onthou: Oppervlakte tel al SES vlakke; volume is s^3 . Kyk na die eenhede: cm^2 beteken oppervlakte, cm^3 beteken volume.

M8 — Antwoord: C

Stap 1 — Afstand = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Stap 2 — = $\sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}$.

Stap 3 — = $\sqrt{25} = 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die koördinate afgetrek sonder om te kwadreer.
- **B** net die horisontale verskil gebruik.
- **D** net die vertikale verskil gebruik.

Onthou: Dit is Pythagoras op die verskille. Let op die dubbele negatief: $2 - (-1) = 3$, nie 1 nie.

M9 — Antwoord: B

Stap 1 — Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die SOM van die twee nie-aangrensende binnehoeke.

Stap 2 — Dus is 110° gelyk aan 40° plus die ander hoek.

Stap 3 — Ander = $110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $180^\circ - 110^\circ - 10^\circ$ of iets soortgelyks gebruik.
- **C** êrens bygetel in plaas van afgetrek.
- **D** $90^\circ - 40^\circ$ gebruik.

Onthou: Buitehoek = som van die twee teenoorstaande binnehoeke. Daardie een feit vervang twee stappe se hoekjagtery.

M10 — Antwoord: D

Stap 1 — Ko-binnehoeke tussen ewewydige lyne is SUPPLEMENTÊR.

Stap 2 — $(4x + 5) + (5x - 5) = 180$.

Stap 3 — $9x = 180$, dus $x = 20$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die twee hoeke eerder gelyk aan mekaar gestel.
- **B** $9x = 162$ opgelos.
- **C** 90° in plaas van 180° gebruik.

Onthou: Ko-binnehoeke (verbonde hoeke) TEL OP tot 180° . Verwisselende en ooreenkomstige hoeke is dié wat gelyk is.

M11 — Antwoord: A

Stap 1 — 'n Sektor is 'n breuk van die sirkel: $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$.

Stap 2 — Die volle oppervlakte is $\pi r^2 = 100\pi$.

Stap 3 — $\frac{1}{5} \times 100\pi = 20\pi \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\frac{72}{360}$ van 'n omtrek-tipe formule gebruik.
- **C** deur 10 gedeel in plaas van 5.
- **D** 'n kwart van die sirkel gebruik.

Onthou: Sektoroppervlakte is $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$. Werk eers die breuk uit — 72° is presies een vyfde.

M12 — Antwoord: C

Stap 1 — Volume van 'n silinder is $\pi r^2 h$.

Stap 2 — $r^2 = 16$, $h = 5$.

Stap 3 — $16 \times 5 = 80$, dus $V = 80\pi \text{ cm}^3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\pi r h$ gebruik en vergeet om te kwadreer.
- **B** $2\pi r h$ gebruik — die geboë oppervlakte.
- **D** $r = 3$ gebruik of verkeerd vermenigvuldig.

Onthou: Volume van enige prisma of silinder is die basis-OPPERVLAKTE maal die hoogte. Vir 'n silinder is die basisoppervlakte πr^2 .

M13 — Antwoord: D

Stap 1 — Pas ooreenstemmende sye: 4 stem ooreen met 8, en 5 met 10.

Stap 2 — Die skaalfaktor is dus 2.

Stap 3 — $x = 3 \times 2 = 6$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 'n sy uit die ander driehoek gekopieer.
- **B** die ongeskaalde 4 gebruik.
- **C** die ongeskaalde 5 gebruik.

Onthou: Vind die skaalfaktor uit 'n paar wat jy kan sien, pas dit dan toe. Toets dit teen 'n tweede paar voordat jy dit gebruik — hier gee albei 2.

M14 — Antwoord: A

Stap 1 — 'n Ruit se oppervlakte is die helfte van die produk van sy diagonale.

Stap 2 — $\frac{1}{2} \times 12 \times 16$.

Stap 3 — $= 96 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** 'n kwart in plaas van 'n helfte gebruik.
- **C** 12×12 gebruik.
- **D** die diagonale vermenigvuldig sonder om te halveer.

Onthou: $\frac{1}{2}d_1d_2$ werk vir enige vierhoek waarvan die diagonale mekaar loodreg sny — ruit, vierkant, vlieër.

M15 — Antwoord: C

Stap 1 — Pythagoras met gelyke regsye: $c^2 = 7^2 + 7^2 = 98$.

Stap 2 — $c = \sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2}$.

Stap 3 — $= 7\sqrt{2}$ cm.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die regsye, nie die skuinssy nie.
- **B** $7\sqrt{3}$ hoort by 'n 30-60-90-driehoek.
- **D** die regsye opgetel.

Onthou: In 'n 45-45-90-driehoek is die skuinssy altyd $\sqrt{2}$ maal 'n regsye. Om die driehoek te herken spaar die hele berekening.

M16 — Antwoord: B

Stap 1 — Totale oppervlakte van 'n silinder: twee sirkels plus die geboë kant.

Stap 2 — $2\pi r^2 = 2\pi(9) = 18\pi$, en $2\pi rh = 2\pi(3)(10) = 60\pi$.

Stap 3 — $18\pi + 60\pi = 78\pi$ cm².

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net die twee ente.
- **C** net die geboë oppervlakte.
- **D** een ent en die helfte van die geboë oppervlakte gebruik.

Onthou: TOTALE oppervlakte verg albei ente ÉN die geboë kant: $2\pi r^2 + 2\pi rh$. As die vraag 'geboë' of 'oop' sê, laat die ente uit.

M17 — Antwoord: C

Stap 1 — Die middelpunt neem die gemiddeld van die koördinate.

Stap 2 — $x = \frac{3 + (-7)}{2} = \frac{-4}{2} = -2.$

Stap 3 — $y = \frac{-4 + 8}{2} = \frac{4}{2} = 2$, wat $(-2, 2)$ gee.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die tekens van albei koördinate omgeruil.
- **B** die koördinate afgetrek in plaas van gemiddeld geneem.
- **D** elke koördinaat met homself gemiddeld geneem.

Onthou: Middelpunt TEL OP en halveer; afstand en gradiënt TREK AF. Om die twee te meng is wat hier $(2, -2)$ oplewer.

M18 — Antwoord: D

Stap 1 — Die binnehoeke van 'n n -sydige veelhoek tel op tot $(n - 2) \times 180^\circ$.

Stap 2 — Vir 'n seshoek: $4 \times 180^\circ = 720^\circ$.

Stap 3 — Reëlmatig beteken almal gelyk: $720^\circ \div 6 = 120^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 60° is die BUITEHOEK van 'n reëlmatige seshoek.
- **B** 150° hoort by 'n reëlmatige 12-hoek.
- **C** 135° hoort by 'n reëlmatige agthoek.

Onthou: Binnehoeke + buitehoeke = 180° by elke hoekpunt, en die buitehoeke van enige veelhoek tel op tot 360° . Dus $360 \div 6 = 60$, en $180 - 60 = 120$.

M19 — Antwoord: A

Stap 1 — Booglengte is 'n breuk van die omtrek: $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$.

Stap 2 — Omtrek $= 2\pi(10) = 20\pi$.

Stap 3 — $\frac{1}{4} \times 20\pi = 5\pi$ cm.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\frac{90}{360}$ van 16π gebruik.
- **C** 'n agtste van die omtrek geneem.
- **D** die helfte geneem.

Onthou: Booglengte gebruik die OMTREK $2\pi r$; sektoroppervlakte gebruik die OPPERVLAKE πr^2 . Dieselfde breuk, ander formule.

M20 — Antwoord: B

Stap 1 — Volume van 'n reghoekige prisma is lengte $\times$ breedte $\times$ hoogte.

Stap 2 — $5 \times 3 \times 9$.

Stap 3 — $= 135$ cm³.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net twee van die drie afmetings vermenigvuldig.
- **C** $5 \times 3 \times 8$ gebruik.
- **D** $5 \times 2 \times 9$ gebruik.

Onthou: Vermenigvuldig al drie afmetings. As die antwoord in cm³ is, moes drie lengtes vermenigvuldig gewees het.

M21 — Antwoord: A

Stap 1 — Gradiënt $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Stap 2 — $= \frac{-1 - 3}{3 - (-1)} = \frac{-4}{4}$.

Stap 3 — $= -1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die minusteken verloor.
- **C** $\frac{-4}{2}$ gebruik.
- **D** omgekeer en die teken laat val.

Onthou: Hou die punte in dieselfde volgorde bo en onder. Die dubbele negatief onder, $3 - (-1) = 4$, is waar dit gewoonlik skeefloop.

M22 — Antwoord: C

Stap 1 — 'n Raaklyn ontmoet die radius by 90° , dus vorm die radius, die raaklyn en die lyn na die middelpunt 'n reghoekige driehoek.

Stap 2 — Die 17 cm-lyn na die middelpunt is die skuinssy.

Stap 3 — $t = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $17 - 8$ gebruik.
- **B** die 8-15-17-drietal gebruik maar die verkeerde lid gekies.
- **D** die skuinssy herhaal.

Onthou: Raaklyn $\perp$ radius is wat hierdie 'n reghoekige-driehoek-vraag maak. Die afstand na die MIDDELPUNT is altyd die skuinssy, dus trek jy af.

M23 — Antwoord: B

Stap 1 — Pythagoras: $c^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$.

Stap 2 — $c = \sqrt{289}$.

Stap 3 — $= 17$ cm.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\sqrt{289}$ afgerond.
- **C** die gemiddeld van die twee regsye geneem.
- **D** die regsye opgetel en 4 afgetrek.

Onthou: 8-15-17 is die derde algemene Pythagoras-drietal. Die skuinssy moet albei regsye oorskry maar minder as hulle som wees.

M24 — Antwoord: D

Stap 1 — Oppervlakte van 'n trapesium: $\frac{1}{2}(a + b)h$ — die gemiddeld van die ewewydige sye, maal die hoogte.

Stap 2 — $\frac{1}{2}(6 + 10)(4) = \frac{1}{2}(16)(4)$.

Stap 3 — $= 32$ cm².

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\frac{1}{2}(6 + 10)$ gebruik en gestop.
- **B** net die korter ewewydige sy gebruik.
- **C** die sye gemiddeld geneem maar 'n hoogte van 3.5 gebruik.

Onthou: Tel die ewewydige sye op, halveer, vermenigvuldig met die hoogte. Die hoogte is die LOODREGTE afstand, nooit 'n skuins sy nie.

M25 — Antwoord: C

Stap 1 — Volumes van gelykvormige liggame skaal met die KUBUS van die lineêre faktor.

Stap 2 — Lineêr 4 : 1 gee volume 64 : 1.

Stap 3 — $3 \times 64 = 192 \text{ cm}^3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die lineêre faktor 4 direk gebruik.
- **B** die OPPERVLAKE-faktor 16 gebruik.
- **D** die skaalfaktor 4^3 gerapporteer in plaas van die volume.

Onthou: k vir lengtes, k^2 vir oppervlaktes, k^3 vir volumes. 'n Faktor van 4 vermenigvuldig volume met 64, nie met 4 nie.

M26 — Antwoord: A

Stap 1 — Die hoek by die middelpunt is twee keer die hoek by die omtrek op dieselfde boog.

Stap 2 — Dus is 100° twee keer die omtrekshoek.

Stap 3 — Omtrekshoek = 50° .

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die middelpunthoek gekopieer.
- **C** gekwarteer in plaas van gehalveer.
- **D** verdubbel in plaas van gehalveer.

Onthou: Middelpunthoek = $2 \times$ omtrekshoek, op DIESELFDE boog. Om van die middelpunt na die omtrek te gaan beteken halveer.

M27 — Antwoord: D

Stap 1 — Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is supplementêr.

Stap 2 — $180^\circ - 110^\circ$.

Stap 3 — $= 70^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $170^\circ - 110^\circ$ gebruik.
- **B** $190^\circ - 110^\circ$ gebruik.
- **C** aanvaar teenoorstaande hoeke is GELYK — dit is 'n parallelogram.

Onthou: In 'n koordevierhoek TEL teenoorstaande hoeke OP tot 180° . In 'n parallelogram is hulle gelyk. Die twee is maklik om te verwar en gee verskillende antwoorde.

M28 — Antwoord: B

Stap 1 — Die loodlyn vanaf die middelpunt HALVEER die koord, dus is die halwe koord 12 cm.

Stap 2 — Dit gee 'n reghoekige driehoek met skuinssy 13 (die radius) en een regsy 12.

Stap 3 — $d = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die volle koord van 24 êrens gebruik, of die 8-15-17-drietal.
- **C** 'n halwe koord van 11 gebruik.
- **D** $\sqrt{169 - 133}$ gebruik.

Onthou: Halveer die koord eerste — dit is wat die reghoekige driehoek maak. Om te vergeet om te halveer is die fout waarom hierdie vraag gebou is.

M29 — Antwoord: C

Stap 1 — Ewewydige lyne het gelyke gradiënte, dus $m = 3$.

Stap 2 — Vervang $(2, 1)$ in $y = 3x + c$: $1 = 6 + c$.

Stap 3 — $c = -5$, dus $y = 3x - 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $1 = 6 + c$ as $c = +5$ opgelos.
- **B** die y -koördinaat as die afsnit gebruik.
- **D** die gradiënt verander.

Onthou: Ewewydig beteken DIESELFDE gradiënt. Daarna is een punt al wat jy nodig het om c te vind — vervang en los op.

M30 — Antwoord: A

Stap 1 — Volume van 'n keël is $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Stap 2 — $r^2 = 36$, dus $\pi r^2 h = 36 \times 7 \times \pi = 252\pi$.

Stap 3 — $\frac{1}{3} \times 252\pi = 84\pi \text{ cm}^3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $\frac{1}{2}$ in plaas van $\frac{1}{3}$ gebruik.
- **C** deur 6 gedeel.
- **D** die $\frac{1}{3}$ vergeet — dit is die SILINDER met dieselfde afmetings.

Onthou: 'n Keël is presies een derde van die silinder wat dit bevat. Om die $\frac{1}{3}$ te vergeet gee 'n antwoord wat drie keer te groot is.

Hoofstuk 6 — Datahantering en Waarskynlikheid

Datahantering en Waarskynlikheid is een van die afdelings in die NBT met die minste berekening, en tog het dit een van die hoogste koerse van vermybare foute. Die rede is dat studente die woordeskat ken maar nie die presiese definisies nie. Die mediaan is nie die middelste waarde van die data nie — dit is die middelste waarde van die **gesorteerde** data. Die IKO is nie sommeer enige maatstaf van verspreiding nie — dit is spesifiek $Q_3 - Q_1$. Waarskynlikheidsvrae is gewoonlik kort, maar hulle onderskei noukeurig tussen wedersyds uitsluitende gebeurtenisse, onafhanklike gebeurtenisse en voorwaardelike gebeurtenisse. Bemeester hierdie onderskeidings en hierdie hoofstuk word gratis punte.

Onderwerpe gedek: gemiddeld · mediaan · modus · gegroepeerde data · omvang · IKO · vyfgetal-opsomming · box-en-snor-diagramme · histogramme · ogiewe · spreidiagramme · standaardafwyking · basiese waarskynlikheid · komplementêre gebeurtenisse · wedersyds uitsluitende en onafhanklike gebeurtenisse · optel- en vermenigvuldigingsreëls · voorwaardelike waarskynlikheid · boomdiagramme · gebeurlikheidstabelle · fundamentele telbeginsel · permutasies · kombinasies · Venn-diagramme

Afdeling 6.1 — Maatstawwe van Sentrale Neiging

Die drie maatstawwe van die middelpunt sê elkeen iets anders vir jou. Die **gemiddeld** is sensitief vir elke waarde — een uiterste uitskieter kan dit ver weg van die grootste deel van die data trek. Die **mediaan** is bestand teen uitskieters omdat dit slegs van posisie afhang, nie van die werklike grootte van uiterste waardes nie. Die **modus** is die enigste maatstaf wat vir nie-numeriese (kategorieëse) data gebruik kan word. In gegroepeerde data kan jy die gemiddeld slegs met middelpunte skat; die presiese gemiddeld kan nie uit 'n frekwensietabel herwin word nie.

Q1 — Basies**Onderwerp:** Gemiddeld uit rou dataBereken die gemiddeld van die datastel $\{4, 7, 3, 9, 2, 5\}$.

- A) 5
 - B) 4.5
 - C) 6
 - D) 3.5
-

Q2 — Basies**Onderwerp:** Mediaan uit 'n datastel met 'n onewe aantal waardesVind die mediaan van $\{3, 7, 2, 9, 5, 1, 8\}$.

- A) 3
 - B) 7
 - C) 5
 - D) 6
-

Q3 — Basies**Onderwerp:** Modus van 'n datastelWat is die modus van $\{4, 2, 7, 4, 9, 2, 2, 7\}$?

- A) 4
 - B) 2
 - C) 7
 - D) 4 en 2
-

Q4 — Intermediêr

Onderwerp: Uitwerking van 'n uitskieter op die gemiddeld teenoor die mediaan

Die datastel $\{5, 5, 6, 7, 7\}$ het gemiddeld = 6 en mediaan = 6. Die waarde 50 word by die stel gevoeg. Watter stelling is korrek?

- A) Beide die gemiddeld en die mediaan bly onveranderd
- B) Slegs die mediaan neem beduidend toe
- C) Albei neem met dieselfde bedrag toe
- D) Die gemiddeld neem meer toe as die mediaan

Q5 — Gevorderd

Onderwerp: Geskatte gemiddeld uit 'n gegroepeerde frekwensietabel

Klasinterval	Middelpunt (x)	Frekwensie (f)
$[0; 10)$	5	4
$[10; 20)$	15	6
$[20; 30)$	25	5
$[30; 40)$	35	5

Wat is die geskatte gemiddeld van hierdie data?

- A) 20.5
- B) 22
- C) 19.5
- D) 21

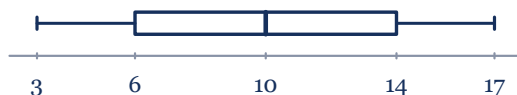
Afdeling 6.2 — Maatstawwe van Verspreiding

Die omvang is maklik om te bereken maar broos — een uiterste waarde verander dit heeltemal. Die IKO is meer robuust omdat dit op die middelste 50 % van die data fokus. Die vyfgetal-opsomming (minimum, Q_1 , mediaan, Q_3 , maksimum) gee 'n kompakte beskrywing van die hele verdeling en word grafies as 'n box-en-snor-diagram vertoon. Die buitenste heinings $Q_1 - 1.5 \times \text{IKO}$ en $Q_3 + 1.5 \times \text{IKO}$ bepaal die grense vir uitskieters.

Q6 — Basies**Onderwerp:** Omvang

Bereken die omvang van $\{12, 7, 19, 4, 23, 11\}$.

- A) 12
 - B) 19
 - C) 17
 - D) 15
-

Q7 — Basies**Onderwerp:** Interkwartiele omvang

Die gesorteerde datastel is $\{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$. Bereken die IKO.

- A) 14
 - B) 6
 - C) 8
 - D) 10
-

Q8 — Intermediêr**Onderwerp:** Vyfgetal-opsomming

Bepaal die vyfgetal-opsomming van die gesorteerde datastel:

2, 5, 7, 8, 10, 12, 15, 18, 20, 25

- A) $\text{Min} = 2, Q_1 = 7.5, \text{Med} = 11, Q_3 = 16.5, \text{Maks} = 25$
 - B) $\text{Min} = 2, Q_1 = 8, \text{Med} = 11, Q_3 = 15, \text{Maks} = 25$
 - C) $\text{Min} = 2, Q_1 = 6, \text{Med} = 11, Q_3 = 18, \text{Maks} = 25$
 - D) $\text{Min} = 2, Q_1 = 7, \text{Med} = 11, Q_3 = 18, \text{Maks} = 25$
-

Q9 — Intermediêr**Onderwerp:** Box-en-snor-diagram — interpretasie van die IKO

'n Box-en-snor-diagram word vir 'n datastel geteken. Watter persentasie van die datawaardes lê tussen Q_1 en Q_3 (binne die boks)?

- A) 50 %
 - B) 25 %
 - C) 75 %
 - D) 100 %
-

Q10 — Intermediêr**Onderwerp:** Grens vir uitskieters (buitenste heining)

'n Datastel het $Q_1 = 8$ en $Q_3 = 20$. Is die waarde 40 'n uitskieter volgens die reël boonste heining = $Q_3 + 1.5 \times \text{IKO}$?

- A) $\text{IKO} = 12$, en 40 is nie 'n uitskieter nie
 - B) $\text{IKO} = 12$, en 40 is 'n uitskieter
 - C) $\text{IKO} = 14$, en 40 is nie 'n uitskieter nie
 - D) $\text{IKO} = 10$, en 40 is 'n uitskieter
-

Afdeling 6.3 — Datavoorstelling

Histogramme, ogiewe en spreidiagramme is die drie grafiese voorstellings wat die waarskynlikste in NBT-datavrae verskyn. 'n Histogram wys die vorm van 'n verdeling; 'n ogief (kumulatiewefrekwensiekromme) laat jou toe om mediane en persentiele te skat; 'n spreidiagram wys die verband (korrelasie) tussen twee veranderlikes.

Q11 — Basies

Onderwerp: Vorm van 'n verdeling uit 'n frekwensietabel

'n Datastel word in die tabel hieronder opgesom:

Klas	Frekwensie
$[0; 10)$	3
$[10; 20)$	8
$[20; 30)$	12
$[30; 40)$	9
$[40; 50)$	4

Die verdeling word die beste beskryf as:

- A) Positief skeef
 - B) Uniform
 - C) Ongeveer simmetries
 - D) Negatief skeef
-

Q12 — Intermediêr

Onderwerp: Om die mediaan uit 'n kumulatiewefrekwensietabel te skat

Bogrens van klas	Kumulatiewe frekwensie
20	5
40	15
60	30
80	42
100	50

Die totale aantal waardes is 50. Skat die mediaan.

- A) 40
 - B) 50
 - C) 45
 - D) 53
-

Q13 — Basies

Onderwerp: Om korrelasie uit 'n spreidiagram te beskryf

'n Spreidiagram wys datapunte sonder enige waarneembare patroon — die punte is lukraak oor die hele grafiek versprei. Dit dui op:

- A) Geen korrelasie
 - B) Sterk positiewe korrelasie
 - C) Swak negatiewe korrelasie
 - D) Volmaakte positiewe korrelasie
-

Q14 — Intermediêr**Onderwerp:** Gradiënt van 'n lyn van beste passing

'n Lyn van beste passing gaan deur die punte (0, 4) en (10, 14). Wat is die gradiënt van hierdie lyn?

- A) 0.5
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 1.5
-

Q15 — Gevorderd**Onderwerp:** Uitwerking van 'n transformasie op die standaardafwyking

'n Datastel het standaardafwyking σ . Watter transformasie verander σ ?

- A) Om 5 by elke waarde te tel
 - B) Om 3 van elke waarde af te trek
 - C) Om elke waarde met 2 te vermenigvuldig
 - D) Om 5 by die gemiddeld te tel maar al die waardes onveranderd te laat
-

Afdeling 6.4 — Basiese Waarskynlikheid

Die waarskynlikheid van gebeurtenis A is $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, waar $n(A)$ die aantal uitkomst in A is en $n(S)$ die totale aantal ewe waarskynlike uitkomst in die steekproefruimte S is.

Waarskynlikheidswaardes lê altyd in $[0, 1]$.

Waarom die ander verkeerd is: A en B skuif elke waarde met dieselfde bedrag, dus beweeg die gemiddelde saam en die gapings tussen die waardes bly onveranderd. **D** verander niks aan die data nie — die spreiding word uit die waardes bereken, nie uit die gemiddelde nie.

Q16 — Basies**Onderwerp:** Waarskynlikheid uit 'n steekproefruimte

'n Regverdige dobbelsteen word een keer gegooi. Wat is die waarskynlikheid om 'n ewe getal te gooi?

- A) $\frac{1}{3}$
 - B) $\frac{1}{6}$
 - C) $\frac{2}{3}$
 - D) $\frac{1}{2}$
-

Q17 — Basies**Onderwerp:** Komplementêre gebeurtenisse

As $P(A) = 0.3$, wat is $P(A')$?

- A) 0.7
 - B) 0.3
 - C) 0.4
 - D) 1.3
-

Q18 — Intermediêr**Onderwerp:** Waarskynlikheid van 'n saamgestelde gebeurtenis

'n Kaart word lukraak uit 'n standaardpak van 52 kaarte getrek. Wat is die waarskynlikheid om 'n rooi heer te trek?

- A) $\frac{1}{52}$
 - B) $\frac{1}{26}$
 - C) $\frac{1}{13}$
 - D) $\frac{2}{13}$
-

Q19 — Intermediêr**Onderwerp:** Wedersyds uitsluitende gebeurtenisse — optelreël

Gebeurtenisse A en B is wedersyds uitsluitend met $P(A) = 0.25$ en $P(B) = 0.35$. Vind $P(A \text{ or } B)$.

- A) 0.0875
 - B) 0.25
 - C) 0.60
 - D) 1.0
-

Q20 — Intermediêr**Onderwerp:** Inklusiewe (nie-wedersyds-uitsluitende) gebeurtenisse — optelreël

Gebeurtenisse A en B is nie wedersyds uitsluitend nie. $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.1$. Vind $P(A \cup B)$.

- A) 0.7
 - B) 0.12
 - C) 0.1
 - D) 0.6
-

Q21 — Intermediêr**Onderwerp:** Onafhanklike gebeurtenisse — vermenigvuldigingsreël

Gebeurtenisse A en B is onafhanklik met $P(A) = 0.4$ en $P(B) = 0.5$. Vind $P(A \cap B)$.

- A) 0.2
 - B) 0.9
 - C) 0.45
 - D) 0.5
-

Afdeling 6.5 — Voorwaardelike Waarskynlikheid, Boomdiagramme en Gebeurlikheidstabelle

Wanneer gebeurtenisse nie onafhanklik is nie, hang die waarskynlikheid van die tweede gebeurtenis af van wat eerste gebeur het. Voorwaardelike waarskynlikheid vang dit vas: $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$. Boomdiagramme wys meerstadium-eksperimente visueel; die waarskynlikheid langs elke tak is 'n voorwaardelike waarskynlikheid. Tweerigtingtabelle (gebeurlikheidstabelle) organiseer tellings vir twee kategorieë veranderlikes en laat voorwaardelike waarskynlikhede toe om direk afgelees te word.

Q22 — Intermediêr

Onderwerp: Afhanklike gebeurtenisse — trekking sonder terugplasing

'n Sak bevat 3 rooi, 4 blou en 5 groen balle (12 altesaam). Twee balle word sonder terugplasing getrek. Wat is die waarskynlikheid dat albei rooi is?

- A) $\frac{1}{16}$
 - B) $\frac{1}{22}$
 - C) $\frac{1}{44}$
 - D) $\frac{1}{12}$
-

Q23 — Gevorderd

Onderwerp: Formule vir voorwaardelike waarskynlikheid

$P(A \cap B) = 0.12$ en $P(A) = 0.4$. Bereken $P(B | A)$.

- A) 0.048
 - B) 0.52
 - C) 0.3
 - D) 0.12
-

Q24 — Intermediêr

Onderwerp: Tweerigtinggebeurlikheidstabel — waarskynlikheid aflees

Die tabel hieronder wys data vir 100 studente:

	Speel sport	Speel nie sport nie
Studeer wiskunde	30	20
Studeer nie wiskunde nie	15	35

Wat is die waarskynlikheid dat 'n lukraak gekose student sport speel?

- A) 0.30
 - B) 0.55
 - C) 0.35
 - D) 0.45
-

Q25 — Gevorderd

Onderwerp: Voorwaardelike waarskynlikheid uit 'n gebeurlikheidstabel

Gebruik dieselfde tabel as in Q24: wat is $P(\text{neem wiskunde} \mid \text{speel sport})$?

- A) $\frac{2}{3}$
 - B) $\frac{3}{10}$
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) $\frac{3}{5}$
-

Q26 — Gevorderd

Onderwerp: Afhanklike gebeurtenisse — $P(A \text{ en } B)$ met voorwaardelike waarskynlikheid

'n Sak bevat 4 wit en 6 swart balle. Twee balle word een ná die ander sonder terugplasing getrek. Wat is die waarskynlikheid dat die eerste wit en die tweede swart is?

- A) $\frac{6}{25}$
 - B) $\frac{4}{15}$
 - C) $\frac{3}{10}$
 - D) $\frac{2}{9}$
-

Afdeling 6.6 — Telbeginsel, Permutasies en Kombinasies

Die **Fundamentele Telbeginsel**: as taak 1 op m maniere gedoen kan word en taak 2 op n maniere, dan kan albei op $m \times n$ maniere gedoen word. Wanneer volgorde saak maak, gebruik permutasies:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}. \text{ Wanneer volgorde nie saak maak nie, gebruik kombinasies: } C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

Q27 — Basies

Onderwerp: Fundamentele telbeginsel

'n Student kan kies uit 3 hemde, 4 broeke en 2 pare skoene. Hoeveel verskillende uitrustings is moontlik?

- A) 9
 - B) 16
 - C) 24
 - D) 48
-

Q28 — Intermediêr

Onderwerp: Permutasies — rangskikkings van verskillende voorwerpe

Op hoeveel maniere kan 5 verskillende boeke in 'n ry op 'n rak gerangskik word?

- A) 25
 - B) 60
 - C) 100
 - D) 120
-

Q29 — Intermediêr

Onderwerp: Permutasies — kies en rangskik r uit n

Hoeveel verskillende 3-letter-rangskikkings (geen herhaling nie) kan uit die letters van die woord MATHS gevorm word?

- A) 60
 - B) 10
 - C) 120
 - D) 20
-

Q30 — Intermediêr

Onderwerp: Kombinasies

Op hoeveel maniere kan 'n komitee van 3 studente uit 'n groep van 8 gekies word (volgorde maak nie saak nie)?

- A) 336
 - B) 56
 - C) 24
 - D) 168
-

Afdeling 6.7 — Venn-diagramme en Gevorderde Waarskynlikheid

Venn-diagramme stel gebeurtenisse as oorvleuelende sirkels binne 'n reghoek (die steekproefruimte) voor. Die oorvleuelingsgebied is $A \cap B$; die gesamentlike gearseerde gebied is $A \cup B$. Die gebied buite albei sirkels is $(A \cup B)'$.

Q31 — Intermediêr

Onderwerp: Vereniging van twee gebeurtenisse — Venn-diagram

Vir gebeurtenisse A en B : $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.2$. Vind $P(A \cup B)$.

- A) 0.8
 - B) 0.9
 - C) 0.7
 - D) 0.5
-

Q32 — Intermediêr

Onderwerp: Gebied in 'n Venn-diagram — slegs A

Gebruik dieselfde waardes as in Q31 en vind die waarskynlikheid dat A plaasvind maar B nie.

- A) 0.2
 - B) 0.4
 - C) 0.5
 - D) 0.3
-

Q33 — Gevorderd

Onderwerp: "Ten minste een"-waarskynlikheid — komplementmetode

Gebeurtenisse A en B is onafhanklik met $P(A) = 0.6$ en $P(B) = 0.5$. Vind die waarskynlikheid dat ten minste een van A of B plaasvind.

- A) 0.8
- B) 0.7
- C) 0.3
- D) 0.6

Q34 — Intermediêr**Onderwerp:** Venn-diagram — nie een van die twee gebeurtenisse nie

In 'n klas van 30 leerders: 18 speel sokker, 12 speel hokkie, en 5 speel albei. Hoeveel leerders speel nie een van die twee sportsoorte nie?

- A) 7
 - B) 5
 - C) 3
 - D) 10
-

Q35 — Gevorderd**Onderwerp:** Waarskynlikheid van 'n som wanneer twee dobbelstene gegooi word

Twee regverdige dobbelstene word gegooi. Wat is die waarskynlikheid dat die som van die twee getalle 7 is?

- A) $\frac{1}{12}$
 - B) $\frac{1}{9}$
 - C) $\frac{1}{6}$
 - D) $\frac{7}{36}$
-

Gemengde Oefenvrae — M1 tot M30

Hierdie vrae dek al ses hoofstukke. Geen verduidelikings word gegee nie. Werk deur elkeen met die metodes uit die vroeëre hoofstukke.

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 6.1 — Maatstawwe van Sentrale Neiging

Q1 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Tel alle waardes op.

$$\text{Som} = 4 + 7 + 3 + 9 + 2 + 5 = 30$$

Stap 2 — Deel deur die aantal.

$$\bar{x} = \frac{30}{6} = 5$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 4.5 — algemene fout omdat daar deur 7 in plaas van 6 gedeel is (die aantal waardes, nie die hoogste indeks nie).

C) 6 — volg daaruit dat 'n spookwaarde ingesluit is of dat daar verkeerd getel is.

D) 3.5 — dit is die minimum waarde gedeel deur 1; 'n berekeningskortpad wat verkeerd geloop het.

Onthou: Tel die aantal waardes noukeurig voordat jy deel. Met ses datapunte deel jy deur 6, nie deur enige ander getal nie.

Q2 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Sorteer die data in stygende volgorde.

$$1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$$

Stap 2 — Vind die middelste posisie.

Met $n = 7$ waardes is die mediaan by posisie $\frac{7+1}{2} = 4$. Die 4de waarde is **5**.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 3 — die 3de waarde, nie die middelste een nie.

B) 7 — die 5de waarde; die fout om van die einde af te tel eerder as om die presiese middel te vind.

D) 6 — dit sou die gemiddelde van 7 en 5 wees, wat die gemiddelde van die twee middelste waardes in 'n stel met 'n ewe aantal waardes is. Daar is hier 7 waardes, dus is daar een presiese middelste waarde.

Onthou: Sorteër altyd eers, en vind dan posisie $\frac{n+1}{2}$ vir onewe n . Moet nooit die mediaan van ongesorteerde data vind nie.

Q3 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Tel die frekwensie van elke waarde.

Waarde	Frekwensie
2	3
4	2
7	2
9	1

Stap 2 — Identifiseer die hoogste frekwensie.

Die waarde 2 verskyn 3 keer — meer as enige ander waarde. Die modus is **2**.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 4 — verskyn twee keer, minder as 2.

C) 7 — verskyn ook twee keer.

D) 4 en 2 — 'n datastel is slegs bimodaal wanneer twee waardes die hoogste frekwensie deel. Hier het 2 'n streng hoër frekwensie (3 teenoor 2), dus is daar net een modus.

Onthou: 'n Datastel het slegs 'n unieke modus wanneer een waarde streng meer dikwels as al die ander verskyn. As twee waardes gelykop is vir die meeste voorkomste, is die stel bimodaal.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Bereken die nuwe gemiddeld.

$$\bar{x}_{\text{nuut}} = \frac{5 + 5 + 6 + 7 + 7 + 50}{6} = \frac{80}{6} \approx 13.3$$

Die gemiddeld het van 6 tot omtrent 13.3 gespring — 'n toename van meer as 7 eenhede.

Stap 2 — Vind die nuwe mediaan.

Gesorteerde stel: 5, 5, 6, 7, 7, 50. Met $n = 6$ is die mediaan die gemiddelde van die 3de en 4de waardes:

$$\text{Mediaan}_{\text{nuut}} = \frac{6 + 7}{2} = 6.5$$

Die mediaan het met slegs 0.5 toegeneem — veel minder as die gemiddeld.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) Om 50 by te voeg verander beslis die gemiddeld — dit blaas die som geweldig op.

B) Die mediaan het skaars beweeg (6 tot 6.5); dit is die gemiddeld wat dramaties toegeneem het.

C) Die gemiddeld het met ~ 7.3 toegeneem, die mediaan met 0.5 — heeltemal verskillende bedrae.

Onthou: Die gemiddeld is sensitief vir uitskieters omdat dit elke waarde in sy berekening gebruik. Die mediaan is bestand daarteen omdat slegs die middelste posisie saak maak.

Q5 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Bereken fx vir elke ry.

Klas	x	f	fx
$[0; 10)$	5	4	20
$[10; 20)$	15	6	90
$[20; 30)$	25	5	125
$[30; 40)$	35	5	175
Totaal		20	410

Stap 2 — Deel $\sum fx$ deur $\sum f$.

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{410}{20} = 20.5$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** (22), **D** (21) en **C** (19.5) is elkeen een boekhoudglips daarvandaan — 'n ry wat verkeerd vermenigvuldig is, of 'n verkeerde kolomtotaal. Die tabel gee jou twee kontrolepunte: $\sum f = 20$ moet met die aantal datapunte ooreenstem, en $\sum fx = 410$. Verifieer albei

voordat jy deel.

(Weerstaan ook die versoeking om die vier middelpunte te middel. Dit ignoreer die frekwensies en werk net as elke klas ewe vol is.)

Onthou: Gegroepeerde gemiddeld = $\frac{\sum fx}{\sum f}$ met middelpunte. Dit is 'n **skatting** — die presiese gemiddeld is verloor toe die data gegroepeer is — en die twee kolomtotale is jou enigste verdediging teen glipse.

Afdeling 6.2 — Maatstawwe van Verspreiding

Q6 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

$$\text{Omvang} = \text{maksimum} - \text{minimum} = 23 - 4 = 19$$

Waarom die ander verkeerd is: die data is ongesorteer, en elke verkeerde opsie is 'n leesfout —

- **D** (15) is $19 - 4$: die maksimum is verkeerdelik as 19 geïdentifiseer, en die ware maksimum 23 is verder af in die lys misgekyk.
- **A** (12) is $23 - 11$: die minimum is verkeerdelik as 11 geïdentifiseer (4 kruip in die middel weg).
- **C** (17) is 'n aftrekglyps op die korrekte paar.

Onthou: $\text{Omvang} = \text{maks} - \text{min} = 23 - 4 = 19$. Met ongesorteerde data, *onderstreep* die maks en die min voordat jy aftrek — albei leesfoute hierbo is een oogopslag daarvandaan om te gebeur. En onthou dat die omvang niks sê oor die vorm tussenin nie.

Q7 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Verdeel in 'n onderste en 'n boonste helfte.

Met $n = 8$ waardes, verdeel ná die 4de:

- Onderste helfte: {3, 5, 7, 9}
- Boonste helfte: {11, 13, 15, 17}

Stap 2 — Vind Q_1 en Q_3 .

$$Q_1 = \frac{5 + 7}{2} = 6 \quad Q_3 = \frac{13 + 15}{2} = 14$$

Stap 3 — IKO.

$$\text{IKO} = Q_3 - Q_1 = 14 - 6 = 8$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 14 — dit is Q_3 , nie die IKO nie.

B) 6 — dit is Q_1 , nie die IKO nie.

D) 10 — volg daaruit dat verkeerde kwartielposisies gebruik is (bv. die 2de en 7de waardes).

Onthou: Verdeel die data by die mediaanposisie, en vind dan die mediaan van elke helfte. Vir 'n ewe aantal waardes bevat elke helfte $n/2$ waardes.

Q8 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Min en Maks: 2 en 25.

Mediaan ($n = 10$): middel die 5de en 6de waardes, $\frac{10+12}{2} = 11$.

Verdeel in helftes (die mediaan behoort aan nie een van die twee nie): onderste $\{2, 5, 7, 8, 10\} \rightarrow Q_1 = 7$; boonste $\{12, 15, 18, 20, 25\} \rightarrow Q_3 = 18$

Opsomming: 2, 7, 11, 18, 25

Waarom die ander verkeerd is: al drie stem saam oor Min, Mediaan en Maks — die hele stryd gaan oor **hoe om die helftes te verdeel**.

- **A** middel pare, en gebruik 'n ander kwartielkonvensie. Met vyf waardes per helfte is elke kwartiel 'n enkele datapunt, nooit 'n gemiddelde nie.
- **B** het die kwartielposisies van die verkeerde kante af getel.
- **C** verdeel die onderste helfte verkeerd maar kry Q_3 reg — gemengde konvensies in een antwoord, altyd 'n rooi vlag.

Onthou: Vir 'n ewe n het elke helfte $n/2$ waardes en die kwartiele is hulle mediane. **Skryf albei helftes uit** — kwartielfoute is byna altyd verdelingsfoute.

Q9 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

Per definisie is Q_1 die waarde waaronder 25 % van die data val, en Q_3 die waarde waaronder 75 % val. Daarom bevat die interval $[Q_1, Q_3]$ die middelste $75\% - 25\% = 50\%$ van die data.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 25 % — dit is die proporsie in elke snorsegment (van Min tot Q_1 , of van Q_3 tot Maks).

C) 75 % — dit is die proporsie onder Q_3 , nie tussen die twee kwartiele nie.

D) 100 % — slegs die volle omvang (Min tot Maks) bevat al die data.

Onthou: Die boks in 'n box-en-snor-diagram verteenwoordig altyd 50 % van die data. Elke snor verteenwoordig 25 %.

Q10 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Drie kort reëls:

1. **IKO** = $20 - 8 = 12$
2. **Boonste heining** = $Q_3 + 1.5 \times \text{IKO} = 20 + 18 = 38$
3. **Vergelyk:** $40 > 38$, dus **is** 40 'n uitskieter.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** kry die IKO reg maar draai die finale vergelyking om. Gaan stadiger by die wenstreep.
- **C** (IKO 14) het 8 tot 20 inklusief getel — 'n aftelfout. Die IKO is gewone aftrekking.
- **D** (IKO 10) is 'n rekenglips waarvan die "uitskieter"-uitspraak net **toevallig** reg is — die NBT paar dikwels 'n verkeerde tussenstap met 'n gevolgtrekking wat reg klink.

Onthou: Skryf al drie reëls neer. Elkeen is op sy eie kontroleerbaar, en 'n regte gevolgtrekking uit 'n verkeerde tussenstap verdien steeds niks.

Afdeling 6.3 — Datavoorstelling

Q11 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Die frekwensies styg van 3 tot 'n piek van 12 in die middelste klas $[20; 30)$, en val dan terug tot 4 — 'n ruweg simmetriese klokform. Die stygende en dalende kante is byna spieëlbeelde van mekaar.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) Positief skeef — 'n positief skewe verdeling het 'n lang stert na regs ('n klein piek by lae waardes wat stadig by hoë waardes uitloop). Dit is nie hier die geval nie.

B) Uniform — 'n uniforme verdeling het ruweg gelyke frekwensies oor al die klasse.

D) Negatief skeef — sou naby die hoë kant piek en na links uitloop.

Onthou: Visualiseer die staafhoogtes: as hulle 'n heuwel vorm wat in die databereik gesentreer is, is die verdeling simmetries. 'n Lang stert na regs beteken positiewe skeefheid; 'n lang stert na links beteken negatiewe skeefheid.

Q12 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Mediaanposisie: $\frac{50}{2} =$ die 25ste waarde.

Watter klas hou dit? 15 waardes teen die 40-grens, 30 teen die 60-grens — dus sit die 25ste in $[40; 60)$.

Interpoleer:

$$40 + \frac{25 - 15}{30 - 15} \times 20 = 40 + \frac{10}{15}(20) \approx 53$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (40) is die klas se ondergrens — die interpolasie het nooit begin nie.
- **B** (50) is beide die klasmiddelpunt en 'n eggo van " $n = 50$ " — dubbel geas, en dit slaan die rekenkunde oor.
- **C** (45) het die breuk verknoei. Bou dit in woorde: *hoe ver in hierdie klas se 15 waardes sit die 25ste? Tien uit vyftien.*

Onthou: Vind die klas wat $\frac{n}{2}$ oorspan, en dan: grens + $\frac{\text{waardes wat nog nodig is}}{\text{waardes in die klas}} \times \text{klaswydte}$.

Q13 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

Korrelasie meet die neiging van twee veranderlikes om saam te beweeg. As daar geen patroon is nie — punte lukraak versprei — kan nie een van die veranderlikes die ander voorspel nie. Dit word **geen korrelasie** (of nulkorrelasie) genoem.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) Sterk positiewe korrelasie beteken dat namate x toeneem, y duidelik geneig is om toe te neem — 'n sigbare opwaartse neiging.

C) Swak negatief beteken 'n flou afwaartse neiging is sigbaar.

D) Volmaakte positiewe korrelasie beteken al die punte lê presies op 'n opwaartse reguit lyn.

Onthou: Die sleutelvraag by enige spreidiagram is: "Is daar 'n neiging?" Indien wel, klassifiseer die rigting (positief/negatief) en die sterkte (sterk/swak). As daar geen sigbare neiging is nie, is die antwoord geen korrelasie.

Q14 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{14 - 4}{10 - 0} = \frac{10}{10} = 1$$

Die vergelyking van die lyn is $y = x + 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** (0.5), **D** (1.5) en **C** (2) kom almal daarvan dat een koördinaat verkeerd geles is — die styging of die horisontale verandering is gehalveer, met vyf mis, of verdubbel. Die verdediging is meganies: skryf $\Delta y = 14 - 4 = 10$ en $\Delta x = 10 - 0 = 10$ op afsonderlike reëls voordat jy deel. 'n Gradiënt kom nooit uit een oogopslag na twee punte nie.

Onthou: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10}{10} = 1$: y styg een eenheid per eenheid van x , en die afsnit 4 is die voorspelling by $x = 0$ — dus is die lyn $y = x + 4$. Bereken die twee verskille uitdruklik, elke keer.

Q15 — Gevorderd — Antwoord: C**Verduideliking**

Standaardafwyking meet die verspreiding om die gemiddeld. Om 'n konstante by te tel of af te trek skuif die hele datastel met dieselfde bedrag — die gemiddeld skuif, maar die afstande tussen die waardes bly dieselfde, dus is σ onveranderd.

Om elke waarde met 'n konstante k te vermenigvuldig skaal al die afstande. As die oorspronklike waardes x_i is, is die nuwe waardes kx_i . Die afwykings vanaf die nuwe gemiddeld $(kx_i - k\bar{x}) = k(x_i - \bar{x})$ word almal met k geskaal. Daarom is die nuwe standaardafwyking $|k|\sigma$.

Om met 2 te vermenigvuldig verdubbel σ .

Waarom D verkeerd is: Jy kan nie 'n konstante by die gemiddeld tel sonder om die individuele waardes te verander nie. Die gemiddeld word uit die waardes afgelei, nie onafhanklik gestel nie.

Onthou: Om 'n konstante by te tel of af te trek — geen verandering aan σ nie. Om met 'n konstante k te vermenigvuldig of te deel — σ word met $|k|$ vermenigvuldig.

Afdeling 6.4 — Basiese Waarskynlikheid

Q16 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Steekproefruimte: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, dus $n(S) = 6$.

Ewe getalle: $A = \{2, 4, 6\}$, dus $n(A) = 3$.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\frac{1}{6}$) is die waarskynlikheid van een *spesifieke* vlak — "ewe" laat drie vlakke toe, nie een nie.
- **A** ($\frac{1}{3}$) tel net twee ewe vlakke (2 en 4, met 6 vergeet) — of verdeel die drie kategorieë {onewe, ewe, ...} slordig.
- **C** ($\frac{2}{3}$) vee vier vlakke in "ewe" in — 'n onewe vlak is ingesmokkel. Lys die versameling: $\{2, 4, 6\}$, presies drie.

Onthou: $P = \frac{n(A)}{n(S)}$: skryf die gunstige versameling uit voordat jy dit tel. Vir 'n regverdige dobbelsteen gee drie ewe vlakke uit ses $\frac{1}{2}$ — en dit is uitdruklike lysmaak wat keer dat 3 onder tydsdruk 2 of 4 word.

Q17 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Vir enige gebeurtenis A en sy komplement A' :

$$P(A) + P(A') = 1 \implies P(A') = 1 - 0.3 = 0.7$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (0.3) gee $P(A)$ onveranderd terug — asof 'n gebeurtenis en sy komplement by verstek ewe waarskynlik is. Hulle is slegs gelyk by 0.5.
- **C** (0.4) trek 0.3 twee keer af ($1 - 0.3 - 0.3$) — 'n "verwyder dit van albei kante"-refleks sonder enige reël daaragter.
- **D** (1.3) tel die twee op — maar geen waarskynlikheid kan 1 oorskry nie, wat D selfweerlegend maak sodra jy daarna kyk. Opsies buite $[0, 1]$ is gratis uitskakelings.

Onthou: $P(A) + P(A') = 1$, altyd: komplementêre gebeurtenisse is uitputtend en wedersyds uitsluitend. En kyk eers deur die opsies vir onmoontlike waarskynlikhede — eksaminatore sluit hulle in om studente te beloon wat die grense ken.

Q18 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Daar is 2 rooi here in 'n pak: die hartensheer en die ruitensheer.

$$P(\text{rooi heer}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

- A)** $\frac{1}{52}$ sou die waarskynlikheid van 'n spesifieke enkele kaart wees, bv. slegs die hartensheer.
- C)** $\frac{1}{13}$ is die waarskynlikheid van enige heer (4 here uit 52).
- D)** $\frac{2}{13}$ is die waarskynlikheid van enige rooi heer of enige ander saamgestelde gebeurtenis met 8 gunstige uitkomst.

Onthou: Tel die gunstige uitkomst noukeurig. "Rooi heer" is meer spesifiek as "enige heer" (4 uitkomst) maar minder spesifiek as "hartensheer" (1 uitkomst).

Q19 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Wedersyds uitsluitend beteken A en B kan nie gelyktydig plaasvind nie, dus $P(A \cap B) = 0$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.25 + 0.35 = 0.60$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (0.0875) is 0.25×0.35 — die *produkteël*, wat by onafhanklike gebeurtenisse hoort. Wedersyds uitsluitende gebeurtenisse is die teenoorgestelde van onafhanklik: as die een gebeur, is die ander onmoontlik.
- **B** (0.25) eggo $P(A)$ alleen — die "of" is nooit verwerk nie.
- **D** (1.0) behandel "A of B" asof dit alles dek, maar die twee gebeurtenisse verantwoord slegs 60 % van die waarskynlikheid; die oorblywende 0.40 behoort aan "nie een van die twee nie".

Onthou: Wedersyds uitsluitend $\Rightarrow P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$, niks om af te trek nie — en niks om te vermenigvuldig nie. "Wedersyds uitsluitend" en "onafhanklik" is verskillende (trouens, onversoembare) voorwaardes; bepaal watter een die vraag jou gee voordat jy 'n reël kies.

Q20 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.3 - 0.1 = 0.6$$

Die deursnit word afgetrek omdat daardie uitkomst twee keer getel word as jy $P(A)$ en $P(B)$ bloot optel.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (0.7) tel op sonder om af te trek — slegs geldig vir wedersyds uitsluitende gebeurtenisse, en die vraag gee jou juis 'n nie-nul-oorvleueling sodat hierdie kortpad druipt.
- **B** (0.12) vermenigvuldig 0.4×0.3 — die produkreël vir onafhanklikheid word ingevoer waar niks "onafhanklik" sê nie (en inderdaad $P(A \cap B) = 0.1 \neq 0.12$, dus is hierdie gebeurtenisse *nie* onafhanklik nie).
- **C** (0.1) eggo die deursnit self — 'n bestanddeel wat as die maaltyd poseer.

Onthou: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, altyd; die oorvleueling word twee keer in die som getel, trek dit dus een keer af. Wanneer die deursnit *gegee* word, gebruik dit — sy waarde sê selfs vir jou of die gebeurtenisse onafhanklik is (0.1 teenoor $0.4 \times 0.3 = 0.12$: hulle is nie).

Q21 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Vir onafhanklike gebeurtenisse beïnvloed die voorkoms van die een nie die waarskynlikheid van die ander nie:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.4 \times 0.5 = 0.2$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (0.9) tel die waarskynlikhede op — die vereniging-tipe skuif, en selfs dan slegs korrek vir wedersyds uitsluitende gebeurtenisse. "En"-vrae vermenigvuldig.
- **C** (0.45) middel die twee waarskynlikhede — 'n kompromie sonder enige waarskynlikheidsbetekenis.
- **D** (0.5) eggo $P(B)$ — asof "en" beteken "watter een ook al die grootste is".

Onthou: Onafhanklik: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.2$. Wedersyds uitsluitend: $P(A \cap B) = 0$. Twee heeltemal verskillende voorwaardes — 'n paar gebeurtenisse kan nie albei wees nie (tensy 'n waarskynlikheid 0 is). Vertaal die Engels eers: *en* $\Rightarrow$ deursnit $\Rightarrow$ vermenigvuldig (onder onafhanklikheid); *of* $\Rightarrow$ vereniging $\Rightarrow$ tel op en trek dan af.

Afdeling 6.5 — Voorwaardelike Waarskynlikheid, Boomdiagramme en Gebeurlikheidstabelle

Q22 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

$$P(\text{1ste rooi}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Nadat een rooi bal getrek is, bly 2 rooi balle in 'n sak van 11 oor:

$$P(\text{2de rooi} \mid \text{1ste rooi}) = \frac{2}{11}$$

$$P(\text{albei rooi}) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{11} = \frac{2}{44} = \frac{1}{22}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{1}{16}$) is die antwoord **mét** terugplasing: $\left(\frac{3}{12}\right)^2$ — die sak is nooit ná die eerste trekking bygewerk nie.
- **C** ($\frac{1}{44}$) werk te hard by: $\frac{1}{4} \times \frac{1}{11}$ laat net *een* rooi agter, maar om een uit drie rooies te verwyder laat twee oor.
- **D** ($\frac{1}{12}$) pas by geen konsekwente metode nie — 'n lokvink van aanneemlike grootte. Albei geldige roetes stem saam oor B: opeenvolgend $\frac{1}{4} \times \frac{2}{11} = \frac{1}{22}$, of met kombinasies $\frac{\binom{3}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{3}{66} = \frac{1}{22}$.

Onthou: "Sonder terugplasing" laat *beide* die gunstige telling en die totaal krimp: die teller en die noemer daal elk met een vir die tweede trekking. As jy onseker is, kruiskontroleer met die kombinasieroete — twee metodes wat ooreenstem is bewys teen al vier afleierstyle.

Q23 — Gevorderd — Antwoord: C**Verduideliking**

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.12}{0.4} = 0.3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (0.048) vermenigvuldig 0.12×0.4 — die vermenigvuldigingsreël word gebruik waar die formule deling vra.
- **B** (0.52) tel hulle op $(0.4 + 0.12)$ — geen reël iewers tel 'n deursnit by 'n marginale waarskynlikheid nie.
- **D** (0.12) eggo $P(A \cap B)$ onveranderd — "gegee" is heeltemal geïgnoreer. Voorwaardelikheid moet herskaal: binne die wêreld waarin A gebeur het (wat grootte 0.4 het), beslaan die snit waar B ook gebeur $(0.12) \frac{0.12}{0.4} = 30\%$.

Onthou: $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ — "gegee A " krimp die steekproefruimte tot A , en die deling is daardie krimp. As jou "voorwaardelike" waarskynlikheid gelyk is aan die gewone deursnit, het daar geen voorwaardelikheid werklik plaasgevind nie.

Q24 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Totale aantal studente wat sport speel = $30 + 15 = 45$.

$$P(\text{sport}) = \frac{45}{100} = 0.45$$

Waarom die ander verkeerd is: elkeen is 'n ander stuk van die tabel wat as die antwoord poseer —

- **A** (0.30) is slegs die sel links bo (sportiewe wiskundestudente) — die 15 sportiewe nie-wiskundestudente is laat val.
- **C** (0.35) is die sel regs onder (speel nie een van die twee nie... dit wil sê nie-wiskunde, nie-sport) — heeltemal die verkeerde gebied.
- **B** (0.55) is die *komplement*: die totaal van die "speel nie sport nie"-kolom ($20 + 35$). Regte tegniek, verkeerde kolom.

Onthou: Waarskynlikheid uit 'n tabel = (die tersaaklike kolom of ry se **totaal**) $\div$ (die groottotaal). Tel eers die volle "speel sport"-kolom op ($30 + 15 = 45$), en hou subtotale as noemers vir vrae wat "gegee dat" sê.

Q25 — Gevorderd — Antwoord: A**Verduideliking**

Die voorwaarde "speel sport" beperk ons tot die 45 studente in die sportkolom.

Van daardie 45 studeer presies 30 wiskunde.

$$P(\text{wiskunde} \mid \text{sport}) = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$) deel deur die groottotaal — die "gegee dat" is nooit toegepas nie. Dit bereken $P(\text{wiskunde en sport})$, 'n ander grootheid.
- **D** ($\frac{3}{5} = \frac{30}{50}$) stel die voorwaarde op die verkeerde gebeurtenis: om deur die *wiskundertotaal* te deel gee $P(\text{sport} \mid \text{wiskunde})$ — die omgekeerde voorwaardelike. $P(A \mid B)$ en $P(B \mid A)$ is selde gelyk, en die eksamen bied graag albei aan.
- **C** ($\frac{1}{2}$) is 'n "omtrent die helfte"-raaiskoot wat by geen sel-oor-subtotaal in die tabel pas nie.

Onthou: "Gegee dat X" $\Rightarrow$ noemer = X se subtotaal (hier die 45 sportspelers). Sê die breuk in woorde — "van die 45 wat sport speel, studeer 30 wiskunde" — en die omgekeerde voorwaardelike kan nie insluip nie.

Q26 — Gevorderd — Antwoord: B**Verduideliking**

$$P(\text{1ste wit}) = \frac{4}{10}$$

Nadat een wit bal verwyder is, bly 9 balle oor (3 wit + 6 swart):

$$P(\text{2de swart} \mid \text{1ste wit}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{wit dan swart}) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{6}{25}$) is die weergawe **mét** terugplasing: $\frac{4}{10} \times \frac{6}{10}$ — die tweede noemer het nooit tot 9 gedaal nie.
- **C** ($\frac{3}{10}$) laat die noemer te ver daal ($\frac{4}{10} \times \frac{6}{8}$) — twee balle verwyder ná een trekking.
- **D** ($\frac{2}{9}$) is $\frac{24}{90}$ wat verkeerd vereenvoudig is ($\frac{20}{90}$ -gebied) — 'n uitkansellerings-glips heel aan die einde. Verklein breuke in een versigtige beweging: $\frac{24}{90} = \frac{4}{15}$.

Onthou: Opeenvolgende afhanklike gebeurtenisse: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$, met die tweede breuk herbou uit die sak *ná* die trekking (9 balle: 3 wit, 6 swart). Een trekking verwyder presies een bal — nie meer, nie minder nie.

Afdeling 6.6 — Telbeginsel, Permutasies en Kombinasies

Q27 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

$$\text{Totale uitrustings} = 3 \times 4 \times 2 = 24$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (9) **tel** die keuses op $(3 + 4 + 2)$. Optel tel die maniere om *een item van een soort* te kies; 'n uitrusting het een van elk nodig, en elke hemp pas by elke broek-en-skoen-kombinasie.
- **D** (48) verdubbel die ware telling — die "2 pare skoene" is as 4 afsonderlike skoene getel, of 'n stadium is twee keer vermenigvuldig.
- **B** (16) meng optel en vermenigvuldig $(3 \times 4 + 4)$ — 'n ketting wat halfpad die reëls verander.

Onthou: Onafhanklike keuses in volgorde vermenigvuldig: $3 \times 4 \times 2 = 24$. Die toets vir vermenigvuldiging is die woord *elke* — "vir elke hemp, elke broek; vir elkeen daarvan, albei pare skoene."

Q28 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Vir die eerste posisie is daar 5 keuses, vir die tweede is daar 4 (een boek is geplaas), ensovoorts.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (25) is 5^2 — 'n "vyf maal iets"-raaiskoot sonder 'n telmodel.
- **B** (60) is $5 \times 4 \times 3$ — die faktorketting is twee boeke te vroeg laat vaar. Al vyf boeke moet geplaas word, dus hoort al vyf faktore daar.
- **C** (100) is ronde-getal-aas; faktoriale is selde rond.

Onthou: Om al n verskillende voorwerpe te rangskik gee $n!$ — een krimpende faktor per posisie, heeltemal af tot 1. $5! = 120$ is die moeite werd om onmiddellik te ken (net soos $4! = 24$ en $6! = 720$).

Q29 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

MATHS het 5 verskillende letters. Ons wil 3 kies en hulle in volgorde rangskik:

$$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (120) is $5!$ — rangskikkings van **al vyf** letters, maar hier bestaan net drie posisies.
- **B** (10) is $\binom{5}{3}$ — die *kombinasie*-telling, wat volgorde ignoreer. Rangskikkings van letters is geordend ($CAT \neq ACT$), dus word elke drietal $3! = 6$ keer getel: $10 \times 6 = 60$.
- **D** (20) stop die faktorketting te vroeg (5×4) — twee plekke gevul, een laat vaar.

Onthou: "Rangskikkings" $\Rightarrow$ volgorde maak saak $\Rightarrow P(n, r) = n \times (n-1) \times \dots$, een faktor per plek: $5 \times 4 \times 3 = 60$. Tel jou faktore teen jou plekke voordat jy aanbeweeg.

Q30 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = \frac{336}{6} = 56$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (336) is $P(8, 3) = 8 \times 7 \times 6$ — geordende keuses. 'n Komitee het geen eerste, tweede of derde lid nie, dus word elke groep van drie $3! = 6$ keer oorgetel.
- **D** (168) deel daardie 336 deur **2** in plaas van deur $3! = 6$ — 'n halfhartige korreksie wat onthou dat volgorde saak maak maar vergeet hoeveel ordeninge 'n drietal het.
- **C** (24) is 8×3 — die twee sigbare getalle vermenigvuldig, sonder enige telstruktuur daaragter.

Onthou: "Komitee / groep / keuse" $\Rightarrow$ volgorde maak nie saak nie $\Rightarrow \binom{n}{r}$ = permutasietelling $\div r!$. Die deler is die faktoriaal van die *groepgrootte* — 'n drietal het ses ordeninge, nie twee nie.

Afdeling 6.7 — Venn-diagramme en Gevorderde Waarskynlikheid

Q31 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.2 = 0.7$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (0.9) tel op sonder om die oorvleueling af te trek — die dubbelgetelde 0.2 bly staan.
- **A** (0.8) trek net die helfte van die oorvleueling af — 'n rekenkundige kompromie sonder enige reël daaragter.
- **D** (0.5) eggo $P(A)$ — asof die vereniging bloot "die groter gebeurtenis" is.

Onthou: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7$, altyd — wedersyds uitsluitende gebeurtenisse is bloot die spesiale geval waar die afgetrekte term 0 is. As jou vereniging nie *groter as albei* individuele waarskynlikhede en tog *kleiner as hulle som* is nie, is iets verkeerd; gebruik daardie knyp om te toets of jou antwoord sin maak.

Q32 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

"Slegs A " beteken $A \cap B'$, die deel van A wat nie met B oorvleuel nie:

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.2 = 0.3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (0.5) gee $P(A)$ heel terug — maar $P(A)$ *sluit* die oorvleueling in waar B ook gebeur; "A maar nie B nie" vereis dat daardie 0.2 uitgesny word.
- **A** (0.2) is die oorvleueling self — die stuk wat verwyder moet word, wat as die res aangebied word.
- **B** (0.4) eggo $P(B)$ — heeltemal die verkeerde sirkel.

Onthou: $P(A \text{ slegs}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3$. Skets die twee sirkels en arseer die maansikkel — Venn-vrae is oefeninge in die benoeming van gebiede, en elke verkeerde opsie hier is 'n ander verkeerd benoemde gebied.

Q33 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

"Ten minste een" is die komplement van "nie een van die twee nie":

$$P(\text{minstens een}) = 1 - P(A' \cap B')$$

Aangesien A en B onafhanklik is, is A' en B' dit ook:

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = (1 - 0.6)(1 - 0.5) = 0.4 \times 0.5 = 0.2$$

$$P(\text{minstens een}) = 1 - 0.2 = 0.8$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (0.7) trek $P(\text{albei})$ van 1 af — die komplement van die **verkeerde gebeurtenis**. "Ten minste een" is die teenoorgestelde van "nie een van die twee nie".
- **C** (0.3) is $P(\text{albei})$, wat 'n ander vraag beantwoord.
- **D** (0.6) eggo $P(A)$. "Ten minste een" moet **groter** wees as enige enkele waarskynlikheid, dus is 0.6 met die eerste oogopslag te klein.

Onthou: $P(\text{minstens een}) = 1 - P(\text{geen})$. Sê hardop watter gebeurtenis jy komplementeer voordat jy van 1 aftrek — daardie sin is presies waar B verkeerd loop.

Q34 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

$$n(\text{sokker} \cup \text{hokkie}) = 18 + 12 - 5 = 25$$

$$n(\text{nie een nie}) = 30 - 25 = 5$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (7) is $30 - 18 - 5$ — 'n aftrekking wat "albei" verwyder asof dit 'n derde afsonderlike groep is. Die 5 wat albei speel, is reeds binne die 18 en binne die 12.
- **C** (3) en **D** (10) is dieselfde storie met verskillende verkeerde hanterings van die oorvleueling (dit twee keer afgetrek, of glad nie, plus glipse). Al drie sterf by die kontrolepunt: leerders in *ten minste een* sportsoort = $18 + 12 - 5 = 25$, wat presies 5 buite laat.

Onthou: Eers insluiting–uitsluiting ($n(A \cup B) = 18 + 12 - 5 = 25$), dan aftrek van die totaal. Beter nog, vul die Venn-gebiede in — 13 slegs sokker, 5 albei, 7 slegs hokkie — en bevestig dat hulle saam met "nie een van die twee nie" tot 30 optel ✓.

Q35 — Gevorderd — Antwoord: C

Verduideliking

Totale uitkomst: $6 \times 6 = 36$ geordende pare.

Pare wat tot 7 optel: $(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$ — **ses**.

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{1}{12}$) het **ongeordende** pare getel, wat die waarheid halveer. $(1, 6)$ en $(6, 1)$ is verskillende gooie.
- **B** ($\frac{1}{9}$) het twee pare gemis. Lys stelselmatig — een vir elke waarde van die eerste dobbelsteen — en ses is onmisbaar.
- **D** ($\frac{7}{36}$) het die teikensom in die teller geplaas. Die gunstige telling is 6.

Onthou: Twee dobbelstene gee altyd 36 geordende uitkomst. Som 7 het presies een paar per waarde van die eerste dobbelsteen — ses maniere, die meeste van enige som.

Gemengde Oefening

M1 — Basies

Onderwerp: Vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings

Vereenvoudig: $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$ vir $x \neq 3$.

- A) $x + 3$
 - B) $x - 3$
 - C) $x^2 + 3$
 - D) $\frac{x + 3}{x - 3}$
-

M2 — Basies

Onderwerp: Ordening van reële getalle

Watter lys is in stygende volgorde?

- A) $0.6, \frac{2}{3}, 0.7, \frac{5}{8}$
 - B) $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, 0.7, 0.6$
 - C) $0.6, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, 0.7$
 - D) $0.7, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, 0.6$
-

M3 — Basies

Onderwerp: Om 'n lineêre grafiek te lees

Die grafiek van $y = 2x - 1$ sny die x -as by:

- A) $(0, -1)$
 - B) $(1, 0)$
 - C) $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
 - D) $(2, 0)$
-

M4 — Basies**Onderwerp:** SOSKASTOA

In 'n reghoekige driehoek het die sy oorkant hoek θ 'n lengte van 8 en die skuinssy 'n lengte van 10. Wat is $\sin \theta$?

- A) $\frac{3}{5}$
 - B) $\frac{4}{5}$
 - C) $\frac{3}{4}$
 - D) $\frac{4}{3}$
-

M5 — Basies**Onderwerp:** Hoeke in 'n driehoek

Twee hoeke van 'n driehoek is 47° en 68° . Wat is die derde hoek?

- A) 65°
 - B) 75°
 - C) 55°
 - D) 70°
-

M6 — Basies**Onderwerp:** Gemiddeld van 'n datastel

Vind die gemiddeld van $\{10, 14, 8, 16, 12\}$.

- A) 10
 - B) 11
 - C) 12
 - D) 13
-

M7 — Basies**Onderwerp:** Basiese waarskynlikheid

'n Sak het 5 rooi en 3 blou albasters. Een word lukraak getrek. $P(\text{blou}) =$

- A) $\frac{5}{8}$
 - B) $\frac{3}{8}$
 - C) $\frac{3}{5}$
 - D) $\frac{1}{3}$
-

M8 — Intermediêr**Onderwerp:** Oplossing van 'n kwadratiese vergelyking

Los $x^2 - 5x + 6 = 0$ op.

- A) $x = 2$ of $x = -3$
 - B) $x = -2$ of $x = -3$
 - C) $x = 1$ of $x = 6$
 - D) $x = 2$ of $x = 3$
-

M9 — Basies**Onderwerp:** Persentasie

'n Prys van R480 word met 15 % vermeerder. Wat is die nuwe prys?

- A) R552
 - B) R495
 - C) R520
 - D) R540
-

M10 — Intermediêr**Onderwerp:** Draaipunt van 'n paraboolDie funksie $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$ het 'n maksimum waarde van:

- A) 3
 - B) -5
 - C) 5
 - D) -3
-

M11 — Intermediêr**Onderwerp:** Trigonometriese identiteitWatter een van die volgende is gelyk aan $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$?

- A) $\sin \theta \cdot \cos \theta$
 - B) $\tan \theta$
 - C) $\cot \theta$
 - D) $\sec \theta$
-

M12 — Intermediêr**Onderwerp:** Oppervlakte van 'n driehoek

'n Driehoek het 'n basis van 12 cm en 'n hoogte van 7 cm. Sy oppervlakte is:

- A) 84 cm^2
 - B) 21 cm^2
 - C) 19 cm^2
 - D) 42 cm^2
-

M13 — Basies**Onderwerp:** Mediaan van 'n datastelVind die mediaan van $\{17, 4, 22, 9, 14, 31\}$.

- A) 15.5
 - B) 14
 - C) 17
 - D) 16
-

M14 — Basies**Onderwerp:** Komplementêre waarskynlikheid $P(A) = 0.62$. Vind $P(A')$.

- A) 1.62
 - B) 0.62
 - C) 0.38
 - D) 0.5
-

M15 — Intermediêr**Onderwerp:** Faktorisering — verskil van twee vierkanteFaktoriseer $4x^2 - 25$.

- A) $(2x - 5)(2x - 5)$
 - B) $(2x - 5)(2x + 5)$
 - C) $(4x - 5)(x + 5)$
 - D) $(x - 5)(4x + 5)$
-

M16 — Intermediêr**Onderwerp:** Verhouding en eweredigheid

As $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ en $y = 28$, wat is x ?

- A) 18
 - B) 24
 - C) 16
 - D) 21
-

M17 — Intermediêr**Onderwerp:** Eksponensiële funksie

Die funksie $f(x) = 3 \cdot 2^x$ gaan deur die punt:

- A) (1, 6)
 - B) (0, 2)
 - C) (2, 9)
 - D) (−1, 6)
-

M18 — Intermediêr**Onderwerp:** Reduksieformule

Evalueer $\cos(180^\circ - \theta)$.

- A) $\cos \theta$
 - B) $\sin \theta$
 - C) $-\cos \theta$
 - D) $-\sin \theta$
-

M19 — Basies

Onderwerp: Die stelling van Pythagoras

'n Reghoekige driehoek het regsye van lengte 9 en 12. Wat is die skuinssy?

- A) 21
 - B) 15
 - C) 18
 - D) 20
-

M20 — Intermediêr

Onderwerp: Interkwartiele omvang uit 'n vyfgetal-opsomming

'n Datastel het die vyfgetal-opsomming: 10, 18, 26, 38, 55.

Die IKO is:

- A) 45
 - B) 12
 - C) 28
 - D) 20
-

M21 — Intermediêr

Onderwerp: Onafhanklike gebeurtenisse

$P(A) = 0.3$ en $P(B) = 0.6$, en A, B is onafhanklik. Vind $P(A \cap B)$.

- A) 0.18
 - B) 0.72
 - C) 0.9
 - D) 0.3
-

M22 — Intermediêr**Onderwerp:** Gelyktydige vergelykingsLos op: $2x + y = 7$ en $x - y = 2$.

- A) $x = 2, y = 3$
 - B) $x = 1, y = 5$
 - C) $x = 3, y = 1$
 - D) $x = 4, y = -1$
-

M23 — Intermediêr**Onderwerp:** Vergelyking van wortelvorme

Watter een is die grootste?

- A) $\sqrt{50}$
 - B) $3\sqrt{6}$
 - C) 7
 - D) $2\sqrt{13}$
-

M24 — Intermediêr**Onderwerp:** Definisieversameling van 'n funksieWat is die definisieversameling van $f(x) = \sqrt{x - 4}$?

- A) $x > 4$
 - B) $x < 4$
 - C) $x \leq 4$
 - D) $x \geq 4$
-

M25 — Gevorderd**Onderwerp:** Algemene oplossing

Vind die algemene oplossing van $\sin \theta = \frac{1}{2}$.

- A) $\theta = 30^\circ + 360^\circ n$ of $\theta = 150^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$
 - B) $\theta = 30^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$
 - C) $\theta = 30^\circ$ of $\theta = 210^\circ$
 - D) $\theta = 30^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$
-

M26 — Intermediêr**Onderwerp:** Gelykvormige driehoeke

Twee gelykvormige driehoeke het ooreenstemmende sye in die verhouding 3 : 5. As die oppervlakte van die kleiner driehoek 27 cm^2 is, wat is die oppervlakte van die groter driehoek?

- A) 45 cm^2
 - B) 54 cm^2
 - C) 75 cm^2
 - D) 135 cm^2
-

M27 — Gevorderd**Onderwerp:** Die begrip standaardafwyking

Twee datastelle het dieselfde gemiddeld van 50. Datastel A het standaardafwyking 2; datastel B het standaardafwyking 15. Watter stelling is korrek?

- A) Datastel A is meer versprei
 - B) Datastel B se waardes lê nader aan die gemiddeld
 - C) Datastel A se waardes is stywer om 50 saamgetros
 - D) Albei datastelle het dieselfde verspreiding
-

M28 — Gevorderd**Onderwerp:** Boomdiagram — driestadium-eksperiment

'n Muntstuk word twee keer gegooi. Wat is die waarskynlikheid om presies een kop te kry?

- A) $\frac{1}{4}$
 - B) $\frac{3}{4}$
 - C) $\frac{1}{3}$
 - D) $\frac{1}{2}$
-

M29 — Intermediêr**Onderwerp:** Rekenkundige ry

Die 5de term van 'n rekenkundige ry is 23 en die konstante verskil is 4. Wat is die eerste term?

- A) 7
 - B) 3
 - C) 11
 - D) 5
-

M30 — Gevorderd**Onderwerp:** Telbeginsel — beperkings

Hoeveel 3-syfergetalle kan uit die syfers $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gevorm word as geen syfer herhaal mag word nie en die getal ewe moet wees?

- A) 12
- B) 18
- C) 24
- D) 20

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. A	M2. C	M3. C	M4. B	M5. A
M6. C	M7. B	M8. D	M9. A	M10. C
M11. B	M12. D	M13. A	M14. C	M15. B
M16. D	M17. A	M18. C	M19. B	M20. D
M21. A	M22. C	M23. B	M24. D	M25. A
M26. C	M27. C	M28. D	M29. A	M30. C

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: A

Stap 1 — Die teller is 'n verskil van kwadrate: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.

Stap 2 — $\frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3}$.

Stap 3 — Kanselleer die gemene $(x - 3)$: $x + 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** na die verkeerde faktor gekanselleer.
- **C** $x^2 - 9$ hanteer asof dit nie faktoriseer nie.
- **D** niks gekanselleer nie.

Onthou: Faktoriseer voordat jy kanselleer. Jy mag slegs FAKTORE kanselleer — nooit individuele terme uit 'n som nie.

M2 — Antwoord: C

Stap 1 — Skryf alles in desimale.

Stap 2 — $0.6, \frac{5}{8} = 0.625, \frac{2}{3} = 0.667, 0.7$.

Stap 3 — Stygend: $0.6, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, 0.7$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** het $\frac{2}{3}$ voor $\frac{5}{8}$, maar $0.667 > 0.625$.
- **B** begin bo 0.6 en daal dan.
- **D** dalende volgorde.

Onthou: Skakel elke breuk om na 'n desimaal met dieselfde aantal plekke voordat jy vergelyk. $\frac{5}{8}$ en $\frac{2}{3}$ lê naby mekaar, en om te kyk werk nie.

M3 — Antwoord: C

Stap 1 — 'n Grafiek sny die x -as waar $y = 0$.

Stap 2 — $2x - 1 = 0$, dus $x = \frac{1}{2}$.

Stap 3 — Die punt is $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** dit is die y -afsnit, waar $x = 0$.
- **B** $2x = 2$ opgelos.
- **D** die koëffisiënt as die afsnit gelees.

Onthou: x -afsnit: stel $y = 0$. y -afsnit: stel $x = 0$. Om hulle om te ruil is die gewone glips.

M4 — Antwoord: B

Stap 1 — Sinus is die teenoorstaande sy gedeel deur die skuinssy.

Stap 2 — $= \frac{8}{10}$.

Stap 3 — $= \frac{4}{5}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\frac{3}{5}$ gebruik die derde sy, 6, as die teenoorstaande sy.
- **C** $\frac{6}{8}$ — die twee regsye, wat $\tan \theta$ is.
- **D** omgekeer; 'n sinus kan nie 1 oorskry nie.

Onthou: Die skuinssy staan altyd onder vir sinus en kosinus, dus is albei hoogstens 1. Slegs tangens kan groter wees.

M5 — Antwoord: A

Stap 1 — Die hoeke van 'n driehoek tel op tot 180° .

Stap 2 — $47^\circ + 68^\circ = 115^\circ$.

Stap 3 — $180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** van 190° afgetrek.
- **C** van 170° afgetrek.
- **D** die twee hoeke as 110° opgetel.

Onthou: Tel eers die twee op wat jy het, trek dan van 180° af. Om dit in een stap te doen nooi 'n rekenfout uit.

M6 — Antwoord: C

Stap 1 — Tel die waardes op: $10 + 14 + 8 + 16 + 12 = 60$.

Stap 2 — Deel deur hoeveel daar is: 5.

Stap 3 — $60 \div 5 = 12$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** deur 6 gedeel.
- **B** 'n totaal van 55 gebruik.
- **D** 'n totaal van 65 gebruik.

Onthou: Gemiddeld is totaal $\div$ aantal. Tel die waardes voordat jy deel — verkeerd tel is net so algemeen soos verkeerd optel.

M7 — Antwoord: B

Stap 1 — Daar is $5 + 3 = 8$ albasters in totaal.

Stap 2 — 3 daarvan is blou.

Stap 3 — Die waarskynlikheid van blou is $\frac{3}{8}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** dit is die waarskynlikheid van ROOI.
- **C** blou met rooi vergelyk eerder as met die totaal.
- **D** 9 as die totaal gebruik.

Onthou: Die noemer van 'n waarskynlikheid is die TOTALE aantal uitkomst, nie die aantal in die ander kategorie nie.

M8 — Antwoord: D

Stap 1 — Faktoriseer: twee getalle wat tot 6 vermenigvuldig en tot -5 optel is -2 en -3 .

Stap 2 — $(x - 2)(x - 3) = 0$.

Stap 3 — $x = 2$ of $x = 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** een teken verkeerd: $(x - 2)(x + 3)$ brei uit na $x^2 + x - 6$.
- **B** albei tekens verkeerd.
- **C** faktore van 6 gebruik wat tot 7 optel, nie 5 nie.

Onthou: Albei tekens negatief gee 'n positiewe produk en 'n negatiewe som — wat presies is wat $+6$ en -5 vra.

M9 — Antwoord: A

Stap 1 — 'n Toename van 15% vermenigvuldig met 1.15.

Stap 2 — 480×1.15 .

Stap 3 — $= 552$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ongeveer 3% bygetel in plaas van 15%.
- **C** geskat eerder as vermenigvuldig.
- **D** 12.5% gebruik.

Onthou: Vermeerder met $r\%$ beteken vermenigvuldig met $1 + \frac{r}{100}$. Een vermenigvuldiging is beter as om die toename uit te werk en by te tel.

M10 — Antwoord: C

Stap 1 — Die gekwadreerde term is negatief, dus maak die parabool afwaarts oop en is die draaipunt 'n MAKSIMUM.

Stap 2 — $f(x) = -(x - 3)^2 + 5$ het draaipunt $(3, 5)$.

Stap 3 — Die maksimum waarde is 5.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 3 is die x -koördinaat van die draaipunt, nie die maksimum waarde nie.
- **B** die teken hoort by die gekwadreerde term, nie by die 5 nie.
- **D** die x -koördinaat negatief gemaak.

Onthou: Die maksimum WAARDE is die y -koördinaat van die draaipunt. Die x -koördinaat sê waar dit gebeur, nie wat dit is nie.

M11 — Antwoord: B

Stap 1 — $\tan \theta$ word GEDEFINIEER as $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$.

Stap 2 — Die kwosiënt is dus $\tan \theta$.

Stap 3 — Niks hoef vereenvoudig te word nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** dit is 'n produk, nie 'n kwosiënt nie.
- **C** $\cot \theta$ is die resiprook: $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$.
- **D** $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$.

Onthou: Sinus oor kosinus is tangens; kosinus oor sinus is kotangens. Die volgorde bepaal watter een.

M12 — Antwoord: D

Stap 1 — Oppervlakte van 'n driehoek is $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$.

Stap 2 — $\frac{1}{2} \times 12 \times 7$.

Stap 3 — $= 42 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** basis maal hoogte sonder om te halveer.
- **B** twee keer gehalveer.
- **C** die basis en hoogte opgetel.

Onthou: Die $\frac{1}{2}$ is wat 'n driehoek van die reghoek om dit onderskei. Om dit te vergeet verdubbel jou antwoord.

M13 — Antwoord: A

Stap 1 — Sorteër die data: 4, 9, 14, 17, 22, 31.

Stap 2 — Daar is ses waardes, dus is die mediaan die gemiddeld van die 3de en 4de.

Stap 3 — $\frac{14 + 17}{2} = 15.5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die 3de waarde geneem sonder om te gemiddeld.
- **C** die 4de waarde geneem sonder om te gemiddeld.
- **D** die verkeerde paar gemiddeld geneem.

Onthou: **SORTEER EERS** — die mediaan van ongesorteerde data beteken niks. Met 'n ewe aantal is die mediaan die gemiddeld van die middelste twee, en hoef dit nie in die data te wees nie.

M14 — Antwoord: C

Stap 1 — A' is die komplement van A : alles wat nie A is nie.

Stap 2 — $P(A') = 1 - P(A)$.

Stap 3 — $1 - 0.62 = 0.38$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** bygetel in plaas van afgetrek; 'n waarskynlikheid kan nie 1 oorskry nie.
- **B** $P(A)$ herhaal.
- **D** aanvaar die komplement is altyd 'n helfte.

Onthou: Komplementêre waarskynlikhede tel op tot 1. As jou antwoord bo 1 is, het jy bygetel waar jy moes aftrek.

M15 — Antwoord: B

Stap 1 — Dit is 'n verskil van kwadrate: $(2x)^2 - 5^2$.

Stap 2 — $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ met $a = 2x$ en $b = 5$.

Stap 3 — $(2x - 5)(2x + 5)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** dit is $(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ — dit het 'n middelterm.
- **C** brei uit na $4x^2 + 15x - 25$.
- **D** brei uit na $4x^2 - 15x - 25$.

Onthou: 'n Verskil van kwadrate het GEEN middelterm nie, en faktoriseer in 'n passende paar met teenoorgestelde tekens. Brei uit om te toets: die middelterm moet kanselleer.

M16 — Antwoord: D

Stap 1 — $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ met $y = 28$.

Stap 2 — $\frac{x}{28} = \frac{3}{4}$, dus $x = 28 \times \frac{3}{4}$.

Stap 3 — $= 21$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\frac{x}{24}$ gebruik.
- **B** $\frac{28 \times 6}{7}$ of iets soortgelyks gebruik.
- **C** $\frac{4}{7}$ van 28 gebruik.

Onthou: Kruisvermenigvuldig: $4x = 84$. Toets is onmiddellik — $\frac{21}{28}$ kanselleer tot $\frac{3}{4}$.

M17 — Antwoord: A

Stap 1 — Toets elke punt deur sy x -waarde te vervang.

Stap 2 — $f(1) = 3 \cdot 2^1 = 6$, dus lê $(1, 6)$ op die grafiek ✓

Stap 3 — (Ter vergelyking: $f(0) = 3$ en $f(2) = 12$.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $f(0) = 3 \cdot 1 = 3$, nie 2 nie.
- **C** $f(2) = 3 \cdot 4 = 12$, nie 9 nie.
- **D** $f(-1) = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1.5$, nie 6 nie.

Onthou: Om te toets of 'n punt op 'n grafiek lê, vervang sy x en kyk of jy sy y kry. Vier vinnige vervangings besleg dit.

M18 — Antwoord: C

Stap 1 — $180^\circ - \theta$ beland in die tweede kwadrant vir skerp θ .

Stap 2 — Kosinus is NEGATIEF in die tweede kwadrant, en die verwysingshoek is θ .

Stap 3 — $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** mis die tekenverandering.
- **B** $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ — 'n ander identiteit.
- **D** verkeerde funksie en verkeerde teken.

Onthou: Om van 180° af te trek behou die verwysingshoek en skuif jou na K2, waar slegs sinus positief bly. Sinus behou dus sy teken en kosinus draai om.

M19 — Antwoord: B

Stap 1 — Pythagoras: $c^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

Stap 2 — $c = \sqrt{225}$.

Stap 3 — $= 15$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die regsye opgetel.
- **C** iets gemiddeld geneem.
- **D** $\sqrt{400}$ gebruik.

Onthou: 9-12-15 is 3-4-5 met 3 geskaal. Om 'n geskaalde drietal raak te sien verwyder die rekenkunde heeltemal.

M20 — Antwoord: D

Stap 1 — Die vyfgetal-opsomming is min, Q_1 , mediaan, Q_3 , maks.

Stap 2 — Dus is $Q_1 = 18$ en $Q_3 = 38$.

Stap 3 — $IKA = Q_3 - Q_1 = 38 - 18 = 20$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $55 - 10$ is die volle OMVANG, nie die interkwartielafstand nie.
- **B** die mediaan minus Q_1 gebruik.
- **C** Q_3 minus die mediaan gebruik, verdubbel.

Onthou: Die interkwartielafstand gebruik die twee KWARTIELE en ignoreer die uiterstes — dit is die hele punt daarvan. Omvang gebruik min en maks.

M21 — Antwoord: A

Stap 1 — Vir onafhanklike gebeurtenisse is $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Stap 2 — 0.3×0.6 .

Stap 3 — $= 0.18$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** 'n $P(A \cup B)$ -tipe optelling minus iets bereken.
- **C** die twee waarskynlikhede opgetel.
- **D** $P(A)$ gerapporteer.

Onthou: Onafhanklike gebeurtenisse VERMENIGVULDIG vir 'en'. Optel gee die 'of'-waarskynlikheid, en slegs wanneer die gebeurtenisse nie albei kan gebeur nie.

M22 — Antwoord: C

Stap 1 — Tel die twee vergelykings op om y te elimineer: $(2x + y) + (x - y) = 7 + 2$.

Stap 2 — $3x = 9$, dus $x = 3$.

Stap 3 — Vervang terug: $3 - y = 2$, dus $y = 1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** voldoen aan nie een nie: $2(2) + 3 = 7$ ✓ maar $2 - 3 = -1 \neq 2$.
- **B** $2(1) + 5 = 7$ ✓ maar $1 - 5 = -4 \neq 2$.
- **D** $4 - (-1) = 5 \neq 2$.

Onthou: Wanneer die y -terme reeds $+y$ en $-y$ is, TEL die vergelykings OP. Toets jou paar altyd in ALBEI vergelykings — een van hulle kan per toeval klopp.

M23 — Antwoord: B

Stap 1 — Skryf elkeen as 'n enkele vierkantswortel.

Stap 2 — $\sqrt{50}$, $3\sqrt{6} = \sqrt{54}$, $7 = \sqrt{49}$, $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$.

Stap 3 — Die grootste getal onder die wortel wen: $\sqrt{54}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\sqrt{50} \approx 7.07$.
- **C** $7 = \sqrt{49}$, die kleinste van die vier.
- **D** $\sqrt{52} \approx 7.21$.

Onthou: Trek elke koëffisiënt binne die wortel in: $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$. Daarna besleg een vergelyking van heelgetalle dit.

M24 — Antwoord: D

Stap 1 — 'n Vierkantswortel verg 'n nie-negatiëwe binnekant.

Stap 2 — $x - 4 \geq 0$.

Stap 3 — $x \geq 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** sluit 4 uit, maar $\sqrt{0} = 0$ is gedefinieer.
- **B** die waardes waar die wortel ongedefinieer is.
- **C** die verkeerde rigting, en sluit ongedefinieerde waardes in.

Onthou: Sluit die eindpunt in tensy die wortel in 'n noemer sit. Hier doen dit nie, dus is $x = 4$ toelaatbaar.

M25 — Antwoord: A

Stap 1 — $\sin \theta = \frac{1}{2}$ het verwysingshoek 30° , en sinus is positief in K1 en K2.

Stap 2 — In een omwenteling: 30° en $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

Stap 3 — Albei herhaal elke 360° : $\theta = 30^\circ + 360^\circ n$ of $\theta = 150^\circ + 360^\circ n$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $30^\circ + 180^\circ n$ lewer 210° , waar $\sin \theta = -\frac{1}{2}$.
- **C** gee net twee hoeke en sluit 210° in, wat in elk geval verkeerd is.
- **D** mis die hele tweedekwadrant-familie.

Onthou: 'n Algemene oplossing verg ELKE oplossing. Sinus gee twee families per omwenteling, dus is twee uitdrukkings nodig — een is nooit genoeg nie.

M26 — Antwoord: C

Stap 1 — Oppervlaktes skaal met die kwadraat van die lineêre verhouding.

Stap 2 — Lineêr 3 : 5 gee oppervlakte 9 : 25.

Stap 3 — $27 \times \frac{25}{9} = 75 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die lineêre verhouding $\frac{5}{3}$ op die oppervlakte toegepas.
- **B** die kleiner oppervlakte verdubbel.
- **D** die KUBUS-verhouding gebruik, wat vir volumes is.

Onthou: Kwadreer die verhouding vir oppervlaktes, kuber dit vir volumes. $27 \div 9 = 3$, dan $3 \times 25 = 75$ — die rekenkunde bly klein as jy eers deel.

M27 — Antwoord: C

Stap 1 — Standaardafwyking meet verspreiding: 'n klein een beteken die waardes lê naby die gemiddeld.

Stap 2 — Versameling A het standaardafwyking 2; versameling B het 15.

Stap 3 — Versameling A is dus die dig saamgetrekte een.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** keer dit om — die KLEINER afwyking is die digter versameling.
- **B** versameling B het die groter afwyking, dus lê sy waardes verder uit.
- **D** 2 en 15 is baie verskillende verspreidings.

Onthou: Dieselfde gemiddeld sê niks oor verspreiding nie. 'n Klein standaardafwyking beteken saamgetrek; 'n groot een beteken verspreid.

M28 — Antwoord: D

Stap 1 — Twee gooië gee vier ewe waarskynlike uitkomst: KK, KM, MK, MM.

Stap 2 — Presies een kop gebeur by KM en MK — twee van die vier.

Stap 3 — $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net een van die twee volgordes getel.
- **B** dit is die waarskynlikheid van TEN MINSTE een kop.
- **C** drie uitkomst gebruik in plaas van vier.

Onthou: KM en MK is VERSKILLENDE uitkomst. Om al vier te lys is vinniger en veiliger as om daaroor te probeer redeneer.

M29 — Antwoord: A

Stap 1 — $T_n = a + (n - 1)d$, dus $T_5 = a + 4d$.

Stap 2 — $a + 4(4) = 23$.

Stap 3 — $a = 23 - 16 = 7$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $a + 5d$ gebruik.
- **C** $4d$ bygetel in plaas van afgetrek.
- **D** $d = 4.5$ gebruik of verkeerd afgetrek.

Onthou: Die 5de term is vier stappe van die eerste af, dus gebruik dit $4d$. 'n Fout van een hier is die klassieke ry-fout.

M30 — Antwoord: C

Stap 1 — Ewe beteken die LAASTE syfer moet 2 of 4 wees — 2 keuses.

Stap 2 — Die eerste twee syfers kom uit die oorblywende vier: $4 \times 3 = 12$.

Stap 3 — $2 \times 12 = 24$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net een keuse vir die laaste syfer gebruik.
- **B** $3 \times 3 \times 2$ gebruik.
- **D** sommige rangskikkings twee keer getel.

Onthou: Vul die BEPERKTE posisie eerste. Om die laaste syfer voor die ander te kies is wat die telling eerlik hou.

Hoofstuk 7 — Finansiële Wiskunde

'n Nota oor Kurrikulumplasing

Finansiële Wiskunde word nie as 'n afsonderlike bevoegdheidsgebied in die NBT MAT gelys nie. Dit val onder **Getalbegrip** — maar dit is erg onderverteenvoerdig in daardie hoofstuk in verhouding tot hoe dikwels dit op die werklike toets verskyn. Die rede is dat die NBT gereeld saamgestelde rente, waardevermindering en huurkoop toets, omdat hierdie onderwerpe beide formulekennis en versigtige rekenkunde vereis, wat hulle uitstekende onderskeiers maak tussen studente wat die wiskunde verstaan en studente wat bloot 'n sakrekenaar-intuïsie het.

Hierdie hoofstuk bestaan omdat Hoofstuk 2 (Getalbegrip) nie aan hierdie onderwerpe reg kon laat geskied sonder om onhanteerbaar lank te word nie. As jy vir die NBT voorberei, behandel Hoofstukke 2 en 7 as een blok — die Getalbegrip-bevoegdheidsgebied put uit albei.

Geen sakrekenaar word in die NBT toegelaat nie. Elke vraag in hierdie hoofstuk is so ontwerp dat die rekenkunde tot 'n skoon heelgetal of eenvoudige breuk uitwerk. Die getalle is nie realisties nie — werklike finansiële produkte gebruik selde 10 %- of 20 %-koerse — maar die meganika is identies aan werklike probleme. Bemeester die metode met skoon getalle, en die morsiger weergawes uit die werklike wêreld word eenvoudig.

Formules wat jy moet ken: - Enkelvoudige rente: $A = P(1 + rt)$ of $I = Prt$ - Saamgestelde rente: $A = P(1 + i)^n$ - Reguitlynwaardevermindering: $A = P(1 - rt)$ - Verminderende-saldo-waardevermindering: $A = P(1 - i)^n$

Afdeling 7.1 — Enkelvoudige Rente

Enkelvoudige rente groei met dieselfde vaste bedrag elke periode, want rente word altyd op die oorspronklike hoofsom bereken. As jy R1000 teen 10 % p.j. enkelvoudige rente leen, betaal jy elke jaar R100 rente ongeag hoe lank die lening al loop. Dit staan in kontras met saamgestelde rente, waar die rente op 'n groeiende saldo aangroei.

Q1 — Basies

Onderwerp: Enkelvoudige rente — bereken die rente wat verdien word

R4 000 word teen 5 % p.j. enkelvoudige rente vir 3 jaar belê. Hoeveel rente word verdien?

- A) R600
 - B) R700
 - C) R500
 - D) R1 200
-

Q2 — Basies

Onderwerp: Enkelvoudige rente — bereken die opgehoopte bedrag

R2 000 word teen 10 % p.j. enkelvoudige rente vir 4 jaar belê. Wat is die opgehoopte bedrag?

- A) R2 400
 - B) R2 600
 - C) R2 800
 - D) R2 928
-

Q3 — Basies

Onderwerp: Enkelvoudige rente — vind die hoofsom

'n Enkelvoudige-rente-belegging verdien R300 rente teen 15 % p.j. oor 2 jaar. Wat was die hoofsom?

- A) R900
 - B) R1 000
 - C) R1 200
 - D) R800
-

Q4 — Intermediêr

Onderwerp: Enkelvoudige rente — vind die tyd

R5 000 word belê en verdien R3 000 se enkelvoudige rente teen 12 % p.j. Hoe lank was dit belê?

- A) 3 jaar
 - B) 4 jaar
 - C) 6 jaar
 - D) 5 jaar
-

Q5 — Intermediêr

Onderwerp: Enkelvoudige rente — vind die koers

R8 000 groei in 3 jaar tot R9 200 onder enkelvoudige rente. Wat is die jaarlikse rentekoers?

- A) 5 % p.j.
 - B) 6 % p.j.
 - C) 4 % p.j.
 - D) 7.5 % p.j.
-

Afdeling 7.2 — Saamgestelde Rente

Saamgestelde rente verdien "rente op rente" — elke periode se rente word by die hoofsom gevoeg voordat die volgende periode se rente bereken word. Hierdie eksponensiële groei is wat saamgestelde rente oor lang tydperke so kragtig maak, en dit is waarom die NBT dit gereeld toets.

Q6 — Basies

Onderwerp: Saamgestelde rente — bereken A , een periode

R10 000 word teen 10 % p.j. belê, jaarliks saamgestel, vir 2 jaar. Wat is die opgehoopte bedrag?

- A) R12 000
- B) R12 200
- C) R12 100
- D) R13 100

Q7 — Basies**Onderwerp:** Saamgestelde rente — periode van drie jaar

R1 000 word teen 10 % p.j. belê, jaarliks saamgestel, vir 3 jaar. Wat is die opgehoopte bedrag?

- A) R1 300
 - B) R1 331
 - C) R1 360
 - D) R1 221
-

Q8 — Intermediêr**Onderwerp:** Saamgestelde rente — vind n

R10 000 groei tot R14 641 teen 10 % p.j., jaarliks saamgestel. Oor hoeveel jaar?

- A) 4 jaar
 - B) 3 jaar
 - C) 2 jaar
 - D) 5 jaar
-

Q9 — Intermediêr**Onderwerp:** Saamgesteld teenoor enkelvoudig — vergelyk ná 3 jaar

R1 000 word vir 3 jaar teen 10 % p.j. belê. Watter een is korrek?

- A) Enkelvoudige rente gee R1 300; saamgestelde rente gee ook R1 300 — hulle is gelyk oor 3 jaar
 - B) Enkelvoudige rente groei altyd vinniger as saamgestelde rente
 - C) Enkelvoudige rente gee R1 300; saamgestelde rente gee R1 210
 - D) Saamgestelde rente gee R1 331; dit is R31 meer as enkelvoudige rente
-

Q10 — Basies**Onderwerp:** Saamgestelde rente — vind n gegee A

R10 000 groei tot R12 100 teen 10 % p.j., jaarliks saamgestel. Hoeveel jaar?

- A) 1 jaar
 - B) 3 jaar
 - C) 2 jaar
 - D) 4 jaar
-

Afdeling 7.3 — Waardevermindering

Bates verloor mettertyd waarde. Die twee standaardmetodes is:

- **Reguitlyn (lineêr):** die bate verloor elke jaar dieselfde randbedrag: $A = P(1 - rt)$.
- **Verminderende saldo (eksponensieel):** die bate verloor elke jaar dieselfde persentasie: $A = P(1 - i)^n$.

Verminderende saldo gee altyd 'n **hoër** restwaarde as reguitlyn vir dieselfde koers en tydperk, want die bedrag van die waardevermindering krimp elke jaar (jy neem die persentasie van 'n al kleiner basis af).

Q11 — Basies**Onderwerp:** Reguitlynwaardevermindering — vind die waarde

'n Masjien wat vir R200 000 gekoop is, verminder teen 8 % p.j. in waarde volgens die reguitlynmetode. Wat is sy waarde ná 5 jaar?

- A) R100 000
 - B) R120 000
 - C) R140 000
 - D) R160 000
-

Q12 — Basies

Onderwerp: Verminderende-saldo-waardevermindering — vind die waarde

Toerusting wat R100 000 kos, verminder teen 20 % p.j. in waarde op die verminderende saldo. Vind sy waarde ná 3 jaar.

- A) R51 200
 - B) R52 000
 - C) R60 000
 - D) R48 000
-

Q13 — Intermediêr

Onderwerp: Vergelyk reguitlyn en verminderende saldo

'n Bate van R100 000. Albei metodes gebruik 20 % p.j. Ná 3 jaar:

- A) Albei metodes gee R40 000 ná 3 jaar
 - B) Reguitlyn gee R51 200; verminderende saldo gee R40 000
 - C) Die twee metodes lewer altyd dieselfde restwaarde
 - D) Reguitlyn gee R40 000; verminderende saldo gee R51 200
-

Q14 — Intermediêr

Onderwerp: Reguitlynwaardevermindering — vind die koers

Toerusting ter waarde van R150 000 het ná 6 jaar 'n boekwaarde van R60 000 volgens reguitlynwaardevermindering. Wat is die jaarlikse waardeverminderingskoers?

- A) 6 % p.j.
 - B) 8 % p.j.
 - C) 10 % p.j.
 - D) 12 % p.j.
-

Q15 — Intermediêr

Onderwerp: Verminderende-saldo-waardevermindering — vind die koers

Toerusting wat vir R100 000 gekoop is, het ná 2 jaar 'n boekwaarde van R64 000 volgens verminderende-saldo-waardevermindering. Wat is die jaarlikse waardeverminderingskoers?

- A) 16 % p.j.
 - B) 20 % p.j.
 - C) 18 % p.j.
 - D) 36 % p.j.
-

Afdeling 7.4 — Huurkoop

Huurkoop laat 'n koper toe om 'n item onmiddellik in besit te neem en dit in paaielemente af te betaal. Die finansieringskoste word bereken as **enkelvoudige rente op die oorspronklike saldo** (ná die deposito), nie op die dalende saldo nie. Dit maak huurkoop aansienlik duurder as wat die aangehaalde rentekoers suggereer.

Q16 — Basies

Onderwerp: Huurkoop — bereken die maandelikse paaielement

'n TV kos R6 000 kontant. Huurkoopvoorwaardes: 10 % deposito, 24 maandelikse paaielemente, met 10 % p.j. enkelvoudige rente op die saldo gehef. Wat is die maandelikse paaielement?

- A) R270
 - B) R300
 - C) R225
 - D) R312
-

Q17 — Intermediêr**Onderwerp:** Huurkoop — totale koste

'n Yskas kos R5 000 kontant. Huurkoopvoorwaardes: 15 % deposito, 18 maandelikse paaieimente van R280. Wat is die totale huurkoopkoste?

- A) R5 040
 - B) R5 400
 - C) R5 600
 - D) R5 790
-

Q18 — Intermediêr**Onderwerp:** Huurkoop — geïmpliseerde rentekoers

'n Item kos R4 000. Geen deposito word vereis nie; 12 maandelikse paaieimente van R400 word gehef. Watter jaarlikse enkelvoudige rentekoers verteenwoordig dit?

- A) 16 %
 - B) 24 %
 - C) 20 %
 - D) 12 %
-

Q19 — Intermediêr**Onderwerp:** Huurkoop — ekstra koste teenoor kontant

'n Item kos R12 000 kontant. Huurkoop: 25 % deposito plus 36 maandelikse paaieimente van R350. Hoeveel meer betaal die huurkoopkoper in vergelyking met die kontantkoper?

- A) R2 600
 - B) R3 600
 - C) R4 200
 - D) R1 200
-

Q20 — Basies**Onderwerp:** Leningsterugbetaling — enkelvoudige rente

'n Lening van R20 000 word teen 8 % p.j. enkelvoudige rente vir 3 jaar aangegaan. Wat is die totale bedrag wat aan die einde verskuldig is?

- A) R24 800
 - B) R25 000
 - C) R24 000
 - D) R25 250
-

Afdeling 7.5 — Inflasie en Werklike Waarde

Inflasie vreet koopkrag weg: as pryse teen π % p.j. styg, sal 'n item wat vandag P kos, $P(1 + \pi)^n$ kos ná n jaar. Die **werklike opbrengs** op 'n belegging is ongeveer (nominale koers) – (inflasiekoers). As jou spaarrekening minder as inflasie verdien, koop jou geld elke jaar minder, selfs terwyl die saldo groei.

Q21 — Intermediêr**Onderwerp:** Toekomstige koste onder inflasie

'n Item kos vandag R5 000. As inflasie gemiddeld 20 % p.j. is, wat sal die item oor 2 jaar kos?

- A) R7 000
 - B) R6 000
 - C) R6 200
 - D) R7 200
-

Q22 — Intermediêr

Onderwerp: Begroting vir 'n toekomstige aankoop

'n Kamera kos vandag R3 000. Inflasie is 10 % p.j. Jy beplan om oor 3 jaar een te koop. Hoeveel moet jy begroot?

- A) R3 300
 - B) R3 900
 - C) R3 993
 - D) R4 000
-

Q23 — Basies

Onderwerp: Benaderde werklike opbrengs

'n Belegging lewer 12 % p.j. op. Inflasie is 8 % p.j. Wat is die benaderde werklike opbrengs?

- A) 20 % p.j.
 - B) Ongeveer 4 % p.j.
 - C) 1.5 % p.j.
 - D) 8 % p.j.
-

Q24 — Basies

Onderwerp: Werklike waarde van spaargeld

'n Spaarrekening verdien 8 % p.j. Inflasie loop teen 10 % p.j. In werklike terme is die koopkrag van die spaargeld:

- A) Aan die daal — die werklike opbrengs is negatief
 - B) Groei teen 18 % p.j. in werklike terme
 - C) Groei teen 2 % in werklike terme
 - D) Onaangeraak — inflasie verminder nie die nominale saldo nie
-

Q25 — Basies

Onderwerp: Inflasie — prysverandering oor een jaar

Kruideniersware kos R500 per maand. Voedselinflasie is 6 % p.j. Watter maandelikse begroting is oor een jaar nodig?

- A) R506
 - B) R560
 - C) R530
 - D) R550
-

Afdeling 7.6 — Wisselkoerse

'n Wisselkoers dui aan hoeveel eenhede van een geldeenheid gelyk is aan een eenheid van 'n ander. Om **vanaf** die sterker geldeenheid om te skakel (bv. USD), vermenigvuldig met die koers. Om **na** die sterker geldeenheid om te skakel, deel deur die koers. Kommissie word tipies as 'n persentasie van die transaksiewaarde gehef.

Q26 — Basies

Onderwerp: Skakel ZAR na USD om

Die wisselkoers is $R18 = \$1$. Skakel R9 000 na Amerikaanse dollar om.

- A) \$50
 - B) \$162 000
 - C) \$450
 - D) \$500
-

Q27 — Basies

Onderwerp: Skakel USD na ZAR om

Die wisselkoers is R17.50 per Amerikaanse dollar. Skakel \$200 na rand om.

- A) R3 000
 - B) R3 500
 - C) R4 000
 - D) R2 857
-

Q28 — Intermediêr

Onderwerp: Wisselkoers met kommissie

Die wisselkoers is R16 per Amerikaanse dollar. Die bank hef 2 % kommissie. Hoeveel kos dit in rand om \$500 te koop?

- A) R8 160
 - B) R8 000
 - C) R7 840
 - D) R8 320
-

Q29 — Intermediêr

Onderwerp: Wins uit 'n wisselkoersbeweging

Jy het \$1 000 gekoop toe die koers R15 per dollar was (dit het R15 000 gekos). Jy verkoop nou wanneer die koers R18 per dollar is. Wat is jou wins in rand?

- A) R1 000 verlies
 - B) R1 500 wins
 - C) R3 000 wins
 - D) R3 000 verlies
-

Q30 — Basies

Onderwerp: Om die beste wisselkoers te vind

Jy wil euro koop. Drie banke haal aan: - Bank A: R20 per €1 - Bank B: R19.50 per €1 - Bank C: R20.50 per €1

Watter bank gee jou die beste transaksie?

- A) Bank A
 - B) Bank C
 - C) Al drie gee dieselfde aantal euro
 - D) Bank B
-

Afdeling 7.7 — Tydwaarde van Geld

Geld vandag is meer werd as dieselfde bedrag in die toekoms, want vandag se geld kan rente verdien. Die **huidige waarde** (HW) van 'n toekomstige bedrag A teen koers i oor n periodes is $P = A/(1 + i)^n$. Wanneer gelyke betalings met gereelde tussenposes gemaak word ('n **annuïteit**), word die toekomstige waarde gevind deur die bydraes van elke betaling, elk met saamgestelde rente gegroei, op te tel — 'n meetkundige reeks.

Q31 — Gevorderd

Onderwerp: Toekomstige waarde van 'n annuïteit

R1 000 word aan die einde van elke jaar vir 3 jaar teen 10 % p.j. saamgesteld gedeponeer. Wat is die totale opgehoopte waarde ná 3 jaar?

- A) R3 000
 - B) R3 310
 - C) R3 300
 - D) R3 460
-

Q32 — Intermediêr

Onderwerp: Leningsterugbetaling — gelyke jaarlikse paaieimente

'n Lening van R50 000 word in gelyke jaarlikse paaieimente oor 4 jaar teen 20 % p.j. enkelvoudige rente terugbetaal. Wat is die jaarlikse paaieiment?

- A) R12 500
 - B) R20 000
 - C) R22 500
 - D) R25 000
-

Q33 — Basies

Onderwerp: Totale rente op 'n spaarplan in annuïteitstyl

R500 word maandeliks vir 24 maande gedeponeer. Totaal gedeponeer = R12 000. As die finale opgehoopte bedrag R13 200 is, wat is die totale rente wat verdien is?

- A) R1 200
 - B) R1 300
 - C) R800
 - D) R1 800
-

Q34 — Intermediêr

Onderwerp: Totale rente op 'n enkelbedraglening

R100 000 word teen 12 % p.j. enkelvoudige rente vir 5 jaar geleen. Hoeveel rente word altesaam betaal?

- A) R12 000
 - B) R48 000
 - C) R50 000
 - D) R60 000
-

Q35 — Gevorderd

Onderwerp: Huidige waarde — hoeveel om nou te belê

Hoeveel moet nou teen 10 % p.j. saamgestelde rente belê word om oor 4 jaar R14 641 te hê?

- A) R11 000
 - B) R10 000
 - C) R12 100
 - D) R9 900
-

Gemengde Oefenvrae — M1 tot M30

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 7.1 — Enkelvoudige Rente

Q1 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Enkelvoudige rente word slegs op die **oorspronklike** bedrag uitgewerk, dus word dieselfde randbedrag elke jaar verdien.

Jaar vir jaar: 5 % van R4 000 = R200 per jaar. Drie jaar: $3 \times 200 = \text{R}600$.

Per formule: $I = Prt = 4\,000 \times 0.05 \times 3 = \text{R}600$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (R1 200) verdubbel die koers — dit is $4\,000 \times 0.10 \times 3$.
- **B** (R700) en **C** (R500) is 3.5 en 2.5 jaar se waarde. Hulle straf skatting in plaas van berekening. Teen presies R200 per jaar is R600 presies reg.

Onthou: $I = Prt$. As die vraag die **rente** vra, stop by I . As dit die **bedrag** vra, tel P weer by: $A = \text{R}4\,600$. Die NBT stel albei weergawes.

Q2 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Die vraag wil die **totaal** hê: jou R2 000 plus die rente. Gebruik $A = P(1 + rt)$.

Stap 1 — Vind die vermenigvuldiger. 10 % vir 4 jaar = 40 % groei, dus vermenigvuldig met 1.4.

Stap 2 — Vermenigvuldig.

$$A = 2\,000 \times 1.4 = \text{R}2\,800$$

Kontroleer: R200 rente per jaar $\times$ 4 jaar = R800, en $2\,000 + 800 = \text{R}2\,800 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R2 400) — slegs **twee** jaar se rente.
- **B** (R2 600) — **drie** jaar in plaas van vier.

- **D** (R2 928) — die **saamgestelde** antwoord, $2\,000 \times 1.1^4$. Die woord "enkelvoudige" doen werklike werk hier.

Onthou: Enkelvoudige rente vermenigvuldig met $(1 + rt)$. Saamgestelde rente vermenigvuldig met $(1 + i)^n$. Kontroleer watter woord die vraag gebruik voordat jy begin.

Q3 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

'n **Omgekeerde** probleem: die rente word gegee en jy moet die hoofsom vind. Herrangskik eers, en kontroleer dan vorentoe.

Stap 1 — Herrangskik. $P = \frac{I}{rt}$

Stap 2 — Vervang. Die noemer is $0.15 \times 2 = 0.30$:

$$P = \frac{300}{0.30} = \text{R}1\,000$$

Stap 3 — Kontroleer vorentoe. $1\,000 \times 0.15 \times 2 = 300 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (R1 200) het die noemer verkeerd vermenigvuldig as 0.25.
- **A** (R900) druipt die kontrole: $900 \times 0.30 = 270$.
- **D** (R800) druipt ook: $800 \times 0.30 = 240$.

Onthou: By enige vraag wat vra vir die hoofsom, die koers of die tyd, vervang jou antwoord terug in $I = Prt$. Vyf sekondes, en dit vang byna elke fout.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Die onbekende is die **tyd**. Maklikste roete: werk eers die rente per jaar uit.

Stap 1 — Rente per jaar. $5\,000 \times 0.12 = \text{R}600$

Stap 2 — Hoeveel jare van R600 maak R3 000?

$$t = \frac{3\,000}{600} = 5 \text{ jaar}$$

Waarom die ander verkeerd is: elkeen neem 'n **ander koers** aan.

- **C** (6 jaar) neem R500 per jaar aan — 'n koers van 10 %.

- **B** (4 jaar) neem R750 per jaar aan — 15 %.
- **A** (3 jaar) neem R1 000 per jaar aan — 20 %.

Onthou: "Rente per jaar, en deel dan" verander elke vind-die-tyd-vraag in een klein deling.

Kontroleer: $5\,000 \times 0.12 \times 5 = 3\,000 \checkmark$

Q5 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Jy kry die **opgehoopte bedrag**, nie die rente nie, dus skei die rente eers af.

Stap 1 — Haal die rente uit. $I = 9\,200 - 8\,000 = R1\,200$

Stap 2 — Vervang.

$$r = \frac{I}{Pt} = \frac{1\,200}{8\,000 \times 3} = 0.05 = 5\%$$

Stap 3 — Kontroleer. R8 000 teen 5 % verdien R400 per jaar; drie jaar is R1 200 ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (7.5 %) het **twee** jaar in plaas van drie gebruik.
- **C** (4 %) het deur die **eindbedrag** gedeel in plaas van deur die hoofsom. Koerse word altyd op die hoofsom aangehaal.
- **B** (6 %) sou R1 440 verdien, wat die werklike R1 200 oorskiet.

Onthou: Kry jy A in plaas van I ? Die eerste reël van die bewerking is altyd $I = A - P$. Die meeste verkeerde koersantwoorde word in daardie gemiste stap gebore.

Afdeling 7.2 — Saamgestelde Rente

Q6 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Saamgestelde rente word op die **huidige saldo** uitgewerk, nie op die oorspronklike deposito nie. Kyk mooi:

- **Jaar 1:** 10 % van R10 000 = R1 000 → R11 000
- **Jaar 2:** 10 % van R11 000 = R1 100 → **R12 100**

Die tweede jaar het R100 meer verdien — rente op die rente.

$$A = P(1 + i)^n = 10\,000 \times 1.21 = \text{R}12\,100$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R12 000) is $10\,000 \times 1.20$, die **enkelvoudige**-rente-antwoord. Die gaping van R100 tussen A en C is die saamstelling.
- **B** (R12 200) het 1.1 verkeerd gekwadreer as 1.22. Skryf dit uit: $1.1 \times 1.1 = 1.21$.
- **D** (R13 100) is ongeveer die **driejaar**waarde — 'n eksponent wat verkeerd getel is.

Onthou: Vir 10 % oor 2 jaar is die faktor $1.1^2 = 1.21$, nooit 1.20 nie. Om een jaar op 'n slag te werk is dikwels vinniger *en* veiliger as die formule.

Q7 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

$$A = 1\,000 \times (1.1)^3 = \text{R}1\,331$$

Nie seker van 1.1^3 nie? Bou dit op: R1 000 → R1 100 → R1 210 → **R1 331**.

'n Patroon wat die moeite werd is om te ken — die syfers van die magte van 1.1 is Pascal se driehoek:

$$1.1^2 = 1.21 \quad 1.1^3 = 1.331 \quad 1.1^4 = 1.4641$$

Die NBT gebruik juis 10 %-koerse omdat hierdie sonder 'n sakrekenaar werk.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R1 300) is die **enkelvoudige**-rente-waarde, wat die R31 se rente-op-rente mis.
- **D** (R1 221) is 'n verwronge Pascal-ry — 1,2,2,1 in plaas van 1,3,3,1.
- **C** (R1 360) het die middelterm van die uitbreiding verknoei (0.06 in plaas van 0.03).

Onthou: $1.1^3 = 1.331$. Leer die leer 1.21, 1.331, 1.4641 — dit verander hierdie in tiensekonde-vrae.

Q8 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — isoleer die groeifaktor. Deel albei kante deur die hoofsom:

$$(1.1)^n = \frac{14\,641}{10\,000} = 1.4641$$

Stap 2 — klim die leer van magte op.

$$1.1^1 = 1.1 \quad 1.1^2 = 1.21 \quad 1.1^3 = 1.331 \quad 1.1^4 = 1.4641$$

Die groeifaktor pas by die vierde sport, dus $n = 4$ jaar.

Waarom die ander verkeerd is: al drie is naburige sporte van dieselfde leer —

- **B** (3 jaar) sou $10\,000 \times 1.331 = R13\,310$ gee: nie genoeg nie.
- **C** (2 jaar) sou R12 100 gee: veels te min.
- **D** (5 jaar) sou $10\,000 \times 1.61051 \approx R16\,105$ gee: te veel.

As jy die leer *ken*, is geen verkeerde opsie eers verleidelik nie; as jy dit nie ken nie, lyk elke opsie ewe aanneemlik. Dít is die hele spel met vrae wat eksponente laat pas — hulle toets herkenning, nie berekening nie.

Onthou: Deel A eers deur P , en pas dan die groeifaktor teen bekende magte. Die waardes 1.21, 1.331, 1.4641 behoort teen NBT-dag onmiddellike herkenning te wees.

Q9 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Werk albei totale langs mekaar uit — die vergelyking is die hele punt.

Enkelvoudig: dieselfde R100 elke jaar.

$$A = 1000(1.3) = R1\,300$$

Saamgesteld: 10 % van 'n groeiende saldo (R100, dan R110, dan R121).

$$A = 1000(1.1)^3 = R1\,331$$

Saamgesteld wen met R31.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** sê hulle is gelykop. Hulle stem slegs ná **een** periode ooreen; daarna trek saamgesteld altyd voor.
- **B** het dit agterstevoor — enkelvoudig klop nooit saamgesteld teen dieselfde koers nie.
- **C** haal R1 210 aan, die **tweejaar**-saamgestelde waarde, versteek binne 'n sin wat waar klink.

Onthou: Teen gelyke koerse is saamgesteld altyd $\geq$ enkelvoudig, en die gaping word elke jaar groter. Wanneer opsies sinne is, kontroleer elke **getal** daarin, nie net die storie nie.

Q10 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — vind die groeifaktor.

$$(1.1)^n = \frac{12\,100}{10\,000} = 1.21$$

Stap 2 — herken dit. $1.21 = 1.1^2$, dus $n = 2$ jaar. (Jaar-vir-jaar-bevestiging: R10 000 → R11 000 → R12 100 ✓.)

Waarom die ander verkeerd is: die verkeerde opsies is bloot ander sporte van die 10 %-leer —

- **A** (1 jaar) sou die saldo op R11 000 laat.
- **B** (3 jaar) sou dit tot R13 310 laat groei.
- **D** (4 jaar) sou dit tot R14 641 laat groei.

Net 2 jaar land presies op R12 100. As twee verskillende sporte albei aanneemlik voel, beteken dit die groeifaktor is nooit werklik bereken nie — doen altyd eers die deling A/P .

Onthou: Deel A deur P om die groeifaktor te kry, en pas dit dan by 'n bekende mag van $(1 + i)$. Hierdie "deel, dan herken"-roetine los elke vind- n -saamgestelde vraag op wat die NBT kan vra.

Afdeling 7.3 — Waardevermindering

Q11 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Reguitlynwaardevermindering is enkelvoudige rente in trurat: **dieselfde randbedrag** gaan elke jaar verlore, altyd gebaseer op die oorspronklike prys.

Verlies per jaar: $200\,000 \times 0.08 = \text{R}16\,000$

Oor 5 jaar: $5 \times 16\,000 = \text{R}80\,000$ verloor, wat **R120 000** oorlaat.

Per formule: $A = P(1 - rt) = 200\,000(0.60) = \text{R}120\,000$

Waarom die ander verkeerd is — elkeen gebruik die verkeerde koers:

- **A** (R100 000) skryf die helfte af — dit verg 10 %, nie 8 % nie.
- **C** (R140 000) skryf R12 000 per jaar af — 'n koers van 6 %.
- **D** (R160 000) skryf R8 000 per jaar af — 4 %, presies die helfte van die ware koers.

Onthou: Dink "rand verloor per jaar $\times$ jare". Ná 5 jaar teen 8 % is 40 % weg en 60 % oor — wat alles is wat $(1 - rt)$ sê.

Q12 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

Verminderende saldo is saamgestelde rente wat afdraand loop: elke jaar verloor die bate 20 % van **sy huidige waarde**, dus krimp die randverlies. Kyk na die ketting:

$$100\,000 \rightarrow 80\,000 \rightarrow 64\,000 \rightarrow R51\,200$$

Die verliese is R20 000, R16 000, R12 800 — elke keer kleiner, want die 20 % kom van 'n kleiner basis af.

$$A = P(1 - i)^n = 100\,000(0.8)^3 = R51\,200$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (R60 000) is reguitlyndenke, en dan net twee jaar daarvan.
- **D** (R48 000) het R64 000 bereik en toe **weer** R16 000 afgetrek, in plaas daarvan om 20 % op die nuwe saldo te herbereken.
- **B** (R52 000) het 0.8^3 tot 0.52 afgerond in plaas van tot 0.512.

Onthou: Vermenigvuldig jaar vir jaar met 0.8 — $100 \rightarrow 80 \rightarrow 64 \rightarrow 51.2$ is drie vinnige stappe en kan nie verkeerd loop nie.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Werk albei metodes uit en vergelyk.

Reguitlyn verwyder elke jaar 'n plat R20 000 (20 % van die *oorspronklike*):

$$A = 100\,000(1 - 0.60) = R40\,000$$

Verminderende saldo verwyder 20 % van die *huidige* waarde — R20 000, dan R16 000, dan R12 800:

$$A = 100\,000(0.8)^3 = R51\,200$$

Verminderende saldo laat **meer** oor, want sy aftrekkings krimp.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** het albei getalle reg maar **omgeruil** — die klassieke fout by vergelykingsvrae. Anker dit: krimpende aftrekkings moet die hoër waarde oorlaat.
- **A** gee albei metodes die reguitlynantwoord, en ontken juis die verskil wat getoets word.
- **C** sê hulle stem altyd ooreen — slegs waar ná een jaar.

Onthou: Teen dieselfde koers bereik reguitlyn nul in 'n eindige tyd; verminderende saldo verval vir ewig sonder om ooit heeltemal daar te kom. As jou getalle reg is maar jou letter verkeerd, het jy vir die omruiling geval.

Q14 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

'n Omgekeerde probleem. Vind die **verlies**, versprei dit gelykop oor die jare, en druk dan een jaar se verlies as 'n persentasie van die oorspronklike uit.

Totale verlies: $150\,000 - 60\,000 = R90\,000$

Per jaar: $90\,000 \div 6 = R15\,000$

As 'n koers: $\frac{15\,000}{150\,000} = 10\%$

Algebraïes: $60\,000 = 150\,000(1 - 6r) \Rightarrow r = 0.10$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (12 %) het die verlies van 60 % deur **5** jaar gedeel in plaas van 6.
- **A** (6 %) het die *oorblywende* 40 % gedeel in plaas van die bedrag wat **verloor** is.
- **B** (8 %) druipt die kontrole: 8 % vir 6 jaar laat R78 000 oor, nie R60 000 nie.

Onthou: $r = (1 - A/P)/t$ — of in woorde, "totale verlies $\div$ jare $\div$ oorspronklike prys", wat baie moeiliker is om onder druk te verknoei.

Q15 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Verminderende saldo in trurat. Twee jaar beteken die oorspronklike is met $(1 - i)^2$ vermenigvuldig.

Stap 1 — Isoleer die faktor. $(1 - i)^2 = \frac{64\,000}{100\,000} = 0.64$

Stap 2 — Neem die vierkantswortel. $1 - i = 0.8$

Stap 3 — Lees die koers af. $i = 0.20 = 20\%$

Kontroleer: $100\,000 \rightarrow 80\,000 \rightarrow 64\,000 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (36 %) is die **totale** tweejaarverlies, nie die jaarlikse koers nie — ware inligting wat die verkeerde vraag beantwoord.
- **C** (18 %) halveer daardie totaal. Middeling werk vir reguitlyn, maar 'n saamgestelde verlies is groter in jaar een as in jaar twee.
- **A** (16 %) druipt die kontrole: $0.84^2 = 0.7056$ laat R70 560 oor.

Onthou: Isoleer $(1 - i)^n$, neem die n de wortel, trek van 1 af. Moet nooit 'n saamgestelde verlies deur deling na 'n jaarkoers omskakel nie — daardie kortpad hoort net by reguitlyn.

Afdeling 7.4 — Huurkoop

Q16 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Huurkoop volg altyd vier maatslae: **deposito** → **saldo** → **rente op daardie saldo** → **deel deur die aantal paaielemente**. Let op dat 24 maandelikse paaielemente 2 jaar se rente is.

Stap 1 — Deposito en saldo.

$$\text{Deposito} = 10\% \times 6\,000 = \text{R}600 \quad \text{Saldo} = \text{R}5\,400$$

Stap 2 — Rente (enkelvoudig, 2 jaar).

$$I = 5\,400 \times 0.10 \times 2 = \text{R}1\,080$$

Stap 3 — Totaal, dan maandeliks.

$$\frac{5\,400 + 1\,080}{24} = \frac{6\,480}{24} = \text{R}270$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (R225) is $5\,400 \div 24$ — die rente is heeltemal vergeet.
- **B** (R300) het die deposito nooit afgetrek nie, en hef op die volle R6 000.
- **D** (R312) impliseer R7 488 terugbetaal — meer as R2 000 se rente op R5 400. Niks in die vraag gee dit nie.

Onthou: Huurkooprente is enkelvoudige rente op die **openingsaldo**, vir die **volle termyn**. Dit krimp nie soos jy die skuld afbetaal nie — en dít is presies waarom huurkoop duur is.

Q17 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Die paalement word gegee, dus is daar geen rente om uit te werk nie. Die totaal is eenvoudig **deposito + al die paalemente**. Dit toets boekhouding: vind albei dele en laat nie een val nie.

Deposito: $0.15 \times 5\,000 = R750$

Paalemente: $18 \times 280 = R5\,040$

Totaal: R5 790 — dit is R790 bo die kontantprys, wat die finansieringskoste is.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R5 040) is die paalemente alleen — die **deposito het verdwyn**. Die algemeenste huurkoopfout.
- **B** (R5 400) en **C** (R5 600) is aanneemlik lykende getalle tussen die kontantprys en die ware koste, maar nie een is gelyk aan deposito + paalemente nie.

Onthou: Totale huurkoopkoste = deposito + (aantal paalemente $\times$ paalementbedrag). Skryf albei komponente neer voordat jy optel — die verkeerde opsies sit presies waar 'n oorgeslane komponent jou laat beland.

Q18 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Werk die koers wat binne die betalingsplan wegkruip terug uit.

Altesaam betaal: $12 \times 400 = R4\,800$

Rente: $4\,800 - 4\,000 = R800$

As 'n jaarlikse koers (die termyn is 1 jaar):

$$r = \frac{800}{4\,000} = 20\%$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (16 %) het deur die totaal **betaal** gedeel in plaas van deur die bedrag wat **gefinansier** is. Koerse word op die hoofsom aangehaal.
- **D** (12 %) eggo die "12" in die vraag — 'n oppervlakgetal-lokval.
- **B** (24 %) sou R960 se rente beteken, maar net R800 is gehef.

Onthou: Totaal betaal – prys = rente, en dan $r = \frac{I}{Pt}$. 'n Onskuldige "R400 per maand" verberg 'n jaarlikse koers van 20 % — net so 'n verbruikersles as 'n wiskundeles.

Q19 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Vier reëls — skryf elkeen neer. Die opsies is geplaas om enigeen te vang wat 'n stap oorslaan.

1. **Deposito:** $0.25 \times 12\,000 = R3\,000$
2. **Paaielemente:** $36 \times 350 = R12\,600$
3. **Totale huurkoop:** R15 600
4. **Ekstra bo kontant:** $15\,600 - 12\,000 = R3\,600$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (R4 200) is 350×12 — een **jaar** se paaielemente, wat 'n ander vraag beantwoord.
- **A** (R2 600) en **D** (R1 200) is wat gebroke kettings oplewer. Nie een pas by enige skoon metode nie.

Onthou: Ekstra koste = (deposito + al die paaielemente) – kontantprys. Vier kort reëls op papier klop dit om die ketting in jou kop te hou.

Q20 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

'n Lening is 'n belegging met die rolle omgekeer — die skuld is wat groei. Enkelvoudige rente, dus groei dit elke jaar met dieselfde bedrag.

Per jaar: 8 % van R20 000 = R1 600. Drie jaar tel R4 800 by, dus skuld jy **R24 800**.

Per formule: $A = 20\,000(1 + 0.24) = R24\,800$

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (R24 000) het 'n vermenigvuldiger van 1.20 gebruik — 0.08×3 is afgerond na "omtrent 20 %". Dit is presies 24 %.
- **D** (R25 250) is saamgestelde denke; die vraag sê **enkelvoudige**.
- **B** (R25 000) is ronde-getal-aas wat by geen koers in die vraag pas nie.

Onthou: $A = P(1 + rt)$. Wanneer die opsies naby mekaar saamdrom, is presiese rekenkunde — nie skatting nie — die beslisser.

Afdeling 7.5 — Inflasie en Werklike Waarde

Q21 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Inflasie stel presies soos rente saam — volgende jaar se verhoging word op hierdie jaar se *reeds verhoogde* prys bereken.

Jaar vir jaar: R5 000 styg met 20 % tot R6 000; dan styg R6 000 met 20 % (dit is nou R1 200, nie R1 000 nie) tot **R7 200**.

Formule:

$$A = 5\,000 \times (1.2)^2 = 5\,000 \times 1.44 = \text{R}7\,200$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (R6 000) pas slegs **een** jaar se inflasie toe — dit hou halfpad op.
- **A** (R7 000) is *enkelvoudige-groei-denke*: $20\% \times 2 = 40\%$, dus $5\,000 \times 1.4$. Dit mis die R200 wat kom van jaar twee se verhoging wat op jaar een se verhoging inwerk.
- **C** (R6 200) verknoei die kwadraat: $(1.2)^2 = 1 + 2(0.2) + 0.04 = 1.44$, maar as een van die twee kruisterme wegval, gee dit 1.24. Skryf 1.2×1.2 uit in plaas daarvan om dit in jou kop uit te brei.

Onthou: Toekomstige koste = $P(1 + \pi)^n$ — inflasie is saamgestelde groei op pryse toegepas. "Twee jaar teen 20 %" beteken $\times 1.44$, nooit $\times 1.40$ nie.

Q22 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Drie jaar se inflasie van 10 % beteken drie vermenigvuldigings met 1.1 — dieselfde leer as saamgestelde rente:

$$A = 3\,000 \times (1.1)^3 = 3\,000 \times 1.331 = \text{R}3\,993$$

Jaar-vir-jaar-kontrolle: R3 000 → R3 300 → R3 630 → R3 993 ✓.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R3 300) begroot vir **een** jaar se inflasie, nie drie nie.
- **B** (R3 900) is die enkelvoudige-groei-antwoord ($10\% \times 3 = 30\%$, dus $3\,000 \times 1.3$) — dit ignoreer dat elke jaar se verhoging op die vorige een saamstel.

- **D** (R4 000) is 'n skoon ronde getal wat met niks ooreenstem nie: dit sou totale inflasie van 33.3% vereis, en 1.1^3 is presies 1.331. Netjies lykende opsies sonder enige afleiding daaragter is lokvalle vir skatters.

Onthou: $1.1^3 = 1.331$ — die kamera kos oor drie jaar R993 meer. Begrotingsvrae is saamgestelde-groei-vrae met 'n inkopiesak aan.

Q23 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Die **werklike opbrengs** vra: nadat pryse gestyg het, hoeveel meer kan jou geld werklik *koop*? Die werkende benadering is 'n aftrekking:

$$\text{Werklike opbrengs} \approx \text{Nominaal} - \text{Inflasie} = 12\% - 8\% = 4\% \text{ p.a.}$$

Jou saldo groei met 12 %, maar alles wat jy sou kon koop, kos 8 % meer — dus wen jou koopkrag net omtrent 4 %.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (20 %) **tel** die koerse op. Inflasie werk teen jou opbrengs, nie saam daarmee nie — om op te tel maak finansiële geen sin nie.
- **C** (1.5 %) **deel** hulle ($12 \div 8$). Die verhouding van die twee koerse meet hier niks betekenisvols nie.
- **D** (8 %) eggo bloot die inflasiesyfer na jou terug — weer die oppervlakgetal-refleks.

Onthou: Werklik $\approx$ nominaal – inflasie, en daardie benadering is altyd aanvaarbaar op die NBT. (Die presiese Fisher-vergelyking gee $(1.12/1.08) - 1 \approx 3.7\%$ — naby aan 4 %, en die eksamen eis nooit daardie presiesheid nie.)

Q24 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Dieselfde aftrekking as Q23, maar die resultaat is **negatief**:

$$\text{Werklike opbrengs} \approx 8\% - 10\% = -2\%$$

Die saldo groei steeds in rand, maar pryse styg vinniger — dus koop daardie rande elke jaar omtrent 2 % minder.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (+2 %) het **agterstevoor** afgetrek. Die volgorde is jou koers minus inflasie, en die teken is die hele antwoord.
- **B** (18 %) het die koerse opgetel, wat sou beteken hoë inflasie *help* jou spaargeld.
- **D** is die "geldillusie" — om rykdom te beoordeel aan die getal op die saldo. Inflasie raak nie daardie getal nie; dit vreet wat die getal kan **koop**.

Onthou: Inflasie bo jou rentekoers beteken 'n **negatiewe** werklike opbrengs. Die NBT toets dit as 'n konsep — weet watter kant toe die aftrekking gaan.

Q25 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Een jaar, een verhoging — vermenigvuldig een keer met $(1 + \pi)$:

$$A = 500 \times 1.06 = R530$$

(6 % van R500 is R30, want 1 % van R500 is R5.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R506) tel ses *rand* by in plaas van ses *persent* — R6 is 6 % van R100, nie van R500 nie. Verwarring tussen persent en rand is die oudste lokval in inflasievrae.
- **D** (R550) tel 10 % by — die ronde-getal-refleks wat die werklike koers in die vraag oorheers.
- **B** (R560) tel 12 % by, dubbel die ware koers — die spoor van 6 % wat twee keer toegepas is, of van 'n desimaal wat weggegly het.

Onthou: Vir een jaar, $A = P(1 + \pi)$. Skakel die persentasie behoorlik om — 6 % van R500 = R30 — dus moet die begroting tot R530 styg. (Dit is 'n ekstra R30 per jaar, en dit is waarom voedselinflasie seermaak.)

Afdeling 7.6 — Wisselkoerse

Q26 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Die koers "R18 = \$1" sê elke dollar *kos* R18. Om te vind hoeveel dollar R9 000 koop, vra: hoeveel R18-brokke pas in R9 000?

$$\text{USD} = \frac{9\,000}{18} = \$500$$

Toets altyd eerste of dit sin maak: 'n dollar is baie rand werd, dus moet die omskakeling van rand na dollar 'n veel **kleiner** getal gee. Om "kleiner" te verwag voordat jy bereken, maak die rigtingfout onmoontlik.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (\$162 000) vermenigvuldig in plaas van deel — presies die rigtingfout wat daardie toets moet vang; R9 000 is nêrens naby soveel dollar nie.
- **A** (\$50) deel deur 180 — 'n desimaal wat laat val is, of 'n ekstra nul wat R18 in R180 per dollar verander.
- **C** (\$450) deel deur 'n "ronder" 20 in plaas van 18 — 'n skatting wat nooit weer na presiese rekenkunde opgegradeer is nie.

Onthou: ZAR → USD: deel deur die rand-per-dollar-koers. Besluit *voordat* jy bereken of die antwoord groter of kleiner moet wees as waarmee jy begin het — daardie een gewoonte skakel die helfte van die opsies onmiddellik uit.

Q27 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Elke dollar is R17.50 werd, dus is 200 daarvan werd:

$$\text{ZAR} = 200 \times 17.50 = \text{R}3\,500$$

Roete sonder 'n sakrekenaar: $200 \times 17.5 = 200 \times 17 + 200 \times 0.5 = 3\,400 + 100$. En toets of dit sin maak: dollar na rand moet 'n **groter** getal gee — R3 500 vir \$200 pas.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R3 000) vermenigvuldig met 15, en **C** (R4 000) vermenigvuldig met 20 — albei is die wisselkoers wat na 'n "mooier" getal afgerond is. Die NBT kies juis koerse soos 17.50 omdat hulle presies berekenbaar is; om af te rond is om te kies om die vraag verkeerd te kry.
- **D** (R2 857) impliseer 'n koers van $2\,857/200 \approx \text{R}14.29$ per dollar — 'n getal wat nêrens in die vraag verskyn nie, en een wat \$200 *minder* werd sou maak as wat die aangehaalde koers toelaat.

Onthou: USD → ZAR: vermenigvuldig met die rand-per-dollar-koers. Verdeel lastige vermenigvuldigings ($\times 17.5 = \times 17 + \times 0.5$) in plaas daarvan om hulle weg te rond.

Q28 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Twee heffings: die geldeenheid, en dan die bank se fooi bo-op.

1. **Geldeenheid:** $500 \times 16 = \text{R}8\,000$
2. **Kommissie:** $2\% \times 8\,000 = \text{R}160$
3. **Totaal:** $\text{R}8\,160$

Watter kant toe gaan die fooi? Vra *wie betaal vir wie*. Jy koop 'n diens, dus **tel** die fooi by.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** ($\text{R}8\,000$) het die kommissie heeltemal vergeet.
- **C** ($\text{R}7\,840$) het dit **afgetrek**, asof die bank jou vir die voorreg betaal het.
- **D** ($\text{R}8\,320$) het dit twee keer gehef.

Onthou: Fooie beweeg die totaal altyd **teen** jou. As jou aangepaste antwoord beter is as die kaal omskakeling, het jy die fooi die verkeerde kant toe gewys.

Q29 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Volg die twee randbedrae.

Gekoop: $\$1\,000$ teen $\text{R}15$ het $\text{R}15\,000$ gekos. **Verkoop:** $\$1\,000$ teen $\text{R}18$ bring $\text{R}18\,000$ in.

$$\text{Wins} = \text{R}3\,000$$

Die intuïsie: jy het dollars gehou terwyl elke dollar drie rand bygekry het. 'n Hoër koers ('n swakker rand) is **goed** vir die een wat dollars hou.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** ($\text{R}3\,000$ verlies) het die regte grootte, verkeerde teken — die "die rand het verswak, dus het ek verloor"-refleks. Daardie verswakking is presies wat jou dollars meer werd gemaak het.
- **A** ($\text{R}1\,000$ verlies) leen die $\$1\,000$ uit die vraag en voeg 'n tekenfout by.
- **B** ($\text{R}1\,500$) lyk soos 'n opbrengs van 10% , maar geen 10% bestaan hier nie. Die wins is $\text{R}3$ per dollar op $1\,000$ dollar.

Onthou: $\text{Wins} = (\text{verkoopkoers} - \text{koopkoers}) \times \text{bedrag gehou}$. Besluit **wie baat vind** voordat jy die rekenkunde doen — dit sluit die teken vas.

Q30 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking**

Die aangehaalde koers is die **prys van een euro**. As die koper wil jy die laagste prys hê — net soos wanneer jy enigiets anders koop.

Spandeer R1 000 by elke bank:

- Bank B (R19.50) → €51.3
- Bank A (R20.00) → €50.0
- Bank C (R20.50) → €48.8

Bank B gee die meeste euro.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (Bank C) kies die **hoogste** koers. Dit is reg wanneer jy euro *verkoop*, agterstevoor wanneer jy koop.
- **A** (Bank A) kies die rondste getal, nie die beste een nie.
- **C** sê dit maak geen verskil nie — die R1 000-toets hierbo weerlê dit.

Onthou: Wanneer jy buitelandse valuta koop, wen die laagste koers. Wanneer jy verkoop, wen die hoogste. As jou kop leeg raak, laat loop R1 000 deur twee banke en vergelyk.

Afdeling 7.7 — Tydwaarde van Geld**Q31 — Gevorderd — Antwoord: B****Verduideliking**

Afsonderlike deposito's, elkeen groei vir 'n ander tydsduur. Deposito's land aan die *einde* van elke jaar, dus groei die eerste een 2 jaar en die laaste een 0.

Betaling	Jare	Waarde by jaar 3
Jaar 1	2	$1000(1.1)^2 = 1210$
Jaar 2	1	$1000(1.1) = 1100$
Jaar 3	0	1000
Totaal		R3 310

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R3 000) het glad geen rente nie.
- **C** (R3 300) pas 10 % een keer op die hele R3 000 toe, asof elke deposito op dag een aangekom het.
- **D** (R3 460) pas by geen tydsberekening nie. Die enigste verdedigbare antwoorde is R3 310 (einde van die jaar) en R3 641 (begin van die jaar).

Onthou: Bou die tabel — een ry per deposito, elkeen met sy eie groeiperiode. Die laaste betaling aan die einde van die jaar verdien **niks**, en dít is wat eksaminatore toets.

Q32 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Twee stadiums: vind eers die **totale skuld** (hoofsom plus al die enkelvoudige rente), en deel dit dan gelykop oor die betalings.

Stap 1 — totaal verskuldig ná 4 jaar.

$$A = 50\,000(1 + 0.20 \times 4) = 50\,000 \times 1.8 = R90\,000$$

Stap 2 — verdeel in 4 gelyke paaielemente.

$$\frac{90\,000}{4} = R22\,500$$

Waarom die ander verkeerd is: die verkeerde opsies is 'n museum van aftelfoute —

- **A** (R12 500) deel die kaal R50 000 deur 4: die **rente het nooit gebeur nie**.
- **B** (R20 000) hef rente vir slegs **3** jaar ($50\,000 \times 1.6 = 80\,000$, dan $\div 4$) — een jaar te min in die telling.
- **D** (R25 000) hef rente vir **5** jaar ($50\,000 \times 2.0 = 100\,000$, dan $\div 4$) — dieselfde aftelfout wat die ander kant toe leun.

Onthou: Eers die totaal, dan die deling. Die verkeerde opsies verskil *slegs* in hoeveel jaar se rente gehef is — wat jou presies vertel wat die eksaminator verwag studente sal verknoei. Tel die jare doelbewus.

Q33 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Hoe ingewikkeld 'n spaarplan ook al lyk, die totale rente is altyd dieselfde eenreëlige som: **waarmee jy geëindig het minus wat jy ingesit het**.

Stap 1 — totaal bygedra. $24 \times 500 = \text{R}12\,000$. (Dit word in die vraag gestel, maar verifieer dit in elk geval — om die deposito's verkeerd te totaliseer is waar hierdie vraag werklik verloor word.)

Stap 2 — trek af.

$$\text{Rente} = 13\,200 - 12\,000 = \text{R}1\,200$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (R1 300), **C** (R800) en **D** (R1 800) is almal buurt-lokvalle — nie een stem ooreen met enige korrekte paring van "finale bedrag" en "totaal gedeponeer" nie. Hulle straf twee gewoontes: om in jou kop af te trek, en om nie $24 \times 500 = 12\,000$ neer te skryf voordat jy aftrek nie. Doen albei stappe op papier en die verkeerde opsies het niks om aan vas te gryp nie.

Onthou: Totale rente = opgehoopde bedrag – totale bydraes, wat ook al die depositopatroom is. Die formule verander nooit; net die boekhouding verander.

Q34 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Per-jaar-siening: 12 % van R100 000 is R12 000 se rente per jaar. Vyf jaar:

$$I = Prt = 100\,000 \times 0.12 \times 5 = \text{R}60\,000$$

(Ekwivalent: die totaal verskuldig is $100\,000 \times 1.6 = \text{R}160\,000$, waarvan R60 000 rente is.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R12 000) is **een** jaar se rente — die per-jaar-syfer wat as die totaal aangebied word.
- **B** (R48 000) is **vier** jaar se rente ($12\,000 \times 4$) — weer die aftelfout van een.
- **C** (R50 000) is "die helfte van die lening" — 'n ronde getal wat by 'n koers van 10 % pas, nie by die 12 % in die vraag nie.

Onthou: $I = Prt$. Anker jouself met die per-jaar-bedrag (R12 000) en die verkeerde opsies ontmasker hulself as 1 jaar, 4 jaar, en "10 %-geurige" bedrieërs van die vyfjaartotaal.

Q35 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Huidige waarde laat saamgestelde rente agteruit loop: wat moet jy **vandag** plant om tot R14 641 te groei? Groei vermenigvuldig met $(1 + i)^n$, dus deel ontgroeïng:

$$P = \frac{14\,641}{(1.1)^4} = \frac{14\,641}{1.4641} = \text{R}10\,000$$

Die getalle is doelbewus vriendelik — weer die Pascal-syfers 1, 4, 6, 4, 1.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (R11 000) het deur 1.1^3 gedeel — een jaar te kort.
- **C** (R12 100) het deur 1.1^2 gedeel — twee jaar te kort.
- **D** (R9 900) is aas vir skatters. Selfs die naaste beginselvaste fout (vermenigvuldig met 0.9^4) gee R9 606, nie R9 900 nie — om deur 1.1 te deel en om met 0.9 te vermenigvuldig is verskillende bewerkings.

Onthou: $HW = \text{toekomstige bedrag} \div (1 + i)^n$, en kontroleer vorentoe: $10\,000 \times 1.4641 = 14\,641 \checkmark$.

Ontgroeing is **deling** deur die groeifaktor, nooit aftrekking van die persentasie nie.

Gemengde Oefening

M1 — Basies

Onderwerp: Vereenvoudiging van uitdrukkings

Vereenvoudig $\frac{6x^2y}{2xy^2}$.

- A) $\frac{3x}{y}$
 - B) $3xy$
 - C) $\frac{3y}{x}$
 - D) $3x^2y$
-

M2 — Basies

Onderwerp: Getalbegrip — wetenskaplike notasie

Skryf 0.00045 in wetenskaplike notasie.

- A) 4.5×10^3
 - B) 4.5×10^{-3}
 - C) 4.5×10^{-4}
 - D) 45×10^{-5}
-

M3 — Basies

Onderwerp: Funksies — definisieversameling

Wat is die definisieversameling van $f(x) = \frac{1}{x-2}$?

- A) $x \geq 2$
 - B) $x \neq 2$
 - C) $x > 2$
 - D) Alle reële getalle
-

M4 — Intermediêr**Onderwerp:** Trigonometrie — presiese waarde

$$\cos 60^\circ =$$

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) 1
-

M5 — Basies**Onderwerp:** Algebra — oplossing van 'n lineêre vergelyking

$$\text{Los } 3x - 7 = 14 \text{ op.}$$

- A) 7
 - B) $\frac{7}{3}$
 - C) 21
 - D) $\frac{14}{3}$
-

M6 — Basies**Onderwerp:** Meetkunde — buitehoek

'n Buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan:

- A) Die som van die binnehoeke
 - B) 90°
 - C) Die som van die twee nie-aangrensende binnehoeke
 - D) Die aangrensende binnehoek
-

M7 — Intermediêr**Onderwerp:** Data — IKO

'n Datastel het $Q_1 = 14$ en $Q_3 = 26$. Die IKO is:

- A) 40
 - B) 20
 - C) 12
 - D) 26
-

M8 — Intermediêr**Onderwerp:** Saamgestelde rente

R5 000 word teen 20 % p.j. saamgestelde rente vir 3 jaar belê. Die opgehoopte waarde is:

- A) R8 000
 - B) R8 500
 - C) R8 600
 - D) R8 640
-

M9 — Intermediêr**Onderwerp:** Algebra — kwadratiese formule

Gebruik die kwadratiese formule om $x^2 - 6x + 8 = 0$ op te los.

- A) $x = 2$ of $x = 4$
 - B) $x = -2$ of $x = -4$
 - C) $x = 1$ of $x = 8$
 - D) slegs $x = 3$
-

M10 — Basies**Onderwerp:** Getalbegrip — verhouding

As $x : y = 2 : 5$ en $y = 35$, vind x .

- A) 7
 - B) 17.5
 - C) 14
 - D) 70
-

M11 — Basies**Onderwerp:** Funksies — identifisering van 'n parabool

Die grafiek van $f(x) = 2x^2 - 3$ het 'n y -afsnit by:

- A) (0, 2)
 - B) (0, -3)
 - C) (3, 0)
 - D) (-3, 0)
-

M12 — Intermediêr**Onderwerp:** Trigonometrie — sinusreël

In $\triangle ABC$: $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $a = 6$. Vind b .

- A) $3\sqrt{2}$
 - B) $4\sqrt{2}$
 - C) $6\sqrt{2}$
 - D) 6
-

M13 — Basies**Onderwerp:** Data — waarskynlikheid

'n Sak het 4 rooi, 3 blou en 5 groen balle. $P(\text{groen}) =$

- A) $\frac{5}{7}$
 - B) $\frac{5}{9}$
 - C) $\frac{1}{5}$
 - D) $\frac{5}{12}$
-

M14 — Intermediêr**Onderwerp:** Huurkoop

'n Item kos R6 000 kontant. Huurkoop: 20 % deposito, 12 maandelikse paaieimente teen 15 % p.j. enkelvoudige rente. Maandelikse paaieiment?

- A) R400
 - B) R460
 - C) R575
 - D) R500
-

M15 — Basies**Onderwerp:** Algebra — faktorisering van 'n drieterm

Faktoriseer $x^2 + 7x + 12$.

- A) $(x + 3)(x + 4)$
 - B) $(x + 2)(x + 6)$
 - C) $(x + 1)(x + 12)$
 - D) $(x - 3)(x - 4)$
-

M16 — Intermediêr**Onderwerp:** Funksies — eksponensiële grafiek

Die grafiek van $y = 2^x$ gaan deur watter een van die volgende punte?

- A) $(-1, 0)$
 - B) $(0, 0)$
 - C) $(3, 9)$
 - D) $(3, 8)$
-

M17 — Intermediêr**Onderwerp:** Reguitlynwaardevermindering

'n Voertuig wat vir R320 000 gekoop is, verminder teen 10 % p.j. in waarde volgens die reguitlynmetode. Waarde ná 4 jaar?

- A) R192 000
 - B) R200 000
 - C) R196 000
 - D) R180 000
-

M18 — Basies**Onderwerp:** Meetkunde — oppervlakte van 'n sirkel

'n Sirkel het 'n radius van 7 cm. Sy oppervlakte is:

- A) $14\pi \text{ cm}^2$
 - B) $49\pi \text{ cm}^2$
 - C) $7\pi \text{ cm}^2$
 - D) $28\pi \text{ cm}^2$
-

M19 — Intermediêr**Onderwerp:** Data — vereniging van gebeurtenisse $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A \cap B) = 0.15$. Vind $P(A \cup B)$.

- A) 0.75
 - B) 0.9
 - C) 0.65
 - D) 0.20
-

M20 — Intermediêr**Onderwerp:** Saamgestelde rente — vind P

'n Belegging stel teen 10 % p.j. saam. Ná 2 jaar is die saldo R12 100. Wat was die oorspronklike hoofsom?

- A) R11 000
 - B) R10 500
 - C) R9 900
 - D) R10 000
-

M21 — Basies**Onderwerp:** Algebra — eksponentwetteVereenvoudig $\frac{2^5 \times 2^3}{2^6}$.

- A) 4
 - B) 8
 - C) 2
 - D) 16
-

M22 — Intermediêr**Onderwerp:** Wisselkoerse

R14 = \$1. Jy het R7 000. Hoeveel Amerikaanse dollar kan jy koop (ignoreer kommissie)?

- A) \$98 000
 - B) \$700
 - C) \$500
 - D) \$7.14
-

M23 — Intermediêr**Onderwerp:** Funksies — voltooiing van die vierkant

Skryf $x^2 - 4x + 7$ in die vorm $(x - a)^2 + b$.

- A) $(x - 4)^2 + 7$
 - B) $(x - 2)^2 + 11$
 - C) $(x - 2)^2 + 3$
 - D) $(x + 2)^2 + 3$
-

M24 — Intermediêr**Onderwerp:** Meetkunde — Pythagoras

'n Leer van 13 m lank leun teen 'n muur. Die voet is 5 m van die muur af. Hoe hoog teen die muur reik die leer?

- A) 8 m
 - B) 14 m
 - C) 10 m
 - D) 12 m
-

M25 — Intermediêr**Onderwerp:** Enkelvoudige rente — vind die koers

R6 000 groei in 2 jaar tot R7 800 onder enkelvoudige rente. Die jaarlikse rentekoers is:

- A) 15 % p.j.
 - B) 18 % p.j.
 - C) 12 % p.j.
 - D) 20 % p.j.
-

M26 — Intermediêr**Onderwerp:** Inflasie

'n Huis kos vandag R500 000. As eiendomspryse vir 3 jaar teen 10 % p.j. inflasie ondergaan, sal sy toekomstige prys wees:

- A) R650 000
 - B) R550 000
 - C) R665 500
 - D) R660 000
-

M27 — Basies**Onderwerp:** Algebra — gelyktydige vergelykings

Los $x + y = 10$ en $x - y = 4$ op.

- A) $x = 8, y = 2$
 - B) $x = 6, y = 4$
 - C) $x = 7, y = 3$
 - D) $x = 4, y = 6$
-

M28 — Intermediêr**Onderwerp:** Verminderende-saldo-waardevermindering

Toerusting wat R81 000 kos, verminder elke jaar met $\frac{1}{3}$ van sy waarde (verminderende saldo).
Waarde ná 2 jaar?

- A) R27 000
 - B) R54 000
 - C) R36 000
 - D) R40 500
-

M29 — Gevorderd**Onderwerp:** Saamgestelde rente — huidige waarde

Hoeveel moet nou teen 10 % p.j. saamgesteld belê word om oor 2 jaar R12 100 te hê?

- A) R10 000
 - B) R11 000
 - C) R9 900
 - D) R10 500
-

M30 — Intermediêr**Onderwerp:** Data — gemiddeld en uitskieter

'n Datastel {6, 8, 10, 12, 100} het 'n gemiddeld van 27.2. Nadat 100 verwyder is, is die nuwe gemiddeld:

- A) 12
- B) 8
- C) 9
- D) 36

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. A	M2. C	M3. B	M4. C	M5. A
M6. C	M7. C	M8. D	M9. A	M10. C
M11. B	M12. C	M13. D	M14. B	M15. A
M16. D	M17. A	M18. B	M19. A	M20. D
M21. A	M22. C	M23. C	M24. D	M25. A
M26. C	M27. C	M28. C	M29. A	M30. C

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: A

Stap 1 — Deel die getalle: $6 \div 2 = 3$.

Stap 2 — Trek die eksponente vir elke letter af: $x^{2-1} = x$ en $y^{1-2} = y^{-1}$.

Stap 3 — $3xy^{-1} = \frac{3x}{y}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die eksponente bygetel in plaas van afgetrek.
- **C** omgeruil watter letter onder beland.
- **D** x^2 gelaat en niks met y gedoen nie.

Onthou: Deel die koëffisiënte, trek die eksponente af. 'n Negatiewe eksponent beteken die letter hoort in die noemer.

M2 — Antwoord: C

Stap 1 — Wetenskaplike notasie is $a \times 10^n$ met $1 \leq a < 10$.

Stap 2 — Skuif die punt vier plekke regs om 4.5 te kry, dus $n = -4$.

Stap 3 — 4.5×10^{-4} .

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** positiewe eksponent — dit sou die getal groter maak, nie kleiner nie.
- **B** die punt net drie plekke geskuif.
- **D** 45 lê nie tussen 1 en 10 nie, dus is dit nie standaardvorm nie.

Onthou: Tel die plekke wat jy die desimale punt skuif. Om REGS te skuif (die syfers groter te maak) beteken 'n NEGATIEWE eksponent.

M3 — Antwoord: B

Stap 1 — 'n Breuk is ongedefinieer wanneer sy noemer nul is.

Stap 2 — $x - 2 = 0$ wanneer $x = 2$.

Stap 3 — Dus elke reële getal behalwe 2: $x \neq 2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** sluit geldige waardes onder 2 uit en sluit 2 steeds in.
- **C** sluit alles onder 2 sonder rede uit.
- **D** sluit $x = 2$ in, waar die funksie ongedefinieer is.

Onthou: 'n Noemer verbied slegs die waardes wat dit NUL maak — nie 'n hele helfte van die getallelyn nie.

M4 — Antwoord: C

Stap 1 — 60° is 'n spesiale hoek.

Stap 2 — $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Stap 3 — (Vergelyk $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ is $\sin 60^\circ$ of $\cos 30^\circ$.
- **B** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ is $\cos 45^\circ$.
- **D** $\cos 0^\circ = 1$.

Onthou: Namate die hoek van 0° tot 90° groei, KRIMP kosinus van 1 tot 0. 'n Groot hoek kan nie 'n groot kosinus hê nie.

M5 — Antwoord: A**Stap 1** — Tel 7 by albei kante: $3x = 21$.**Stap 2** — Deel deur 3.**Stap 3** — $x = 7$.*Waarom die ander verkeerd is:*

- **B** 7 deur 3 gedeel in plaas van dit eers oor te dra.
- **C** by $3x = 21$ gestop.
- **D** 14 deur 3 gedeel sonder om die 7 te skuif.

Onthou: Maak die optelling ongedaan voor die vermenigvuldiging — die omgekeerde van die volgorde waarin die uitdrukking gebou is.

M6 — Antwoord: C**Stap 1** — 'n Buitehoek en sy aangrensende binnehoek vorm 'n reguit lyn.**Stap 2** — Die drie binnehoeke tel ook op tot 180° .**Stap 3** — Die buitehoek is dus gelyk aan die som van die twee NIE-AANGRENSENDE binnehoeke.*Waarom die ander verkeerd is:*

- **A** die drie binnehoeke tel op tot 180° , wat nie een buitehoek is nie.
- **B** slegs waar in 'n spesifieke reghoekige geval.
- **D** die buitehoek is SUPPLEMENTÊR tot die aangrensende een, nie gelyk nie.

Onthou: Buitehoek = som van die twee TEENORSTAANDE binnehoeke. Dit volg daaruit dat albei somme 180° is, en dit spaar elke keer 'n stap.

M7 — Antwoord: C

Stap 1 — Die interkwartielafstand is $Q_3 - Q_1$.

Stap 2 — $26 - 14$.

Stap 3 — $= 12$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die kwartiele opgetel.
- **B** 'n ander paar waardes gebruik.
- **D** Q_3 alleen gerapporteer.

Onthou: Die interkwartielafstand is een aftrekking: boonste kwartiel minus onderste kwartiel. Dit meet die middelste helfte van die data en ignoreer die uiterstes.

M8 — Antwoord: D

Stap 1 — Saamgestelde rente: $A = P(1 + i)^n$.

Stap 2 — $A = 5000(1.2)^3$.

Stap 3 — $1.2^3 = 1.728$, dus $A = 8640$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ENKELVOUDIGE rente gebruik: $5000(1 + 0.2 \times 3) = 8000$.
- **B** 1.2^2 gebruik en een jaar se rente bygetel.
- **C** 1.728 tot 1.72 afgerond.

Onthou: Saamgestel is 'n MAG, enkelvoudig is 'n veelvoud. Oor drie jaar teen 20% is die verskil R640 — klein genoeg om aanneemlik en verkeerd te lyk.

M9 — Antwoord: A

Stap 1 — $a = 1, b = -6, c = 8$, dus $\Delta = 36 - 32 = 4$.

Stap 2 — $x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$.

Stap 3 — $x = 4$ of $x = 2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** albei tekens omgeruil; hierdie wortels vermenigvuldig tot $+8$ maar tel op tot -6 .
- **C** faktore 1 en 8 gebruik, wat tot 9 optel.
- **D** sou $\Delta = 0$ verg.

Onthou: Toets met die som en produk: die wortels moet tot 6 optel en tot 8 vermenigvuldig. 2 en 4 doen; -2 en -4 vermenigvuldig reg maar tel op tot -6 .

M10 — Antwoord: C

Stap 1 — $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$ met $y = 35$.

Stap 2 — $\frac{x}{35} = \frac{2}{5}$.

Stap 3 — $x = 35 \times \frac{2}{5} = 14$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\frac{1}{5}$ van 35 gebruik.
- **B** 'n helfte gebruik.
- **D** met 2 vermenigvuldig sonder om deur 5 te deel.

Onthou: Een deel is $35 \div 5 = 7$, dus is twee dele 14. Om in DELE te werk is gewoonlik vinniger as kruisvermenigvuldiging.

M11 — Antwoord: B

Stap 1 — Die y -afsnit is die waarde wanneer $x = 0$.

Stap 2 — $f(0) = 2(0)^2 - 3 = -3$.

Stap 3 — Die punt is $(0, -3)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die koëffisiënt 2 afgelees in plaas van die konstante.
- **C** die koördinate omgeruil.
- **D** die koördinate en die teken omgeruil.

Onthou: Vir 'n y -afsnit stel $x = 0$; die antwoord is altyd die konstante term. Die punt het $x = 0$, dus is dit $(0, c)$.

M12 — Antwoord: C

Stap 1 — Sinusreël: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

Stap 2 — $b = \frac{6 \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}$.

Stap 3 — $= 6\sqrt{2}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** twee keer deur 2 gedeel.
- **B** $a = 4$ gebruik.
- **D** $\sin 45^\circ = \sin 30^\circ$ gebruik.

Onthou: Om deur $\frac{1}{2}$ te deel VERDUBBEL. Dit is waarom die antwoord groter is as die sy waarmee jy begin het.

M13 — Antwoord: D**Stap 1** — Totale balle: $4 + 3 + 5 = 12$.**Stap 2** — Groen balle: 5.**Stap 3** — $\frac{5}{12}$.*Waarom die ander verkeerd is:*

- **A** 7 as die totaal gebruik — die nie-groen balle.
- **B** 9 as die totaal gebruik.
- **C** $\frac{1}{5}$ gebruik en die tellings heeltemal geïgnoreer.

Onthou: Die noemer is ELKE bal, die groenes ingesluit. Om net die ander te tel is die standaardglips.**M14 — Antwoord: B****Stap 1** — Deposito: 20% van $6000 = 1200$, wat 4800 laat om te finansier.**Stap 2** — Enkelvoudige rente vir een jaar: $4800 \times 0.15 = 720$.**Stap 3** — Totaal verskuldig $= 4800 + 720 = 5520$, oor 12 maande: $5520 \div 12 = 460$.*Waarom die ander verkeerd is:*

- **A** die saldo deur 12 gedeel sonder rente.
- **C** die volle R6 000 gefinansier in plaas van die saldo ná die deposito.
- **D** 'n deposito van R600 gebruik.

Onthou: Deposito eerste, dan rente op wat OORBLY. Om rente op die volle prys te hef is die algemeenste huurkoopfout.

M15 — Antwoord: A

Stap 1 — Twee getalle wat tot 12 vermenigvuldig en tot 7 optel.

Stap 2 — $3 \times 4 = 12$ en $3 + 4 = 7$ ✓

Stap 3 — $(x + 3)(x + 4)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $2 \times 6 = 12$ maar $2 + 6 = 8$.
- **C** $1 \times 12 = 12$ maar $1 + 12 = 13$.
- **D** $(x - 3)(x - 4)$ gee $+12$ maar $-7x$.

Onthou: Lys die faktorpare van die konstante, kies dan die paar met die regte SOM. Albei tekens hier positief, want die produk en die som is albei positief.

M16 — Antwoord: D

Stap 1 — Vervang elke x en kyk watter y uitkom.

Stap 2 — $2^3 = 8$, dus lê $(3, 8)$ op die grafiek ✓

Stap 3 — ('n Eksponensiaal bereik nooit 0 nie, wat twee opsies met een oogopslag uitskakel.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $2^{-1} = \frac{1}{2}$, nie 0 nie — en $y = 2^x$ is nooit 0 nie.
- **B** $2^0 = 1$, dus gaan die grafiek deur $(0, 1)$.
- **C** $2^3 = 8$, nie 9 nie — dit sou 3^2 wees.

Onthou: $y = 2^x$ is altyd positief, dus is enige punt met $y = 0$ onmoontlik. Toets die oorblywendes deur te vervang.

M17 — Antwoord: A

Stap 1 — Reguitlyn-waardevermindering trek elke jaar dieselfde bedrag af.

Stap 2 — 10% van die OORSPRONKLIKE 320 000 is 32 000 per jaar.

Stap 3 — Ná 4 jaar: $320\,000 - 4(32\,000) = 192\,000$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** 3.75 jaar gebruik, of afgerond.
- **C** 'n koers effens onder 10% gebruik.
- **D** verminderende saldo vir 'n deel van die tyd gebruik.

Onthou: Reguitlyn gebruik altyd die OORSPRONKLIKE waarde; verminderende saldo gebruik die huidige een. Dieselfde koers gee verskillende antwoorde, en die vraag sê watter een om te gebruik.

M18 — Antwoord: B

Stap 1 — Oppervlakte van 'n sirkel is πr^2 .

Stap 2 — $r = 7$, dus $r^2 = 49$.

Stap 3 — $49\pi \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $2\pi r$ gebruik, die omtrek.
- **C** πr gebruik.
- **D** $4\pi r$ gebruik.

Onthou: πr^2 vir oppervlakte. Om 7 te kwadreer gee 49 — as die antwoord soos twee keer die radius lyk, het jy die omtrekformule gebruik.

M19 — Antwoord: A

Stap 1 — Die optelreël: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Stap 2 — $= 0.5 + 0.4 - 0.15$.

Stap 3 — $= 0.75$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** opgetel sonder om die oorvleueling af te trek.
- **C** die oorvleueling twee keer afgetrek.
- **D** die oorvleueling plus 'n bietjie gerapporteer.

Onthou: Trek die snyding EEN keer af — om $P(A)$ en $P(B)$ op te tel tel die oorvleueling twee keer. Slegs vir onderling uitsluitende gebeurtenisse is daar niks om af te trek nie.

M20 — Antwoord: D

Stap 1 — $A = P(1 + i)^n$, dus $P = \frac{A}{(1 + i)^n}$.

Stap 2 — $P = \frac{12\,100}{1.1^2} = \frac{12\,100}{1.21}$.

Stap 3 — $= 10\,000$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** een keer deur 1.1 gedeel in plaas van twee keer.
- **B** die rente afgetrek in plaas van gedeel.
- **C** 10% van die finale bedrag afgetrek.

Onthou: Om TERUG in die tyd te gaan, deel deur $(1 + i)^n$. Om die rente af te trek werk nie, want die rente is op 'n kleiner bedrag gehef.

M21 — Antwoord: A

Stap 1 — Om magte van dieselfde basis te vermenigvuldig TEL die eksponente OP: $2^5 \times 2^3 = 2^8$.

Stap 2 — Deling TREK AF: $2^8 \div 2^6 = 2^2$.

Stap 3 — $2^2 = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** by 2^3 gestop.
- **C** by 2^1 uitgekom.
- **D** by 2^4 uitgekom.

Onthou: Tel die eksponente bo op, trek die een onder af: $5 + 3 - 6 = 2$. Vermenigvuldig nooit die eksponente nie.

M22 — Antwoord: C

Stap 1 — Elke dollar kos R14.

Stap 2 — Deel die rande deur die koers: $7000 \div 14$.

Stap 3 — = 500 dollar.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** vermenigvuldig in plaas van gedeel.
- **B** deur 10 gedeel.
- **D** die koers deur die bedrag gedeel.

Onthou: Vra watter rigting die getal kleiner maak. R7 000 kan nie 98 000 van 'n waardevoller geldeenheid koop nie, dus moet dit 'n deling wees.

M23 — Antwoord: C

Stap 1 — Die helfte van die koëffisiënt van x : $-4 \div 2 = -2$.

Stap 2 — $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$, wat 4 te veel is.

Stap 3 — Dus $x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die hele koëffisiënt gebruik in plaas van die helfte daarvan.
- **B** 4 bygetel in plaas van afgetrek.
- **D** verkeerde teken binne die hakie.

Onthou: Halveer die middelste koëffisiënt vir die hakie, PAS dan die konstante aan met wat die hakie bygevoeg het. Brei uit om te toets.

M24 — Antwoord: D

Stap 1 — Die leer is die skuinssy: $13^2 = 169$.

Stap 2 — Die basis is een regsy: $5^2 = 25$.

Stap 3 — Hoogte = $\sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ m.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die 8-15-17-drietal gebruik.
- **B** die twee lengtes opgetel.
- **C** geskat.

Onthou: Die leer is altyd die langste sy, dus TREK jy AF. Weer 5-12-13 — die drietal is die moeite werd om te ken.

M25 — Antwoord: A

Stap 1 — Enkelvoudige rente: $A = P(1 + in)$.

Stap 2 — $7800 = 6000(1 + 2i)$, dus $1 + 2i = 1.3$.

Stap 3 — $2i = 0.3$, wat $i = 0.15 = 15\%$ gee.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die totale rente deur een jaar gedeel in plaas van twee.
- **C** $\frac{1800}{15000}$ gebruik.
- **D** van 15% af opgerond.

Onthou: Vind eers die totale rente (R1 800), deel dan deur die hoofsom ÉN deur die aantal jare. Om die jare te vergeet verdubbel die koers.

M26 — Antwoord: C

Stap 1 — Inflasie is saamgestel: $A = P(1 + i)^n$.

Stap 2 — $500\,000(1.1)^3$.

Stap 3 — $1.1^3 = 1.331$, dus $A = 665\,500$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** enkelvoudige groei gebruik: $500\,000 \times 1.3$.
- **B** net een jaar toegepas.
- **D** 1.32 gebruik in plaas van 1.331.

Onthou: Inflasie is saamgestelde groei. $1.1^3 = 1.331$, nie 1.3 nie — die ekstra R5 500 is die rente wat op rente verdien is.

M27 — Antwoord: C

Stap 1 — Tel die vergelykings op: $2x = 14$, dus $x = 7$.

Stap 2 — Vervang: $7 + y = 10$, dus $y = 3$.

Stap 3 — Toets in die tweede: $7 - 3 = 4 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $8 + 2 = 10 \checkmark$ maar $8 - 2 = 6 \neq 4$.
- **B** $6 - 4 = 2 \neq 4$.
- **D** $4 - 6 = -2 \neq 4$.

Onthou: Met $+y$ en $-y$ elimineer optel y onmiddellik. Toets jou paar altyd in ALBEI vergelykings — drie van hierdie opsies voldoen aan die eerste een.

M28 — Antwoord: C

Stap 1 — Om $\frac{1}{3}$ elke jaar te verloor beteken om $\frac{2}{3}$ te behou.

Stap 2 — Ná 2 jaar: $81\,000 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 81\,000 \times \frac{4}{9}$.

Stap 3 — = 36 000.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die faktor drie keer toegepas.
- **B** dit een keer toegepas.
- **D** $\frac{1}{2}$ vir die tweede jaar gebruik.

Onthou: Verminderende saldo behou 'n BREUK elke jaar, dus verhef dit tot 'n mag. Om 'n derde te verloor beteken om twee derdes te behou, nie om twee derdes te verloor nie.

M29 — Antwoord: A

Stap 1 — Werk agteruit: $P = \frac{A}{(1+i)^n}$.

Stap 2 — $P = \frac{12\,100}{1.1^2} = \frac{12\,100}{1.21}$.

Stap 3 — = 10 000.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** een keer deur 1.1 gedeel.
- **C** 10% van die finale bedrag afgetrek.
- **D** geskat.

Onthou: 'Hoeveel moet NOU belê word' is huidige waarde: deel deur $(1+i)^n$. Dit is dieselfde berekening as om 'n oorspronklike hoofsom te vind.

M30 — Antwoord: C

Stap 1 — Verwyder die uitskieter en tel weer op: $6 + 8 + 10 + 12 = 36$.

Stap 2 — Daar is nou 4 waardes, nie 5 nie.

Stap 3 — $36 \div 4 = 9$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** deur 3 gedeel.
- **B** 'n totaal van 32 gebruik.
- **D** deur 1 gedeel, of die oorspronklike gemiddeld met iets gemiddeld geneem.

Onthou: Onthou om die AANTAL ook te verminder, nie net die totaal nie. 'n Enkele uitskieter het hierdie gemiddeld van 27.2 na 9 geskuif.

Hoofstuk 8 — Rye en Reekse

'n Nota oor Kurrikulumplasing

Rye en reekse verskyn in twee NBT-bevoegdheidsgebiede tegelyk. **Rekenkundige en meetkundige rye** word onder **Algebraïese Prosesse** geklassifiseer — die NBT toets of studente die algemene term $T_n = a + (n - 1)d$ en $T_n = ar^{n-1}$ algebraïes kan manipuleer, nie net daarin kan vervang nie. **Reekse en sigma-notasie** loop oor na **Getalbegrip**, want om 'n ry op te tel gaan fundamenteel daaroor om 'n numeriese patroon te herken en 'n formule toe te pas.

Albei onderwerpe is erg onderverteenvoordig in die hoofstukke wat daardie bevoegdheidsgebiede dek. Rye is kortliks in Hoofstuk 2 (Getalbegrip) as rekenkundige patrone aangeraak, en glad nie in Hoofstuk 1 (Algebraïese Prosesse) nie. Hierdie hoofstuk bestaan om rye en reekse die diepte te gee wat die NBT verwag.

Die algemeenste NBT-foute in hierdie onderwerp: 1. Om die formule vir die n de term met die somformule te verwar. 2. Om S_n te gebruik wanneer die vraag T_n vra, of andersom. 3. Om te vergeet dat 'n oneindige meetkundige reeks slegs konvergeer wanneer $|r| < 1$. 4. Om sigma-notasie verkeerd toe te pas (verkeerde grense, verkeerde formule vervang).

Formules wat jy moet ken:

	<i>n</i> de term	Som van die eerste <i>n</i> terme
Rekenkundig	$T_n = a + (n - 1)d$	$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d) = \frac{n}{2}(a + l)$
Meetkundig	$T_n = ar^{n-1}$	$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ of $\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$
Oneindige MR	—	$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$, slegs as $ r < 1$

Afdeling 8.1 — Rekenkundige Rye: Om Terme te Vind

In 'n rekenkundige ry neem die terme met 'n vaste hoeveelheid toe (of af), wat die **konstante verskil** d genoem word. Elke term kan uitgedruk word as die eerste term plus 'n veelvoud van d : $T_n = a + (n - 1)d$. Dit is 'n lineêre funksie van n , dus is die grafiek van T_n teen n 'n reguit lyn met gradiënt d .

Q1 — Basies**Onderwerp:** Rekenkundige ry — vind die konstante verskil

Vind die konstante verskil van die ry 7, 11, 15, 19, ...

- A) 4
 - B) 3
 - C) 5
 - D) 6
-

Q2 — Basies**Onderwerp:** Rekenkundige ry — formule vir die algemene term'n RR het eerste term $a = 3$ en konstante verskil $d = 5$. Watter formule gee die algemene term?

- A) $T_n = 5n + 3$
 - B) $T_n = 5n$
 - C) $T_n = 5n - 2$
 - D) $T_n = 3n + 5$
-

Q3 — Basies**Onderwerp:** Rekenkundige ry — vind 'n spesifieke termVind T_{15} van die RR 2, 5, 8, 11, ...

- A) 42
 - B) 44
 - C) 47
 - D) 41
-

Q4 — Intermediêr

Onderwerp: Rekenkundige ry — vind watter term 'n gegewe waarde is

Watter term van die RR 1, 4, 7, 10, ... is gelyk aan 100?

- A) Die 32ste term
 - B) Die 33ste term
 - C) Die 35ste term
 - D) Die 34ste term
-

Q5 — Intermediêr

Onderwerp: Rekenkundige ry — drie opeenvolgende terme

Die terme k , $2k + 1$ en $4k - 1$ is drie opeenvolgende terme van 'n rekenkundige ry. Vind k .

- A) 3
 - B) 2
 - C) 4
 - D) -3
-

Afdeling 8.2 — Rekenkundige Rye: Verdere Probleme

Q6 — Intermediêr

Onderwerp: Rekenkundige ry — vind d uit nie-opeenvolgende terme

In 'n RR is $T_3 = 11$ en $T_7 = 27$. Vind die konstante verskil.

- A) 2
 - B) 3
 - C) 4
 - D) 5
-

Q7 — Intermediêr

Onderwerp: Rekenkundige ry — vind die eerste term

In 'n RR met $T_5 = 23$ en $d = 4$, vind die eerste term.

- A) 5
 - B) 7
 - C) 9
 - D) 3
-

Q8 — Intermediêr

Onderwerp: Invoeging van rekenkundige gemiddeldes

Drie rekenkundige gemiddeldes word tussen 2 en 18 ingevoeg. Wat is die drie ingevoegde waardes?

- A) 6, 10, 14
 - B) 4, 8, 16
 - C) 5, 10, 15
 - D) 7, 11, 15
-

Q9 — Intermediêr

Onderwerp: Rekenkundige ry — toepassing uit die werklike wêreld

'n Teater het 20 sitplekke in ry 1. Elke daaropvolgende ry het 3 sitplekke meer as die ry voor dit. Hoeveel sitplekke is daar in ry 15?

- A) 55
 - B) 60
 - C) 65
 - D) 62
-

Q10 — Basies

Onderwerp: Rekenkundige ry — 'n groot term

Vind die 40ste term van die RR 5, 8, 11, 14, ...

- A) 120
 - B) 117
 - C) 122
 - D) 125
-

Afdeling 8.3 — Meetkundige Rye

In 'n meetkundige ry word elke term verkry deur die vorige term met 'n vaste **gemene verhouding** r te vermenigvuldig. Die n de term is $T_n = ar^{n-1}$. As $|r| > 1$, groei die terme in grootte. As $|r| < 1$, krimp hulle na nul toe. As $r < 0$, wissel die tekens van die terme af.

Q11 — Basies

Onderwerp: Meetkundige ry — vind die gemene verhouding

Vind die gemene verhouding van die MR 3, 12, 48, 192, ...

- A) 3
 - B) 4
 - C) 9
 - D) 6
-

Q12 — Basies

Onderwerp: Meetkundige ry — vind 'n spesifieke term

'n MR het eerste term $a = 2$ en gemene verhouding $r = 3$. Vind T_5 .

- A) 162
- B) 486
- C) 54
- D) 96

Q13 — Intermediêr**Onderwerp:** Meetkundige ry — vind watter term 'n waarde is

Die MR 5, 10, 20, 40, ... Watter term is gelyk aan 640?

- A) 6de
 - B) 7de
 - C) 9de
 - D) 8ste
-

Q14 — Intermediêr**Onderwerp:** Meetkundige ry — negatiewe gemene verhouding'n MR het terme 4, -12, 36, -108, ... Vind T_5 .

- A) -324
 - B) 216
 - C) 324
 - D) -108
-

Q15 — Basies**Onderwerp:** Meetkundige ry — werklike wêreld (verdubbeling)

'n Kolonie begin met 500 bakterieë. Die bevolking verdubbel elke uur. Hoeveel bakterieë is daar ná 4 uur?

- A) 4 000
 - B) 8 000
 - C) 16 000
 - D) 2 000
-

Afdeling 8.4 — Rekenkundige Reekse

Die **som van die eerste n terme** van 'n rekenkundige ry:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d) = \frac{n}{2}(a + l)$$

waar $l = T_n$ die laaste term is. Die tweede vorm is Gauss se paringstruuk: paar die eerste en laaste term, die tweede en tweede-laaste, ensovoorts — elke paar tel op tot $a + l$.

Q16 — Basies

Onderwerp: Rekenkundige reeks — vind S_n direk

Vind S_{10} van die RR 1, 3, 5, 7, ...

- A) 100
 - B) 90
 - C) 110
 - D) 55
-

Q17 — Intermediêr

Onderwerp: Rekenkundige reeks — vind n gegee die som

Die som van die eerste n positiewe heelgetalle is 55. Vind n .

- A) 9
 - B) 8
 - C) 11
 - D) 10
-

Q18 — Intermediêr**Onderwerp:** Rekenkundige reeks — som van 'n gegewe RRVind S_8 van die RR 4, 9, 14, 19, ...

- A) 160
 - B) 164
 - C) 172
 - D) 176
-

Q19 — Intermediêr**Onderwerp:** Rekenkundige reeks — gebruik die eerste en laaste term'n RR het $T_1 = 2$ en $T_{16} = 62$. Vind S_{16} .

- A) 480
 - B) 512
 - C) 496
 - D) 528
-

Q20 — Gevorderd**Onderwerp:** Rekenkundige reeks — werklike wêreld

'n Muur word uit rye bakstene gebou. Ry 1 (bo) het 30 bakstene; elke laer ry het 2 bakstene minder. Daar is 10 rye. Hoeveel bakstene altesaam?

- A) 210
 - B) 200
 - C) 220
 - D) 195
-

Afdeling 8.5 — Meetkundige Reekse

Die som van die eerste n terme van 'n meetkundige ry:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (r \neq 1)$$

Gebruik hierdie vorm wanneer $r > 1$. Wanneer $r < 1$, vermy die ekwivalente vorm $\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ negatiewe tekens.

Q21 — Basies

Onderwerp: Meetkundige reeks — vind S_n direk

Vind S_6 van die MR 1, 2, 4, 8, 16, ...

A) 32

B) 64

C) 127

D) 63

Q22 — Intermediêr

Onderwerp: Meetkundige reeks — groter verhouding

'n MR het $a = 2$ en $r = 3$. Vind S_5 .

A) 240

B) 486

C) 242

D) 244

Q23 — Intermediêr

Onderwerp: Meetkundige reeks — vind n gegee die som

Die MR 1, 2, 4, 8, ... het som $S_n = 127$. Vind n .

- A) 6
 - B) 7
 - C) 8
 - D) 5
-

Q24 — Gevorderd

Onderwerp: Meetkundige reeks — toekomstige waarde van 'n annuïteit

R100 word aan die einde van elke jaar vir 3 jaar teen 10 % p.j. saamgestelde rente gedeponeer. Wat is die totale opgehoopte waarde?

- A) R331
 - B) R330
 - C) R300
 - D) R333
-

Q25 — Intermediêr

Onderwerp: Meetkundige reeks — vind die eerste term gegee die som

'n MR het gemene verhouding $r = 2$ en $S_4 = 120$. Vind die eerste term.

- A) 4
 - B) 12
 - C) 8
 - D) 16
-

Afdeling 8.6 — Sigma-notasie

Sigma-notasie $\sum_{k=m}^n f(k)$ is 'n kompakte manier om 'n reeks te skryf. Die veranderlike k is die **indeks**, m is die ondergrens, en n is die bogrens. Brei die notasie uit deur $k = m, m + 1, \dots, n$ te vervang en op te tel.

Q26 — Basies

Onderwerp: Sigma-notasie — evalueer 'n eenvoudige som

Evalueer $\sum_{k=1}^5 k$.

- A) 10
 - B) 12
 - C) 20
 - D) 15
-

Q27 — Basies

Onderwerp: Sigma-notasie — evalueer met 'n formule

Evalueer $\sum_{k=1}^4 (2k + 1)$.

- A) 20
 - B) 24
 - C) 22
 - D) 28
-

Q28 — Intermediêr**Onderwerp:** Sigma-notasie — identifiseer die tipe ry

Die reeks $\sum_{k=1}^n (3k - 1)$ stel voor:

- A) 'n RR met eerste term 2 en konstante verskil 3
 - B) 'n MR met eerste term 2 en gemene verhouding 3
 - C) 'n RR met eerste term 3 en konstante verskil 1
 - D) 'n RR met eerste term 1 en konstante verskil 3
-

Q29 — Intermediêr**Onderwerp:** Sigma-notasie — meetkundige reeks

Evalueer $\sum_{k=1}^4 2 \cdot 3^{k-1}$.

- A) 81
 - B) 78
 - C) 80
 - D) 84
-

Q30 — Intermediêr**Onderwerp:** Sigma-notasie — verskuifde grense

Evalueer $\sum_{k=3}^7 2k$.

- A) 40
 - B) 45
 - C) 42
 - D) 50
-

Afdeling 8.7 — Oneindige Meetkundige Reekse

Wanneer $|r| < 1$, krimp die terme van 'n MR na nul toe, dus konvergeer die oneindige som na 'n eindige waarde:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \quad \text{net wanneer } |r| < 1$$

As $|r| \geq 1$, divergeer die som (dit groei sonder grens) en S_{∞} bestaan nie.

Q31 — Basies

Onderwerp: Oneindige meetkundige reeks — konvergensievoorwaarde

Vir watter waarde(s) van r konvergeer 'n oneindige meetkundige reeks?

- A) $r > 0$
 - B) $|r| < 1$
 - C) $r < 1$
 - D) slegs $-1 < r < 0$
-

Q32 — Basies

Onderwerp: Oneindige meetkundige reeks — bereken S_{∞}

Vind S_{∞} van die MR 12, 6, 3, $\frac{3}{2}$, ...

- A) 12
 - B) 18
 - C) 24
 - D) 36
-

Q33 — Intermediêr

Onderwerp: Oneindige meetkundige reeks — vind die eerste term gegee S_∞ en r

'n Oneindige MR het $S_\infty = 20$ en $r = \frac{1}{4}$. Vind die eerste term.

- A) 15
 - B) 80
 - C) 5
 - D) 10
-

Q34 — Gevorderd

Onderwerp: Oneindige meetkundige reeks — repeterende desimaal

Druk die repeterende desimaal $0.\overline{3} = 0.333 \dots$ as 'n breuk uit.

- A) $\frac{3}{10}$
 - B) $\frac{1}{4}$
 - C) $\frac{3}{11}$
 - D) $\frac{1}{3}$
-

Q35 — Intermediêr

Onderwerp: Oneindige meetkundige reeks — vind r gegee a en S_∞

'n Oneindige MR het eerste term 8 en $S_\infty = 24$. Vind die gemene verhouding.

- A) $\frac{1}{3}$
 - B) $\frac{2}{3}$
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) $\frac{3}{4}$
-

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtypes wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Die NBT MAT hergebruik jaar ná jaar vraagtypes uit 'n stabiele bank. Die drie vrae hieronder is direk gemodelleer op tipes wat herhaaldelik in onlangse vraestelle bevestig is en nog nie in hierdie hoofstuk verteenwoordig is nie. Elke antwoord is onafhanklik masjiengeverifieer.

Q36 — Intermediêr

Onderwerp: Sigma-notasie — som van die eerste p onewe getalle

Watter uitdrukking is gelyk aan $\sum_{n=1}^p (2n - 1)$?

- A) $p(p + 1)$
 - B) p^2
 - C) $2p^2 - p$
 - D) $p(p - 1)$
-

Q37 — Intermediêr

Onderwerp: 'n Ry wat deur 'n verborge optelreël gedefinieer word (Fibonacci-tipe)

In die ry

$$34, 21, 13, 8, 5, 3, w, r$$

is elke term die **som van die twee terme onmiddellik regs daarvan**. Vind $w + r$.

- A) 2
 - B) 5
 - C) 3
 - D) 4
-

Q38 — Gevorderd

Onderwerp: Om twee rekenkundige reekse gelyk te stel (paringstrategie)

Los op vir x :

$$199 + 195 + 191 + \cdots + 7 + 3 = x + 1 + 5 + 9 + \cdots + 193 + 197$$

- A) 50
 - B) 200
 - C) 2
 - D) 100
-

Gemengde Oefenvrae — M1 tot M30

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 8.1 — Rekenkundige Rye: Om Terme te Vind

Q1 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Die **konstante verskil** is die vaste hoeveelheid wat elke keer bygetel word. Trek enige term van die volgende een af:

$$d = T_2 - T_1 = 11 - 7 = 4$$

Bevestig op 'n ander paar: $15 - 11 = 4 \checkmark$ en $19 - 15 = 4 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (6) het die span deur die verkeerde aantal gapings gedeel: $(19 - 7)/2$. Vier terme het **drie** gapings, dus $(19 - 7)/3 = 4$.
- **B** (3) is die **aantal** gapings, nie die **grootte** van die gaping nie.
- **C** (5) het getalle getel in plaas van stappe: 7, 8, 9, 10, 11 is vyf getalle maar vier stappe.

Onthou: $d = T_{n+1} - T_n$, gekontroleer op twee pare. Moet nooit "hoeveel gapings" met "hoe groot is elke gaping" verwar nie.

Q2 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

Vervang in $T_n = a + (n - 1)d$ en **brei volledig uit**:

$$T_n = 3 + (n - 1)(5) = 3 + 5n - 5 = 5n - 2$$

Die eensekonde-toets: vervang $n = 1$. Die formule moet die eerste term, 3, gee. Opsie C gee $5(1) - 2 = 3 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is — elkeen druipt daardie toets:

- **A** $(5n + 3)$ gee $T_1 = 8$. Dit is $a + dn$ — die "−1 vergeet"-weergawe.
- **B** $(5n)$ gee $T_1 = 5$. Die konstante het verdwyn.
- **D** $(3n + 5)$ gee $T_1 = 8$. Die rolle van a en d is omgeruil — die koëffisiënt van n moet d wees.

Onthou: Elke RR brei uit tot $T_n = dn + (a - d)$. Wat jy ook al aflei, toets dit by $n = 1$. Verkeerde formules oorleef selde een vervanging.

Q3 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Lees $a = 2$ en $d = 3$ af, en dink dan aan die reis: om die 15de term te bereik begin jy by 2 en neem **veertien** stappe van 3 (die eerste term het geen stap nodig nie).

$$T_{15} = 2 + (15 - 1)(3) = 2 + 42 = 44$$

Waarom die ander verkeerd is: die opsies is 'n kaart van elke manier om $a + (n - 1)d$ te verknoei —

- **A** (42) is $(15 - 1) \times 3$ alleen — die stappe is geneem maar die **beginwaarde is nooit bygetel nie**.
- **C** (47) is $2 + 15 \times 3$ — vyftien stappe in plaas van veertien: die " n in plaas van $n - 1$ "-glips.
- **D** (41) is $2 + 13 \times 3$ — 'n oorkorreksie na dertien stappe ($n - 2$), gewoonlik omdat daar twee keer "1 afgetrek" is.

Onthou: $T_n = a + (n - 1)d$: die n de term word ná $n - 1$ stappe bereik, nooit n nie. Sê dit as 'n storie — "begin by a , stap $n - 1$ keer" — en die aftelfout-opsies verloor hulle trekkrag.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Die waarde is bekend; die **posisie** word gesoek. Stel die algemene term gelyk aan 100:

$$1 + (n - 1)(3) = 100 \implies 3n = 102 \implies n = 34$$

Kontroleer vorentoe: $T_{34} = 1 + 33(3) = 100 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (33ste) het tot $n - 1 = 33$ opgelos en gestop. Dit is die aantal **stappe**, nie die posisie nie.
- **C** (35ste) het 1 by 'n klaar antwoord getel.
- **A** (32ste) het van $T_2 = 4$ af getel in plaas van van die eerste term af.

Onthou: $n - 1$ en n is verskillende getalle, en die verkeerde opsies wag vir watter een jy ook al verwar. Die vorentoe-kontrole besleg dit in vyf sekondes.

Q5 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

In drie opeenvolgende RR-terme is die middelste een die **gemiddeld** van sy bure. Dus is twee keer die middelste term gelyk aan die som van die twee buitenstes:

$$2(2k + 1) = k + (4k - 1) \implies 4k + 2 = 5k - 1 \implies k = 3$$

Kontroleer: die terme is 3, 7, 11 — verskille 4 en 4 ✓

Waarom die ander verkeerd is: vervang elkeen en die toets vir gelyke verskille druipt.

- **B** ($k = 2$): 2, 5, 7 — gapings 3 en 2 ✗
- **C** ($k = 4$): 4, 9, 15 — gapings 5 en 6 ✗
- **D** ($k = -3$): -3, -5, -13 — gapings -2 en -8 ✗

Onthou: Drie opeenvolgende RR-terme voldoen aan $2q = p + r$. Los op, en vervang dan terug — as die verskille nie gelyk is nie, is dit nie die antwoord nie.

Afdeling 8.2 — Rekenkundige Rye: Verdere Probleme**Q6 — Intermediêr — Antwoord: C****Verduideliking**

Twee nie-opeenvolgende terme pen d steeds vas, want die afstand tussen hulle is 'n bekende aantal gelyke spronge. Posisie 3 tot posisie 7 is $7 - 3 = 4$ spronge:

$$4d = 27 - 11 = 16 \implies d = 4$$

Kontroleer: $11 \rightarrow 15 \rightarrow 19 \rightarrow 23 \rightarrow 27$ ✓ — vier spronge van 4.

Waarom die ander verkeerd is: elkeen druipt dieselfde vorentoe-kontrole.

- **A** ($d = 2$): $11 + 4(2) = 19 \neq 27$
- **B** ($d = 3$): $11 + 4(3) = 23 \neq 27$
- **D** ($d = 5$): $11 + 4(5) = 31 \neq 27$

Onthou: $T_m - T_n = (m - n)d$. Kry die posisiegapings deur af te **trek**, nooit deur die terme inklusief te tel nie — $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ is vier spronge, nie vyf nie.

Q7 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking**

Die vyfde term sit **vier** stappe bo die eerste ($T_5 = a + 4d$), stap dus daardie vier stappe agteruit vanaf 23:

$$T_5 = a + 4d = a + 16 = 23 \implies a = 7$$

Of stap uitdruklik af: $23 \rightarrow 19 \rightarrow 15 \rightarrow 11 \rightarrow 7$ — vier aftrekkings van 4.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (3) trek **vyf** stappe af ($23 - 5 \times 4$) — die " n in plaas van $n - 1$ "-glips wat agteruit loop.
- **A** (5) en **C** (9) druipe albei die vorentoe-kontrole onmiddellik: $5 + 16 = 21 \neq 23$ en $9 + 16 = 25 \neq 23$. Hulle omsluit die ware antwoord om studente te straf wat haastig "terugstap" en 'n stap of twee mis land.

Onthou: $a = T_n - (n - 1)d$. Of jy nou die formule gebruik of letterlik agteruit tel, die aantal stappe tussen T_5 en T_1 is vier — en 'n vorentoe-kontrole ($7 + 16 = 23$ ✓) sertifiseer die landing.

Q8 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

"Voeg 3 gemiddeldes tussen 2 en 18 in" beteken bou 'n **vyfterm**-RR van 2 tot 18 en rapporteer die drie middelste terme. Drie invoegings maak **vier gapings**:

$$d = \frac{18 - 2}{4} = 4$$

Die reeks is 2, 6, 10, 14, 18, dus is die gemiddeldes **6, 10, 14**. Moenie die eindpunte rapporteer nie.

Waarom die ander verkeerd is: skryf elke reeks uit en kontroleer dat die gapings gelyk is.

- **C** (5,10,15): 2, 5, 10, 15, 18 het gapings 3, 5, 5, 3 ✗
- **D** (7,11,15): spasiëring van 4 binne-in, maar verkeerd geanker — gapings 5, 4, 4, 3 ✗
- **B** (4,8,16): verdubbeling, 'n *meetkundige* instink. Gapings 2, 4, 8, 2 ✗

Onthou: Om k gemiddeldes in te voeg maak $k + 2$ terme en $k + 1$ gapings, dus $d = \frac{\text{laaste-eerste}}{k+1}$. Skryf die reeks uit — ongelyke spasiëring is onmiddellik sigbaar.

Q9 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Stroop die storie: dit begin by 20 en groei elke ry met 3. 'n RR met $a = 20$, $d = 3$.

$$T_{15} = 20 + 14(3) = 62$$

Waarom 14 en nie 15 nie? Ry 1 het reeds sy 20 sitplekke sonder enige verhoging. Die "+3" gebeur by elk van die 14 stappe van ry 1 tot ry 15.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (65) is $20 + 15(3)$ — die verhoging word ook aan ry 1 gehef. Die algemeenste RR-fout in woordprobleme.
- **B** (60) en **A** (55) is rekenfoute: $14 \times 3 = 42$, nie 40 of 35 nie.

Onthou: Die beginwaarde is a , die verandering per stap is d , en die aantal stappe is (rynommer $- 1$). Vertaal die storie in $T_n = a + (n - 1)d$ voordat jy aan getalle raak.

Q10 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

$a = 5$, $d = 3$, en 'n groot n — presies die situasie waarvoor die formule bestaan (niemand lys veertig terme nie):

$$T_{40} = 5 + 39(3) = 5 + 117 = 122$$

Waarom die ander verkeerd is: die drie klassieke glipse, almal teenwoordig en afgeteken —

- **B** (117) is 39×3 alleen — die eerste term $a = 5$ is nooit teruggetel nie.
- **D** (125) is $5 + 40 \times 3$ — veertig stappe in plaas van nege-en-dertig (n in plaas van $n - 1$).
- **A** (120) behandel die ry as suiwer veelvoude van 3 (3×40) — dit lyk hier net aanneemlik omdat a en d klein en naby mekaar is.

Onthou: Vrae oor 'n groot n de term is twee bewerkings: $(n - 1) \times d$, **dan** $+a$. Elke verkeerde opsie laat presies een van die twee val of verwring dit — doen albei doelbewus.

Afdeling 8.3 — Meetkundige Rye

Q11 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

In 'n meetkundige ry is die vraag nooit "wat word bygetel?" nie, maar "**wat word vermenigvuldig?**". Deel enige term deur die een voor dit:

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{12}{3} = 4$$

Bevestig: $48/12 = 4$ en $192/48 = 4$ ✓ — die verhouding is konstant, en dít is wat "meetkundig" beteken.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (9) is $12 - 3$ — **aftrek** in plaas van deel, die refleks van 'n rekenkundige ry wat op 'n meetkundige een toegepas word.
- **A** (3) eggo bloot die eerste term — 'n oppervlaktegreep wat geen berekening verg nie.
- **D** (6) is $\sqrt{3 \times 12}$, die *meetkundige gemiddelde* van die eerste twee terme — 'n verwante idee, maar die gemiddelde van twee terme is nie die verhouding tussen hulle nie.

Onthou: $r = T_{n+1}/T_n$, geverifieer op 'n tweede paar. Die eerste vraag wat jy van enige ry moet vra: word dieselfde bygetel (RR) of word met dieselfde vermenigvuldig (MR)? Elke latere formule hang daarvan af om daardie klassifikasie reg te kry.

Q12 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Dieselfde reislogika as by die RR, maar die stappe is vermenigvuldigings: om die 5de term te bereik begin jy by 2 en vermenigvuldig presies **vier** keer met 3.

$$T_5 = ar^{5-1} = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$$

Stap dit deur: $2 \rightarrow 6 \rightarrow 18 \rightarrow 54 \rightarrow 162$ — vier spronge ✓.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (486) is 2×3^5 — vyf vermenigvuldigings in plaas van vier: die MR-weergawe van die " n teenoor $n - 1$ "-glips.
- **C** (54) is 2×3^3 — een vermenigvuldiging te min (T_4 , om die waarheid te sê).

- **D** (96) is 3×2^5 — die rolle van a en r is omgeruil (begin by 3 en verdubbel). Lees noukeurig watter getal die *eerste term* is en watter die *verhouding*.

Onthou: $T_n = ar^{n-1}$ — die eksponent tel die spronge, en daar is altyd $n - 1$ van hulle. Wanneer die getalle klein is, is dit die perfekte anti-glips-kontrole om die ketting term vir term deur te loop.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

$a = 5, r = 2$. Stel die algemene term op 640 en deel die eerste term uit:

$$5 \times 2^{n-1} = 640 \implies 2^{n-1} = 128$$

Lys die magte: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 — dit is 2^7 . Dus $n - 1 = 7$ en $n = 8$.

Kontroleer: $5 \times 2^7 = 640 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (7de) het $n - 1$ gerapporteer en die finale "+1" vergeet.
- **C** (9de) het 1 by 'n klaar antwoord getel.
- **A** (6de) het die leer verkeerd getel, en 128 as 2^5 geneem.

Onthou: Isoleer r^{n-1} , skryf dit as 'n mag van r , en onthou dan dat daardie eksponent $n - 1$ is, **nie** n nie. Om die magte te lys neem tien sekondes en maak verkeerd tel onmoontlik.

Q14 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Vind die verhouding **insluitend sy teken**: $r = -12/4 = -3$. Afwisselende tekens is die vingerafdruk van 'n negatiewe verhouding.

$$T_5 = 4 \times (-3)^4 = 4 \times 81 = 324$$

'n **Ewe** aantal negatiewes vermenigvuldig tot 'n positiewe. Of brei net die patroon uit: die tekens loop $+, -, +, -, +$, dus is die 5de term positief.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (-324) regte grootte, verkeerde teken — $(-3)^4$ is as -81 hanteer.
- **D** (-108) is bloot T_4 herhaal.
- **B** (216) het 'n versinde verhouding van -2 gebruik. Die verhouding kom van deling, nie van raaiskote nie.

Onthou: Met $r < 0$, besluit eers oor die **teken** (ewe mag $\rightarrow$ positief, onewe $\rightarrow$ negatief), en dan oor die grootte. Twee afsonderlike besluite.

Q15 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

"Verdubbel elke uur" is 'n MR met $r = 2$ — en die enigste werklike gevaar hier is om die verdubbelings te tel. **Ná 4 uur het presies 4 verdubbelings plaasgevind:**

$$500 \rightarrow 1\,000 \rightarrow 2\,000 \rightarrow 4\,000 \rightarrow 8\,000$$

$$500 \times 2^4 = 500 \times 16 = 8\,000$$

(In rytaal is dit T_5 , want T_1 is "o uur" — en dít is presies waarom $a \times 2^{\text{ure}}$ hier veiliger is as T_n -boekhouding.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (4 000) het net **3** verdubbelings gebruik — dit is 3 uur.
- **C** (16 000) het **5** verdubbelings gebruik — 5 uur.
- **D** (2 000) het met 4 vermenigvuldig — lineêre denke oor eksponensiële groei.

Onthou: Ná n verdubbelings, vermenigvuldig met 2^n . Tel **verdubbelings**, nie terme nie — die uur-vir-uur-ketting besleg dit in sekondes.

Afdeling 8.4 — Rekenkundige Reekse

Q16 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Dit is die som van die eerste 10 **onewe getalle**. Met $a = 1$, $d = 2$:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2(1) + 9(2)) = 5(2 + 18) = 5 \times 20 = 100$$

Of gebruik Gauss se paring: die 10de onewe getal is $T_{10} = 1 + 9(2) = 19$, dus $S_{10} = \frac{10}{2}(1 + 19) = 5 \times 20 = 100$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** (55) is die som van die eerste 10 *heelgetalle* $1 + 2 + \dots + 10$ — dit ignoreer dat hierdie ry die ewe getalle oorslaan.

- **B** (90) is die paringsvorm met die laaste term as **17** geneem (T_9 , die 9de onewe getal) — 'n aftelfout in die laaste term: $5(1 + 17) = 90$.
- **C** (110) maak die teenoorgestelde glips, en paar met **21** (T_{11}): $5(1 + 21) = 110$.

Onthou: Die som van die eerste n onewe getalle is altyd n^2 — hier $10^2 = 100$. Dit is een van die mees hergebruikte feite in die NBT se ryvrae (sien Q36), maak dit dus heeltemal jou eie.

Q17 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Die som van die eerste n positiewe heelgetalle het die beroemde geslote vorm $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ (Gauss se formule — paar 1 met n , 2 met $n-1$, ensovoorts).

$$\frac{n(n+1)}{2} = 55 \implies n(n+1) = 110$$

Twee opeenvolgende heelgetalle wat tot 110 vermenigvuldig: $10 \times 11 \checkmark$. Dus $n = 10$.

Waarom die ander verkeerd is: al drie is bure op die leer van driehoeksgetalle —

- **A** ($n = 9$): $\frac{9 \times 10}{2} = 45 \neq 55$.
- **B** ($n = 8$): $\frac{8 \times 9}{2} = 36 \neq 55$.
- **C** ($n = 11$): $\frac{11 \times 12}{2} = 66 \neq 55$.

As 55 nie onmiddellik herkenbaar is as die 10de driehoeksgetal nie, skei die tiensekonde-toets hierbo (tref $n(n+1)$ 110?) die kandidate sonder enige raaiwerk.

Onthou: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Memoriseer die klein driehoeksgetalle — 15, 55, 210 vir $n = 5, 10, 20$ — die NBT hergebruik hulle voortdurend.

Q18 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

$a = 4, d = 5, n = 8$:

$$S_8 = \frac{8}{2}(8 + 35) = 4(43) = 172$$

Kruiskontroleer met die paringsvorm. Laaste term $T_8 = 4 + 7(5) = 39$, dus $S_8 = 4(4 + 39) = 172 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is: **A** (160), **B** (164) en **D** (176) kom almal daarvan dat die hakie $8 + 35 = 43$ 40, 41 of 44 word — glipse soos om 8×5 in plaas van 7×5 te gebruik. Nie een oorleef die tweeroete-kontrole nie.

Onthou: Werk $2a$ en $(n - 1)d$ as twee afsonderlike produkte uit voordat jy optel, en bevestig dan met $\frac{n}{2}(a + l)$. Twee roetes wat ooreenstem is die sterkste kontrole wat jy sonder 'n sakrekenaar het.

Q19 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Met die eerste en laaste terme albei bekend, gebruik die paringsvorm — jy het d nooit nodig nie:

$$S_{16} = \frac{16}{2}(2 + 62) = 8 \times 64 = 512$$

Die prentjie: paar T_1 met T_{16} , T_2 met T_{15} , ensovoorts — agt pare, elkeen wat tot 64 optel.

Waarom die ander verkeerd is — elkeen het die verkeerde hakie:

- **C** (496) is 8×62 — die eerste term het nooit by sy paar aangesluit nie.
- **A** (480) is 8×60 — die hakie is as 'n **verskil** geneem. Pare word opgetel.
- **D** (528) is 8×66 — die eerste term is twee keer getel.

Onthou: $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$. Sê die hakie hardop — "eerste plus laaste" — en die verkeerde-hakie-opsies verloor hulle trekkrag.

Q20 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

'n Krimpde stapel is steeds 'n RR, met 'n negatiewe stap: $a = 30$, $d = -2$.

Stap 1 — Onderste ry. Nege stappe af:

$$T_{10} = 30 + 9(-2) = 12 \text{ bakstene}$$

Stap 2 — Paar bo met onder.

$$S_{10} = \frac{10}{2}(30 + 12) = 210$$

Waarom die ander verkeerd is — elkeen het 'n verkeerde laaste term gebruik:

- **B** (200) het tien stappe in plaas van nege geneem, wat 'n onderste ry van 10 gee.
- **C** (220) het die ander kant toe verkeerd getel, wat 14 gee.

- **D** (195) pas by geen skoon metode nie — die soort antwoord wat jy kry as jy albei stappe in jou kop jongleer.

Onthou: Vind die laaste term **eerste**, op sy eie reël, en paar dan. Hierdie probleem word op die onderste ry gewen of verloor.

Afdeling 8.5 — Meetkundige Reekse

Q21 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

$a = 1, r = 2$, ses terme:

$$S_6 = \frac{1(2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{64 - 1}{1} = 63$$

Toets of dit sin maak deur bruut op te tel — die terme is klein genoeg: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$ ✓. Let op die patroon: elke verdubbelingsom land een minder as die volgende mag van 2.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (32) is 2^5 — die sesde **term**, nie die som van ses terme nie. (Verwarring tussen T_n en S_n is fout #2 op hierdie hoofstuk se openingslys.)
- **B** (64) is 2^6 — die "een minder"-feit is vergeet: die som is $2^6 - 1$, nie 2^6 self nie.
- **C** (127) is $2^7 - 1 = S_7$ — een term te veel.

Onthou: Vir die verdubbelings-MR wat by 1 begin, $S_n = 2^n - 1$ ("al die vorige magte tel op tot een minder as die volgende mag"). En vra altyd eers: vra die vraag 'n *term* of 'n *som*?

Q22 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

$$S_5 = \frac{2(3^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{2 \times 242}{2} = 242$$

($3^5 = 243$: loop die magte deur 3, 9, 27, 81, 243.) Bruutkrag-kontrole: die vyf terme is $2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 242$ ✓.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** (486) is 2×3^5 — 'n **term** (T_6), nie 'n som nie. Die formule se r^n leef binne $\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; op sy eie bereken dit terme.

- **A** (240) is die som met die eerste term wat ontbreek: $6 + 18 + 54 + 162 = 240$. Elke term is een keer te veel met r vermenigvuldig — die reeks moet *begin by* a , nie by ar nie.
- **D** (244) is $242 + 2$ — die eerste term is twee keer getel, die spieëlbeeld van A se fout.

Onthou: $S_5 = \frac{a(r^5-1)}{r-1}$, en met getalle so klein is dit 'n vinnige, beslissende kontrole om die vyf terme direk op te tel. Opsies wat presies met $\pm a$ van die waarheid verskil, sê vir jou iemand het die eerste term verlê.

Q23 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Vir die verdubbelings-MR wat by 1 begin, het die som die skoon geslote vorm $S_n = 2^n - 1$ (Q21). Stel dit gelyk aan 127:

$$2^n - 1 = 127 \implies 2^n = 128$$

Lys die magte: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 — sewe daarvan. Dus $n = 7$.

Waarom die ander verkeerd is: die verkeerde opsies is naburige sporte van die $2^n - 1$ -leer —

- **A** ($n = 6$): $S_6 = 63$, nie 127 nie.
- **D** ($n = 5$): $S_5 = 31$ — ver te kort.
- **C** ($n = 8$): $S_8 = 255$ — te ver.

Soos met Q8 se rente-leer, toets hierdie vrae *herkenning*: as 63, 127, 255 klokkies laat lui as "een minder as 'n mag van 2", kan geen verkeerde opsie aan jou raak nie.

Onthou: Tel 1 by die teikensom en vra "watter mag van r is dit?" — dan is daardie eksponent n self (want die reeks het by $a = 1$ begin). Die waardes $2^7 = 128$ en $S_7 = 127$ is die moeite werd om heeltemal jou eie te maak.

Q24 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Hoofstuk 7 se annuïteit deur die oë van rye gesien. Elke deposito groei vir 'n ander aantal jare — 2, dan 1, dan 0:

$$100(1.1)^2 + 100(1.1) + 100 = 100(1.21 + 1.10 + 1.00) = \text{R}331$$

Die bedrae 100, 110, 121 vorm 'n MR met $r = 1.1$ — 'n annuïteit se toekomstige waarde **is** 'n meetkundige reeks.

Waarom die ander verkeerd is:

- **C** (R300) ignoreer rente heeltemal.
- **B** (R330) pas 10 % een keer op die hele R300 toe, asof elke deposito saam aangekom het.
- **D** (R333) is slordige optelling — die hakie is presies 3.31.

Onthou: Gelyke deposito's aan die einde van elke periode vorm 'n MR met verhouding $(1 + i)$, en die laaste deposito verdien niks. Skryf een reël per betaling en die reeks verskyn vanself.

Q25 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

'n Omgekeerde somprobleem. Met $r = 2$ en $n = 4$ is die totaal altyd **15 keer die eerste term**, aangesien $1 + 2 + 4 + 8 = 15$:

$$15a = 120 \implies a = 8$$

Kontroleer: $8 + 16 + 32 + 64 = 120 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (4) het deur 30 gedeel — die som is vanaf ar geneem in plaas van vanaf a ($2 + 4 + 8 + 16$).
- **D** (16) het deur 7.5 gedeel — die rekenkundige gewoonte om te halveer wat in 'n meetkundige formule insluip.
- **B** (12) drup die kontrole: $12 + 24 + 48 + 96 = 180$.

Onthou: $a = \frac{S_n(r-1)}{r^n - 1}$. Omgekeerde probleme gee jou 'n gratis kontrole — herbou die ry uit jou a en tel dit op.

Afdeling 8.6 — Sigma-notasie

Q26 — Basies — Antwoord: D

Verduideliking

Sigma-notasie is 'n instruksie, nie 'n raaisel nie: "vervang $k = 1$ tot 5 in die uitdrukking ná die Σ , en tel die resultate op."

$$\sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (10) hou by $k = 4$ op — die bogrens is inklusief; $k = 5$ hoort in die som.
- **C** (20) is 5×4 , 'n verwronge gebruik van die formule $(n(n-1))$ in plaas van $n(n+1)/2$.
- **B** (12) pas by geen korrekte lesing nie — met net vyf piepklein terme laat uitbrei-en-optel geen ruimte vir so 'n opsie om aanneemlik te voel nie.

Onthou: Wanneer die grense klein is, brei uit — altyd. Vir groot grense, $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$; vir $n = 5$: $\frac{5 \times 6}{2} = 15 \checkmark$ (die formule en die uitbreiding moet ooreenstem).

Q27 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Vervang elke k en tel op:

$$k = 1 : 3 \quad k = 2 : 5 \quad k = 3 : 7 \quad k = 4 : 9$$

$$\text{Som} = 3 + 5 + 7 + 9 = 24$$

Formulekontrole: dit is 'n RR met $a = 3, l = 9, n = 4$: $S_4 = \frac{4}{2}(3 + 9) = 24 \checkmark$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (20) tel $2k$ op sonder die $+1$ 'e: $2 + 4 + 6 + 8 = 20$. Vier $+1$ 'e wat laat val is, is presies die vier punte tussen A en die regte antwoord.
- **D** (28) lees $2k + 1$ as $2(k + 1)$: $4 + 6 + 8 + 10 = 28$. Hakies verander alles.
- **C** (22) is 'n optelglips in die vierterm-som — die paringskontrole $(3 + 9) + (5 + 7) = 12 + 12$ maak die ware totaal moeilik om te mis.

Onthou: Vervang-en-tel-op is die basismetode; die RR-somformule is die kontrole. Hou twee dinge soos 'n valk dop: die presiese uitdrukking wat opgetel word, en elke $+$ konstante wat dit dra.

Q28 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Brei die eerste paar terme uit — dít is hoe jy enige ry identifiseer wat in sigma-notasie wegkruip.

$$T_1 = 3(1) - 1 = 2, \quad T_2 = 5, \quad T_3 = 8$$

Verskille van 3 en 3 — konstant. Dus is dit 'n **RR met** $a = 2, d = 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **D** het die "-1" as die eerste term geneem. Die eerste term kom van die vervanging $k = 1$, wat 2 gee.
- **C** het die rolle omgeruil — die 3 is die koëffisiënt van k , dus is dit d , nie a nie.
- **B** noem dit 'n MR. 'n k wat met 'n konstante **vermenigvuldig** word, beteken "tel elke stap soveel by"; net 'n k in 'n **eksponent** vermenigvuldig.

Onthou: Lineêr in $k \rightarrow$ RR (verskil = die koëffisiënt). Eksponensieel in $k \rightarrow$ MR (verhouding = die grondtal). By twyfel, brei drie terme uit.

Q29 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Die k is in die **eksponent**, dus is dit meetkundig. Brei uit:

$$2 + 6 + 18 + 54 = 80$$

Formulekontrole ($a = 2, r = 3, n = 4$): $S_4 = \frac{2(81-1)}{2} = 80 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (81) is bloot 3^4 — die faktor 2 en die optel is albei geïgnoreer.
- **B** (78) het die $k = 1$ -term laat val. Die eksponent $k - 1$ maak dit $2 \cdot 3^0 = 2$, en $3^0 = 1$ vang mense uit.
- **D** (84) is 'n optelglips; om uit te brei *én* met die formule te kontroleer laat dit geen ruimte nie.

Onthou: k in die eksponent $\rightarrow$ MR. Hou die $k = 1$ -term dop (enigiets tot die mag 0 is 1), brei uit wanneer n klein is, en laat die formule dit bevestig.

Q30 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Die ondergrens is **3**, nie 1 nie — die besonderheid wat die meeste in sigma-vrae gemis word. Vervang $k = 3$ tot 7 (vyf terme):

$$6 + 8 + 10 + 12 + 14 = 50$$

Struktuurkontrole: vyf terme met middelste term 10, dus $5 \times 10 = 50 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (40) het die middelste term verloor — as jy $6 + 14$ en $8 + 12$ paar, bly die ongepaarde 10 agter.
- **C** (42) het albei grense verkeerd ge lees, en van $k = 1$ tot 6 opgetel.

- **B** (45) het die bogrens as 6 gelees.

Onthou: Lees **albei** grense eerste, tel die terme as $(\text{bo} - \text{onder}) + 1$, en brei dan uit. Met 'n onewe aantal RR-terme is "middelste $\times$ aantal" 'n vinnige kontrole.

Afdeling 8.7 — Oneindige Meetkundige Reekse

Q31 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

'n Oneindige som kom slegs by 'n eindige waarde tot rus as die terme **na nul toe krimp**. Dit gebeur presies wanneer $|r| < 1$, wat beteken $-1 < r < 1$.

Waarom die ander verkeerd is — elkeen laat die verkeerde verhoudings toe of sluit hulle uit:

- **C** ($r < 1$) laat $r = -5$ toe: die terme $a, -5a, 25a, \dots$ ontplof. Die absolute waarde is die voorwaarde, nie versiering nie.
- **A** ($r > 0$) laat $r = 2$ toe, waar die terme vir ewig verdubbel.
- **D** hou net die negatiewe helfte, en sluit $r = \frac{1}{2}$ verkeerdelik uit — die algemeenste konvergente geval van almal.

Onthou: S_∞ bestaan slegs wanneer $|r| < 1$. Toets enige voorgestelde voorwaarde deur te soek na 'n verhouding wat dit verkeerdelik inlaat of uitlaat.

Q32 — Basies — Antwoord: C

Verduideliking

$a = 12$, $r = \frac{1}{2}$, en $|r| < 1$, dus bestaan die som:

$$S_\infty = \frac{12}{1 - \frac{1}{2}} = 24$$

Kyk hoe dit konvergeer: 12, 18, 21, 22.5, 23.25, $\dots$ — die oorblywende gaping word elke keer gehalveer, al hoe nader aan 24.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (12) is net die eerste term.
- **B** (18) hou ná twee terme op; die oneindige stert voeg nog 6 by.

- **D (36)** verknoei die noemer — en die lopende totaal gaan nooit verby 24 nie, dus is dit onmoontlik.

Onthou: $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$, en om deur 'n breuk te deel beteken om met sy resiprook te vermenigvuldig. Om drie of vier terme op te tel sê vir jou ongeveer waar die antwoord moet land — 'n nuttige reling.

Q33 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Omgekeerde probleem: die som is bekend, die eerste term nie. Om $S_{\infty} = a/(1-r)$ te herrangskik gee $a = S_{\infty}(1-r)$:

$$a = 20 \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 20 \times \frac{3}{4} = 15$$

Kontroleer vorentoe: $S_{\infty} = \frac{15}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{15}{\frac{3}{4}} = 20 \checkmark$. (Die reeks $15 + 3.75 + 0.9375 + \dots$ leun inderdaad op 20.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **B (80)** deel waar dit moet vermenigvuldig: $20 \div \frac{1}{4} = 80$ — die formule word in die verkeerde rigting gebruik. Sy vorentoe-kontrole ontplof: $80/(3/4) \approx 107$, nie 20 nie.
- **C (5)** vermenigvuldig met r in plaas van met $(1-r)$: $20 \times \frac{1}{4} = 5$.
- **D (10)** vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$ — 'n "vat die helfte"-refleks sonder enige grond in die gegewe $r = \frac{1}{4}$.

Onthou: $a = S_{\infty}(1-r)$: die eerste term is altyd *kleiner* as die oneindige som (die stert dra die res by) — dus is enige kandidaat groter as 20, soos opsie B, gediskwalifiseer voordat jy enigiets bereken.

Q34 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

'n Repeterende desimaal is 'n oneindige meetkundige reeks wat in die ooplug wegstroop — elke herhaling is die vorige een wat 'n desimale plek geskuif is:

$$0.333\dots = 0.3 + 0.03 + 0.003 + \dots$$

$a = 0.3$, $r = 0.1$ (elke term is 'n tiende van die een voor dit), en $|r| < 1$:

$$S_{\infty} = \frac{0.3}{1 - 0.1} = \frac{0.3}{0.9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{3}{10}$) is presies 0.3 — die eerste term alleen. Om 'n repeterende desimaal af te knot skiet altyd te kort.
- **C** ($\frac{3}{11}$) is wat die formule lewer as jy r **bytel** in plaas van aftrek: $0.3/1.1 = \frac{3}{11} = 0.2727\dots$ — sigbaar die *verkeerde* repeterende desimaal.
- **B** ($\frac{1}{4}$) is 0.25, 'n raaiskoot met 'n bekende breuk. Deel dit uit: $0.25 \neq 0.333\dots$. Kandidaatbreuke kan altyd deur deling getoets word.

Onthou: Repeterende desimaal $\rightarrow$ oneindige MR met $r = 0.1^{(\text{herhalende syfers})} \rightarrow a/(1 - r)$. En $0.\bar{3} = \frac{1}{3}$ verdien onmiddellike herroeping — dit anker die hele familie ($0.\bar{6} = \frac{2}{3}$, $0.\bar{9} = 1$).

Q35 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Los die somformule vir r op — let daarop dat die breuk a/S_∞ jou $1 - r$ gee, nie r self nie:

$$24 = \frac{8}{1 - r} \implies 1 - r = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \implies r = \frac{2}{3}$$

Kontroleer: $|r| = \frac{2}{3} < 1 \checkmark$ (konvergent), en vorentoe: $\frac{8}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{8}{\frac{1}{3}} = 24 \checkmark$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ($\frac{1}{3}$) is die waarde van $1 - r$ wat as r gerapporteer word — die oplossing is een reël voor die wenstreep laat vaar. Hierdie amper-raak is die hele rede waarom die vraag bestaan.
- **C** ($\frac{1}{2}$) gee $S_\infty = 8/\frac{1}{2} = 16 \neq 24$.
- **D** ($\frac{3}{4}$) gee $S_\infty = 8/\frac{1}{4} = 32 \neq 24$. Albei druiop dieselfde vyfsekonde-vorentoe-kontrole.

Onthou: $r = 1 - a/S_\infty$. Wanneer 'n herrangskikking " $1 - r = \dots$ " oplewer, onderstreep dit — die eksaminator wed dat jy daar sal ophou en die finale aftrekking sal vergeet.

Eksamenbank-Ekstras — Vraagtypes wat in Onlangse Vraestelle Bevestig Is

Q36 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Die reël $2n - 1$ genereer die **onewe getalle**: $1, 3, 5, \dots, 2p - 1$. Dus is dit 'n RR met $a = 1$, $d = 2$, en p terme.

Per formule:

$$S_p = \frac{p}{2}(2 + (p-1)2) = \frac{p}{2}(2p) = p^2$$

Per prentjie: $1 = 1^2$, $1 + 3 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$ — elke nuwe onewe getal vou 'n L om die vierkant en voltooi die volgende een.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $p(p+1)$ is die som van die eerste p **ewe** getalle.
- **C** $2p^2 - p$ is gelyk aan $p(2p-1)$ — die *laaste term* maal p , 'n verkeerde uitbreiding.
- **D** $p(p-1)$ is die ewe-getal-som wat een stap kort is.

Onthou: $\sum_{n=1}^p (2n-1) = p^2$ — die moeite werd om as een enkele feit te ken. " $2n \pm 1$ opgetel vanaf 1" behoort "onewe getalle $\rightarrow$ volkome vierkant" te laat afgaan.

Q37 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Verifieer eers die reël — moet nooit 'n gestelde patroon blindelings vertrou nie: $34 = 21 + 13 \checkmark$, $21 = 13 + 8 \checkmark$, $13 = 8 + 5 \checkmark$, $8 = 5 + 3 \checkmark$. (Fibonacci, wat agteruit loop.)

Pas dit nou toe op die terme wat die onbekendes bevat:

Die term 5 het regs bure 3 en w : $5 = 3 + w \Rightarrow w = 2$

Die term 3 het regs bure w en r : $3 = 2 + r \Rightarrow r = 1$

$$w + r = 3$$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (2) is w alleen — die vraag vra vir $w + r$.
- **D** (4) is w wat twee keer getel is; die vergelyking vir r is nooit opgelos nie.
- **B** (5) eggo bloot 'n sigbare term.

Onthou: As 'n ry beide die RR-toets (konstante verskille) en die MR-toets (gemene verhoudings) drui, probeer 'n **optelreël**. Sodra een onbekende val, volg die res een vergelyking op 'n slag.

Q38 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

Albei kante is rekenkundige reekse met verskil 4 en elk 50 terme — plus die eensame x aan die regterkant.

Die insig: paar die terme oor die vergelyking heen.

$$199 \leftrightarrow 197, \quad 195 \leftrightarrow 193, \quad \dots, \quad 3 \leftrightarrow 1$$

Elke paar verskil met 2, en daar is 50 pare. Dus oorskry die linkerkant die regterkantse reeks met $2 \times 50 = 100$, en x moet presies dít verskaf:

$$x = 100$$

Formulekontrolle: links $= \frac{50}{2}(3 + 199) = 5050$; regterkantse reeks $= \frac{50}{2}(1 + 197) = 4950$; verskil $= 100 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** (50) is die aantal pare, nie die surplus nie.
- **C** (2) is een paar se verskil; daar is vyftig.
- **B** (200) het die *binne-reeks*-verskil van 4 as die gaping per paar gebruik. Die gaping oor die vergelyking heen is 2.

Onthou: Twee lang reekse oorkant 'n gelykaanteken? Moenie enige kant bereken nie — **paar die terme en vermenigvuldig die verskil per paar met die aantal pare.**

Gemengde Oefening

M1 — Intermediêr

Onderwerp: Algebra — faktorisering met 'n gemeenskaplike faktor

Faktoriseer volledig: $(x + 2)^2 - (x + 2)(x - 1)$.

- A) $3(x + 2)$
 - B) $(x + 2)(2x + 1)$
 - C) $3x + 2$
 - D) $(x - 1)(x + 3)$
-

M2 — Basies

Onderwerp: Getalbegrip — persentasie van 'n bedrag

Wat is 20 % van 350?

- A) 35
 - B) 17.5
 - C) 70
 - D) 175
-

M3 — Intermediêr

Onderwerp: Funksies — draaipunt van 'n parabool

Die funksie $f(x) = x^2 - 6x + 5$ het sy draaipunt by:

- A) (3, 4)
 - B) (3, -4)
 - C) (-3, 4)
 - D) (-3, -4)
-

M4 — Basies**Onderwerp:** Trigonometrie — presiese waarde

$$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ =$$

- A) 0
 - B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - D) 1
-

M5 — Basies**Onderwerp:** Algebra — lineêre ongelykheidLos $-2x + 6 > 0$ op.

- A) $x < 3$
 - B) $x > 3$
 - C) $x > -3$
 - D) $x < -3$
-

M6 — Basies**Onderwerp:** Meetkunde — ko-binnehoeke

Ko-binnehoeke wat gevorm word deur 'n snylyn wat twee ewewydige lyne sny:

- A) Is gelyk
 - B) Tel op tot 360°
 - C) Tel op tot 180°
 - D) Is slegs supplementêr wanneer hulle skerp is
-

M7 — Basies**Onderwerp:** Data — mediaanDie mediaan van $\{3, 7, 7, 10, 12\}$ is:

- A) 10
 - B) 7
 - C) 7.8
 - D) 8
-

M8 — Intermediêr**Onderwerp:** Finansiële wiskunde — saamgestelde rente

R5 000 word teen 20 % p.j. saamgestelde rente vir 2 jaar belê. Die opgehoopte waarde is:

- A) R6 000
 - B) R7 000
 - C) R6 500
 - D) R7 200
-

M9 — Basies**Onderwerp:** Rekenkundige ry — vind 'n term

Vind die 10de term van die RR 3, 7, 11, 15, ...

- A) 39
 - B) 41
 - C) 43
 - D) 37
-

M10 — Basies**Onderwerp:** Getalbegrip — vereenvoudiging van wortelvormeVereenvoudig $\sqrt{75}$.

- A) $3\sqrt{5}$
 - B) 15
 - C) $5\sqrt{3}$
 - D) $25\sqrt{3}$
-

M11 — Basies**Onderwerp:** Funksies — hiperboolWatter stelling oor $y = \frac{3}{x}$ is korrek?

- A) Dit het 'n x -afsnit by $x = 3$
 - B) Dit het geen x -afsnit en geen y -afsnit nie
 - C) Dit het 'n y -afsnit by $y = 3$
 - D) Dit het 'n minimum by $(1, 3)$
-

M12 — Basies**Onderwerp:** Trigonometrie — los 'n basiese vergelyking opLos $\sin \theta = -1$ op vir $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$.

- A) 90°
 - B) 180°
 - C) 0°
 - D) 270°
-

M13 — Basies

Onderwerp: Meetkunde — oppervlakte van 'n parallelogram

'n Parallelogram het 'n basis van 8 cm en 'n loodregte hoogte van 5 cm. Sy oppervlakte is:

- A) 40 cm^2
 - B) 20 cm^2
 - C) 80 cm^2
 - D) 26 cm^2
-

M14 — Intermediêr

Onderwerp: Data — onafhanklike gebeurtenisse

$P(A) = 0.6$ en $P(B) = 0.4$; A en B is onafhanklik. Vind $P(A \cap B)$.

- A) 1.0
 - B) 0.76
 - C) 0.24
 - D) 0.2
-

M15 — Basies

Onderwerp: Meetkundige ry — vind 'n term

'n MR het eerste term 3 en gemene verhouding 4. Vind T_4 .

- A) 48
 - B) 192
 - C) 64
 - D) 768
-

M16 — Intermediêr**Onderwerp:** Finansiële wiskunde — reguitlynwaardevermindering

'n Masjien kos R50 000. Dit verminder teen 5 % p.j. in waarde volgens die reguitlynmetode vir 6 jaar. Sy boekwaarde ná 6 jaar is:

- A) R40 000
 - B) R15 000
 - C) R45 000
 - D) R35 000
-

M17 — Basies**Onderwerp:** Algebra — faktoriseer volledig

Faktoriseer volledig: $3x^2 - 12$.

- A) $3(x - 2)(x + 2)$
 - B) $(3x - 4)(x + 3)$
 - C) $3(x - 2)^2$
 - D) $3(x + 2)^2$
-

M18 — Basies**Onderwerp:** Funksies — eksponensiële evaluering

As $f(x) = 2^x$, vind $f(3) - f(1)$.

- A) 2
 - B) 4
 - C) 6
 - D) 16
-

M19 — Intermediêr**Onderwerp:** Rekenkundige reeks — som tot 20 terme

Vind die som van die RR 5, 10, 15, ... tot 20 terme.

- A) 1 000
 - B) 1 050
 - C) 1 100
 - D) 950
-

M20 — Basies**Onderwerp:** Getalbegrip — eksponentwetteVereenvoudig $\frac{2^3 \times 2^4}{2^5}$.

- A) 2^{12}
 - B) 8
 - C) 16
 - D) 4
-

M21 — Intermediêr**Onderwerp:** Meetkunde — booglengte

'n Sirkel het 'n radius van 6 cm. Wat is die booglengte wat deur 'n middelpuntshoek van 60° onderspan word?

- A) 2π cm
 - B) 6π cm
 - C) 3π cm
 - D) 12π cm
-

M22 — Basies**Onderwerp:** Data — waarskynlikheid van 'n priemgetal

'n Regverdige dobbelsteen word gegooi. Wat is die waarskynlikheid om 'n priemgetal te gooi?

- A) $\frac{1}{3}$
 - B) $\frac{1}{6}$
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) $\frac{2}{3}$
-

M23 — Intermediêr**Onderwerp:** Oneindige meetkundige reeks — bereken S_{∞}

'n Oneindige MR het eerste term 6 en gemene verhouding $\frac{1}{2}$. Vind S_{∞} .

- A) 6
 - B) 12
 - C) 18
 - D) 24
-

M24 — Intermediêr**Onderwerp:** Finansiële wiskunde — opgehoopte bedrag

R3 000 word teen 15 % p.j. enkelvoudige rente vir 4 jaar belê. Wat is die totale opgehoopte bedrag?

- A) R3 450
 - B) R4 500
 - C) R5 250
 - D) R4 800
-

M25 — Basies**Onderwerp:** Algebra — oplossing van $x^2 = k$ Los $x^2 = 25$ op.

- A) $x = \pm 5$
 - B) $x = 5$
 - C) $x = -5$
 - D) slegs $x = \sqrt{25}$
-

M26 — Basies**Onderwerp:** Funksies — rigting van 'n paraboolDie grafiek van $y = -x^2 + 3$ maak in watter rigting oop?

- A) Regs
 - B) Links
 - C) Afwaarts
 - D) Opwaarts
-

M27 — Intermediêr**Onderwerp:** Sigma-notasie — om 'n reeks te skryfWatter sigma-uitdrukking stel $2 + 5 + 8 + 11 + 14$ voor?

- A) $\sum_{k=1}^5 (3k + 1)$
 - B) $\sum_{k=1}^5 (3k - 1)$
 - C) $\sum_{k=1}^5 3k$
 - D) $\sum_{k=1}^4 (3k - 1)$
-

M28 — Intermediêr**Onderwerp:** Trigonometrie — hoogtehoek

'n Vlagpaal werp 'n skaduwee van 12 m wanneer die son se hoogtehoek 30° is. Die hoogte van die vlagpaal is:

- A) 6 m
 - B) $12\sqrt{3}$ m
 - C) $6\sqrt{3}$ m
 - D) $4\sqrt{3}$ m
-

M29 — Intermediêr**Onderwerp:** Rekenkundige ry — vind n

In die RR 5, 8, 11, ..., watter term is gelyk aan 77?

- A) 25ste
 - B) 24ste
 - C) 26ste
 - D) 27ste
-

M30 — Gevorderd**Onderwerp:** Finansiële wiskunde — toekomstige waarde van 'n annuïteit

R1 000 word aan die einde van elke jaar vir 4 jaar teen 10 % p.j. saamgesteld gedeponeer. Die totale opgehoopte waarde ná 4 jaar is:

- A) R4 000
- B) R4 400
- C) R4 641
- D) R5 000

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. A	M2. C	M3. B	M4. D	M5. A
M6. C	M7. B	M8. D	M9. A	M10. C
M11. B	M12. D	M13. A	M14. C	M15. B
M16. D	M17. A	M18. C	M19. B	M20. D
M21. A	M22. C	M23. B	M24. D	M25. A
M26. C	M27. B	M28. D	M29. A	M30. C

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: A

Stap 1 — Albei terme deel die faktor $(x + 2)$; haal dit uit.

Stap 2 — $(x + 2)[(x + 2) - (x - 1)]$.

Stap 3 — Die hake vereenvoudig: $(x + 2) - (x - 1) = 3$, wat $3(x + 2)$ gee.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die hakies opgetel in plaas van afgetrek.
- **C** uitgebrei en die faktor verloor.
- **D** die uitbreiding verkeerd gefaktoriseer.

Onthou: Haal die gemene hake EERSTE uit. Om alles uit te brei en weer te begin is stadiger en baie makliker om verkeerd te kry.

M2 — Antwoord: C

Stap 1 — 20% beteken $\frac{20}{100} = 0.2$.

Stap 2 — 0.2×350 .

Stap 3 — $= 70$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 10% gevind.
- **B** 5% gevind.
- **D** 50% gevind.

Onthou: 10% van 350 is 35, dus is 20% die dubbel daarvan. Om vanaf 10% te werk is die vinnigste koproete.

M3 — Antwoord: B

Stap 1 — Die simmetrie-as is $x = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$.

Stap 2 — Vervang: $y = 3^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$.

Stap 3 — Die draaipunt is $(3, -4)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** x reg gekry maar die teken van y verkeerd.
- **C** die x -koördinaat negatief gemaak.
- **D** albei negatief gemaak.

Onthou: Vind eers x , VERVANG dan om y te kry. Om die y -koördinaat uit die konstante term te raai is wat hier $+4$ oplewer.

M4 — Antwoord: D

Stap 1 — $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Stap 2 — $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Stap 3 — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die twee afgetrek in plaas van opgetel.
- **B** 45° -waardes gebruik.
- **C** $\sin 60^\circ$ vir een van hulle gebruik.

Onthou: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$ — hulle is komplementêre hoeke, dus deel hulle 'n waarde. Twee helftes maak een.

M5 — Antwoord: A

Stap 1 — $-2x + 6 > 0$ gee $-2x > -6$.

Stap 2 — Deling deur 'n NEGATIEWE getal keer die ongelykheid om.

Stap 3 — $x < 3$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** deur -2 gedeel sonder om die teken om te draai.
- **C** die teken van 3 omgedraai in plaas van die ongelykheid.
- **D** albei verkeerd gekry.

Onthou: Deling of vermenigvuldiging met 'n negatiewe getal DRAAI die ongelykheid OM. Toets met 'n waarde: $x = 0$ gee $6 > 0$ ✓, en 0 is kleiner as 3.

M6 — Antwoord: C

Stap 1 — Ko-binnehoeke lê tussen die ewewydige lyne, aan dieselfde kant van die transversaal.

Stap 2 — Hulle is supplementêr.

Stap 3 — Hulle tel dus op tot 180° .

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** verwisselende en ooreenkomstige hoeke is gelyk; ko-binnehoeke nie.
- **B** 360° is die totaal om 'n punt.
- **D** die verwantskap geld vir elke paar, skerp of stomp.

Onthou: Drie verwantskappe om uitmekaar te hou: ooreenkomstig GELYK, verwisselend GELYK, ko-binne SUPPLEMENTÊR.

M7 — Antwoord: B

Stap 1 — Die data is reeds gesorteer: 3, 7, 7, 10, 12.

Stap 2 — Daar is vyf waardes, dus is die mediaan die 3de.

Stap 3 — $= 7$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die 4de waarde geneem.
- **C** die GEMIDDELD bereken, wat 7.8 is.
- **D** die middelste twee gemiddeld geneem, wat slegs vir 'n ewe aantal is.

Onthou: Met 'n onewe aantal is die mediaan die enkele middelste waarde — geen gemiddelde nie. Hier verskil die gemiddeld en die mediaan, en die vraag vra vir die mediaan.

M8 — Antwoord: D

Stap 1 — Saamgestel: $A = P(1 + i)^n = 5000(1.2)^2$.

Stap 2 — $1.2^2 = 1.44$.

Stap 3 — $5000 \times 1.44 = 7200$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net een jaar toegepas.
- **B** enkelvoudige rente gebruik: $5000(1 + 0.4) = 7000$.
- **C** 1.3 gebruik.

Onthou: $1.2^2 = 1.44$, nie 1.4 nie. Die ekstra R200 is die tweede jaar se rente op die eerste jaar se rente — dit is wat 'saamgestel' beteken.

M9 — Antwoord: A

Stap 1 — $a = 3$ en $d = 7 - 3 = 4$.

Stap 2 — $T_{10} = a + 9d = 3 + 9(4)$.

Stap 3 — $= 3 + 36 = 39$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** $a + 10d$ gebruik — tien stappe in plaas van nege.
- **C** $a + 10d$ gebruik en verkeerd opgetel.
- **D** $a + 8.5d$ gebruik of verkeerd vermenigvuldig.

Onthou: T_{10} neem NEGE stappe vanaf die eerste term, dus gebruik dit $9d$. Die $(n - 1)$ is die hele moeilikheid van hierdie formule.

M10 — Antwoord: C

Stap 1 — Vind die grootste vierkantfaktor van 75: $75 = 25 \times 3$.

Stap 2 — $\sqrt{75} = \sqrt{25}\sqrt{3}$.

Stap 3 — $= 5\sqrt{3}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $9 \times \frac{75}{9}$ gebruik, wat nie 'n heelgetalfaktoriserings is nie.
- **B** $\sqrt{75}$ hanteer asof 75 'n volkome vierkant is.
- **D** 25 uitgehaal sonder om die wortel daarvan te neem.

Onthou: Haal die grootste VOLKOME VIERKANT uit, en neem die wortel daarvan soos dit uitkom. $\sqrt{25} = 5$, dus word 25 buite die wortel 'n 5.

M11 — Antwoord: B

Stap 1 — $y = \frac{3}{x}$ is 'n hiperbool met asimptote $x = 0$ en $y = 0$.

Stap 2 — y is nooit 0 nie, want 3 gedeel deur enigiets is nooit 0 nie — geen x -afsnit nie.

Stap 3 — $x = 0$ is ongedefinieer — ook geen y -afsnit nie.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $y = \frac{3}{3} = 1$ by $x = 3$, dus is dit nie 'n afsnit nie.
- **C** $x = 0$ is glad nie in die definisieversameling nie.
- **D** 'n hiperbool het geen draaipunt nie.

Onthou: 'n Hiperbool $y = \frac{k}{x}$ sny GEEN van die asse nie — die asse is sy asimptote. Daardie een feit beantwoord die hele vraag.

M12 — Antwoord: D

Stap 1 — Sinus bereik sy minimum van -1 een keer per omwenteling.

Stap 2 — Op die eenheidsirkel is dit reguit af.

Stap 3 — $\theta = 270^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\sin 90^\circ = +1$, die maksimum.
- **B** $\sin 180^\circ = 0$.
- **C** $\sin 0^\circ = 0$.

Onthou: $\sin \theta = -1$ het presies EEN oplossing in $[0^\circ, 360^\circ]$, anders as die meeste waardes wat twee het. Die uiterstes is die spesiale gevalle.

M13 — Antwoord: A

Stap 1 — Oppervlakte van 'n parallelogram is basis $\times$ loodregte hoogte.

Stap 2 — 8×5 .

Stap 3 — $= 40 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** dit gehalveer — dit is die DRIEHOEK-formule.
- **C** dit verdubbel.
- **D** die basis en hoogte opgetel, toe verdubbel.

Onthou: 'n Parallelogram is basis $\times$ hoogte met GEEN helfte nie. Die helfte hoort by die driehoek, wat die helfte van 'n parallelogram is.

M14 — Antwoord: C

Stap 1 — Onafhanklike gebeurtenisse: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Stap 2 — 0.6×0.4 .

Stap 3 — $= 0.24$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die waarskynlikhede opgetel.
- **B** $P(A \cup B)$ bereken.
- **D** geskat, of 0.5×0.4 gebruik.

Onthou: 'En' met onafhanklike gebeurtenisse beteken VERMENIGVULDIG. Die antwoord moet kleiner wees as enige van die twee waarskynlikhede, wat alles bo 0.4 uitskakel.

M15 — Antwoord: B

Stap 1 — $T_n = ar^{n-1}$, dus $T_4 = ar^3$.

Stap 2 — $= 3 \times 4^3 = 3 \times 64$.

Stap 3 — $= 192$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** ar^2 gebruik — dit is T_3 .
- **C** 4^3 gerapporteer sonder die eerste term.
- **D** ar^4 gebruik, wat T_5 is.

Onthou: T_4 gebruik r^3 , nie r^4 nie: drie vermenigvuldigings bring jou van die 1ste term na die 4de. Dieselfde fout-van-een as by rekenkundige rye.

M16 — Antwoord: D

Stap 1 — Reguitlyn: dieselfde bedrag elke jaar, gebaseer op die OORSPRONKLIKE koste.

Stap 2 — 5% van $50\,000 = 2500$ per jaar.

Stap 3 — Ná 6 jaar: $50\,000 - 6(2500) = 50\,000 - 15\,000 = 35\,000$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** 4 jaar gebruik.
- **B** die totale waardevermindering gerapporteer in plaas van die boekwaarde.
- **C** een jaar gebruik.

Onthou: Reguitlyn-waardevermindering is lineêr: koers $\times$ oorspronklik $\times$ jare. B is die bedrag wat VERLOOR is, nie die waarde wat oorbly nie — lees wat gevra word.

M17 — Antwoord: A

Stap 1 — Haal die gemene faktor 3 uit: $3(x^2 - 4)$.

Stap 2 — $x^2 - 4$ is 'n verskil van kwadrate.

Stap 3 — $3(x - 2)(x + 2)$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** brei uit na $3x^2 + 5x - 12$.
- **C** $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$, wat 'n middelterm het.
- **D** $(x + 2)^2$ het net so 'n middelterm.

Onthou: GEMENE FAKTOR eerste, kyk dan na wat oorbly. $x^2 - 4$ faktoriseer dan verder, en 'volledig' beteken jy moet heelpad gaan.

M18 — Antwoord: C

Stap 1 — $f(3) = 2^3 = 8$.

Stap 2 — $f(1) = 2^1 = 2$.

Stap 3 — $8 - 2 = 6$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $f(3 - 1) = f(2) = 4$ bereken — dus die insette afgetrek.
- **B** $f(2)$ gebruik.
- **D** vermenigvuldig in plaas van afgetrek.

Onthou: $f(3) - f(1)$ beteken evalueer ALBEI en trek die resultate af. Dit is nie $f(3 - 1)$ nie — funksies verdeel nie oor aftrekking nie.

M19 — Antwoord: B

Stap 1 — $a = 5, d = 5, n = 20$.

Stap 2 — $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 10[10 + 95]$.

Stap 3 — $= 10 \times 105 = 1050$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $(n - 1) = 20$ gebruik.
- **C** $n = 21$ gebruik.
- **D** $(n - 1) = 18$ gebruik.

Onthou: S_{20} gebruik $(n - 1) = 19$, nie 20 nie. 'n Alternatiewe toets: die gemiddelde term is $\frac{5 + 100}{2} = 52.5$, en $52.5 \times 20 = 1050$.

M20 — Antwoord: D

Stap 1 — Tel die eksponente bo op: $2^3 \times 2^4 = 2^7$.

Stap 2 — Trek die een onder af: $2^7 \div 2^5 = 2^2$.

Stap 3 — $2^2 = 4$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die eksponente vermenigvuldig.
- **B** by 2^3 uitgekom.
- **C** by 2^4 uitgekom.

Onthou: $3 + 4 - 5 = 2$. Eksponentreëls tel op en trek af; hulle vermenigvuldig nooit eksponente nie tensy daar 'n mag van 'n mag is.

M21 — Antwoord: A

Stap 1 — Die sektor is $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ van die sirkel.

Stap 2 — Omtrek $= 2\pi(6) = 12\pi$.

Stap 3 — $\frac{1}{6} \times 12\pi = 2\pi$ cm.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** die helfte van die omtrek geneem.
- **C** 'n kwart geneem.
- **D** die hele omtrek gebruik.

Onthou: Booglengte is $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$. 60° is een sesde van 'n volle draai, wat die rekenkunde maklik maak.

M22 — Antwoord: C

Stap 1 — Die priemgetalle op 'n dobbelsteen is 2, 3 en 5 — drie daarvan.

Stap 2 — 1 is NIE priem nie; 4 en 6 is saamgesteld.

Stap 3 — $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** net twee priemgetalle getel.
- **B** een getel.
- **D** vier getel, waarskynlik deur 1 in te sluit.

Onthou: 1 is nie 'n priemgetal nie. Om dit te vergeet is wat $\frac{1}{2}$ hier in $\frac{2}{3}$ verander.

M23 — Antwoord: B

Stap 1 — $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$, geldig omdat $|r| < 1$.

Stap 2 — $= \frac{6}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{6}{\frac{1}{2}}$.

Stap 3 — $= 12$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die eerste term gerapporteer.
- **C** $\frac{a}{r}$ -tipe rekenkunde gebruik.
- **D** $1 - r = \frac{1}{4}$ gebruik.

Onthou: Om deur $\frac{1}{2}$ te deel verdubbel. 'n Som tot oneindigheid is altyd GROTER as die eerste term wanneer die gemene verhouding r positief is.

M24 — Antwoord: D

Stap 1 — Enkelvoudige rente: $A = P(1 + in)$.

Stap 2 — $= 3000(1 + 0.15 \times 4) = 3000(1.6)$.

Stap 3 — $= 4800$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** een jaar se rente toegepas.
- **B** saamgestelde rente gebruik.
- **C** 5 jaar gebruik.

Onthou: Enkelvoudige rente: die koers maal die jare, BYGETEL by 1, dan een keer vermenigvuldig. Nêrens magte nie.

M25 — Antwoord: A

Stap 1 — $x^2 = 25$ beteken x is 'n getal waarvan die kwadraat 25 is.

Stap 2 — Beide 5 en -5 kwadreer tot 25.

Stap 3 — $x = \pm 5$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** mis die negatiewe wortel.
- **C** mis die positiewe wortel.
- **D** $\sqrt{25}$ dui slegs die positiewe wortel aan, dus is dit onvolledig.

Onthou: Om $x^2 = k$ op te los gee $\pm\sqrt{k}$; die SIMBOOL $\sqrt{k}$ beteken slegs die positiewe een. Die onderskeid is die hele vraag hier.

M26 — Antwoord: C

Stap 1 — Die koëffisiënt van x^2 is -1 .

Stap 2 — 'n Negatiewe koëffisiënt beteken die parabool maak afwaarts oop.

Stap 3 — (Die $+3$ skuif dit op maar draai dit nie om nie.)

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** parabole van hierdie vorm maak op of af oop, nooit sywaarts nie.
- **B** weer sywaarts — dit verg $x = y^2$.
- **D** opwaarts sou 'n POSITIEWE koëffisiënt verg.

Onthou: Die teken van die x^2 -koëffisiënt bepaal die rigting, en niks anders nie. 'n Konstante term skuif die grafiek sonder om dit om te draai.

M27 — Antwoord: B

Stap 1 — Die terme neem elke keer met 3 toe, dus bevat die reël $3k$.

Stap 2 — By $k = 1$ is die term 2, en $3(1) = 3$, dus trek 1 af.

Stap 3 — $\sum_{k=1}^5 (3k - 1)$ gee 2, 5, 8, 11, 14 ✓

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $3k + 1$ begin by 4.
- **C** $3k$ begin by 3.
- **D** die regte reël maar net vier terme — dit stop by 11.

Onthou: Pas die STAP by die koëffisiënt van k , stel dan die begin reg met die konstante. Toets laastens of die boonste grens die regte aantal terme gee.

M28 — Antwoord: D

Stap 1 — Die skaduwee is aanliggend aan die hoek en die hoogte is teenoorstaande, dus gebruik tangens.

Stap 2 — $h = 12 \tan 30^\circ = \frac{12}{\sqrt{3}}.$

Stap 3 — Rasionaliseer: $\frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ m}.$

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** $\frac{12}{2}$ gebruik.
- **B** $12 \tan 60^\circ$ gebruik.
- **C** $6\sqrt{3}$ gebruik en die skaduwee eers gehalveer.

Onthou: $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, wat KLEINER as 1 is — dus moet die hoogte kleiner as die skaduwee wees. Daardie toets skakel twee opsies onmiddellik uit.

M29 — Antwoord: A

Stap 1 — $a = 5$, $d = 3$, en ons soek $T_n = 77$.

Stap 2 — $5 + (n - 1)3 = 77$, dus $(n - 1)3 = 72$.

Stap 3 — $n - 1 = 24$, wat $n = 25$ gee.

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** by $n - 1 = 24$ gestop.
- **C** een te veel bygetel.
- **D** twee te veel bygetel.

Onthou: Los eers vir $(n - 1)$ op, tel dan 1 by. Om by $n - 1$ te stop is presies die fout-van-een waarvoor hierdie formule berug is.

M30 — Antwoord: C

Stap 1 — Dit is 'n toekomstige-waarde-annuïteit: $F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$.

Stap 2 — $= \frac{1000[1.1^4 - 1]}{0.1} = \frac{1000(0.4641)}{0.1}$.

Stap 3 — $= 4641$.

Waarom die ander verkeerd is:

- **A** die vier betalings sonder rente opgetel.
- **B** een jaar se rente op die totaal toegepas.
- **D** die rente oorskak.

Onthou: Elke betaling verdien rente vir 'n verskillende tydperk, en dit is wat die annuïteitsformule saamvat. Vier betalings van R1 000 moet meer as R4 000 en heelwat minder as R5 000 wees.

Hoofstuk 9 — Volledige Proefeksamens

Hoe om hierdie proefeksamens te gebruik

Elke eksamen bevat **60 vrae** in NBT MAT-formaat: vier opsies (A–D), een korrekte antwoord. Geen sakrekenaar word toegelaat nie. Gee **3 uur** per eksamen. Werk deur die hele vraestel voordat jy die memorandum aan die einde nagaan.

Die NBT rapporteer 'n kandidaat se Wiskunde-uitslag in vyf subdomeine. Die vyf hieronder is die NBT se eie, uit sy Nasionale Verslag; elke vraag in hierdie drie eksamens is met die een gemerk waarby dit hoort, en die getalle is getel, nie geskat nie:

NBT-subdomein	Eksamen 1	Eksamen 2	Eksamen 3	Totaal
Algebraïese verwerking	14	21	21	56
Getalbegrip	17	17	16	50
Meetkundige redenasie	13	11	10	34
Funksies en grafieke	11	7	8	26
Trigonometriese funksies en grafieke	5	4	5	14

Getalbegrip dra die waarskynlikheids- en datavrae, en meetkundige redenasie dra analitiese meetkunde — dit is die NBT se groepering, nie ons s'n nie.

Die NBT publiseer nie hoeveel van sy 60 vrae in elke subdomein val nie. Nóg sy webwerf nóg sy Nasionale Verslag gee daardie getalle, dus kan geen oefenvraestel — hierdie een ingesluit — eerlik beweer dat dit die werklike verhoudings pas nie, en jy behoort enigeen te wantrou wat dit wel doen. Waarvoor die tabel wél is, is om jou eie uitslag te lees soos die NBT dit rapporteer: as jy die meeste van jou punte in een ry verloor, is dít die ry om na terug te gaan.

Een ding wat die tabel duidelik maak: trigonometrie is hier dunner as die ander rye. As dit blyk jou swak subdomein te wees, sal hoofstuk 4 meer vir jou doen as wat 'n vierde proefeksamen sou.

Die vrae is **gemeng**, nie gegropeer nie: 'n algebravraag kan deur 'n meetkundevraag gevolg word, presies soos in die werklike NBT. Niks word volgens onderwerp of moeilikheidsgraad gemerk nie, want die werklike vraestel merk nie een van die twee nie — om te besluit wat 'n vraag vra, is deel van die toets.

Proefexamen 1

Eksamen 1 — Q1

As $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = 144$, is die waarde van n :

- A) 12
 - B) 72
 - C) 144
 - D) 24
-

Eksamen 1 — Q2

Op hoeveel maniere kan 4 boeke op 'n rak gerangskik word as twee bepaalde boeke langs mekaar moet staan?

- A) 48
 - B) 24
 - C) 6
 - D) 12
-

Eksamen 1 — Q3

$P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ en $P(A \cap B) = 0.2$. Dan is $P(A \cup B)$ gelyk aan:

- A) 1.1
 - B) 0.9
 - C) 0.2
 - D) 0.7
-

Eksamen 1 — Q4

In 'n klas het 12 leerders 60 % behaal en 8 leerders 85 %. Die gemiddelde punt vir die klas is:

- A) 75 %
 - B) 72.5 %
 - C) 70 %
 - D) 68 %
-

Eksamen 1 — Q5

Die punte $(1; 3)$, $(5; 11)$ en $(k; 19)$ lê op 'n reguit lyn. Die waarde van k is:

- A) 8
 - B) 7
 - C) 13
 - D) 9
-

Eksamen 1 — Q6

As $m\%$ van r items defektief is, is die aantal items wat **nie** defektief is nie:

- A) $\frac{100r}{m}$
 - B) $\frac{mr}{100}$
 - C) $\frac{r - m}{100}$
 - D) $\frac{100r - mr}{100}$
-

Eksamen 1 — Q7

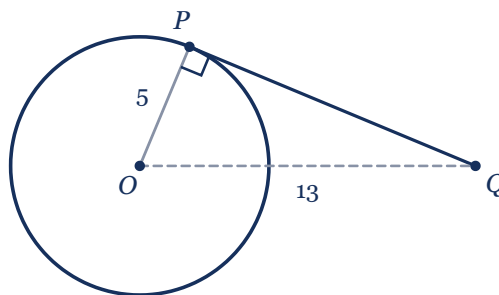
Elke binnehoek van 'n reëlmatige veelhoek is 150° . Die veelhoek het:

- A) 15 sye
 - B) 10 sye
 - C) 12 sye
 - D) 6 sye
-

Eksamen 1 — Q8

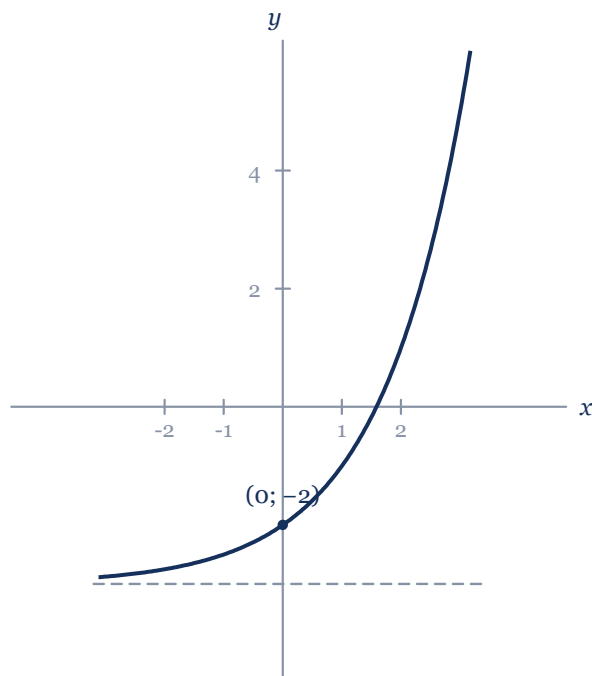
'n Reguit lyn gaan deur $(-1; 4)$ en is loodreg op $y = \frac{1}{3}x + 2$. Die vergelyking van hierdie lyn is:

- A) $y = 3x + 7$
 - B) $y = -3x - 3$
 - C) $y = -3x + 1$
 - D) $y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$
-

Eksamen 1 — Q9

PQ is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O , wat die sirkel by P raak. As $OP = 5$ cm en $OQ = 13$ cm, is die oppervlakte van $\triangle OPQ$:

- A) 32.5 cm^2
 - B) 30 cm^2
 - C) 60 cm^2
 - D) 39 cm^2
-

Eksamen 1 — Q10

Watter een van die volgende is die vergelyking van die grafiek wat getoon word?

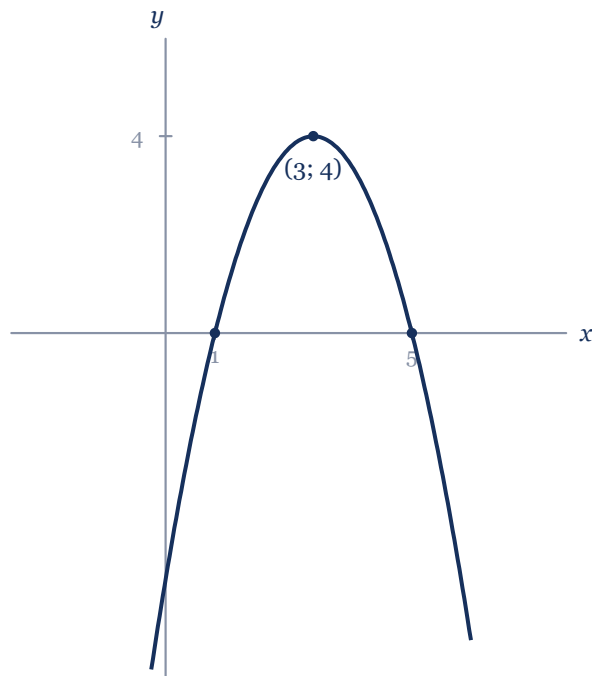
- A) $y = 2^x - 3$
 - B) $y = 2^x + 3$
 - C) $y = 3^x - 2$
 - D) $y = -2^x - 3$
-

Eksamen 1 — Q11

$M(1; 2)$ is die middelpunt van AB . As A die punt $(-2; 6)$ is, dan is B :

- A) $(3; -4)$
 - B) $(-5; 10)$
 - C) $(4; -2)$
 - D) $(0; 4)$
-

Eksamen 1 — Q12



Die grafiek van f word hierbo getoon. Vir watter waardes van x is $f(x) \geq 0$?

- A) $x \leq 1$ of $x \geq 5$
 - B) $1 \leq x \leq 5$
 - C) $-5 \leq x \leq 4$
 - D) $x \geq 4$
-

Eksamen 1 — Q13

'n Sak bevat 3 rooi en 7 blou albasters. Twee albasters word lukraak getrek **sonder terugplasing**.

Die waarskynlikheid dat albei rooi is, is:

- A) $\frac{3}{10}$
 - B) $\frac{9}{100}$
 - C) $\frac{1}{15}$
 - D) $\frac{1}{10}$
-

Eksamen 1 — Q14

As $(x + 3)$ 'n faktor van $2x^2 + bx - 3$ is, is die waarde van b :

- A) 5
 - B) -5
 - C) 3
 - D) 15
-

Eksamen 1 — Q15

Een oplossing van $\cos(x - 20^\circ) = k$ is $x = 80^\circ$. Watter een van die volgende is **ook** 'n oplossing?

- A) 260°
 - B) 100°
 - C) -40°
 - D) -80°
-

Eksamen 1 — Q16

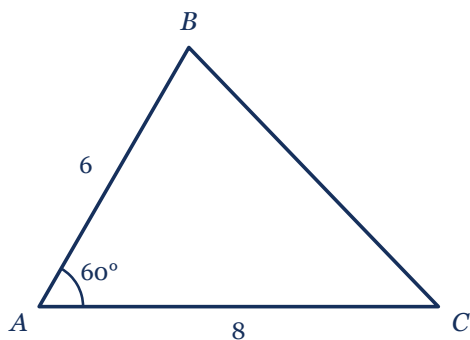
'n Regverdige muntstuk word 3 keer gegooi. Die waarskynlikheid om **ten minste** 2 koppe te kry, is:

- A) $\frac{1}{4}$
 - B) $\frac{3}{8}$
 - C) $\frac{7}{8}$
 - D) $\frac{1}{2}$
-

Eksamen 1 — Q17

Die grafiek van $y = f(x)$ word 2 eenhede na regs en 3 eenhede af geskuif. Die vergelyking van die nuwe grafiek is:

- A) $y = f(x + 2) + 3$
- B) $y = f(x + 2) - 3$
- C) $y = f(x - 2) + 3$
- D) $y = f(x - 2) - 3$

Eksamen 1 — Q18

In $\triangle ABC$, $AB = 6$, $AC = 8$ en $\hat{A} = 60^\circ$. Die lengte van BC is:

- A) $2\sqrt{13}$
 - B) 10
 - C) $2\sqrt{37}$
 - D) 14
-

Eksamen 1 — Q19

Die grafiek van $y = \log_2(x + k)$ het 'n x -afsnit by $(3; 0)$. Die waarde van k is:

- A) 2
 - B) -2
 - C) -3
 - D) 1
-

Eksamen 1 — Q20

Vereenvoudig $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{18}}{\sqrt{2}}$.

- A) $2\sqrt{2}$
 - B) 2
 - C) 4
 - D) $\sqrt{2}$
-

Eksamen 1 — Q21

As $\sin \theta = \frac{2}{3}$ en θ skerp is, dan is $\cos^2 \theta$ gelyk aan:

- A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 - B) $\frac{1}{3}$
 - C) $\frac{5}{9}$
 - D) $\frac{4}{9}$
-

Eksamen 1 — Q22

'n Toeris ruil \$500 om in rand teen R18.50 per dollar, en word 2 % kommissie op die randbedrag gehef. Hy ontvang:

- A) R9 250
 - B) R9 065
 - C) R9 435
 - D) R8 875
-

Eksamen 1 — Q23

Die grafiek van $y = a \cdot 2^x$ gaan deur die punt $(3; 24)$. Die waarde van a is:

- A) 3
 - B) 8
 - C) 21
 - D) 12
-

Eksamen 1 — Q24

Die mediaan van 'n datastel is 12 en die interkwartiele omvang is 6. As $Q_1 = 9$, dan is Q_3 gelyk aan:

- A) 21
 - B) 18
 - C) 3
 - D) 15
-

Eksamen 1 — Q25

f is 'n ewe funksie en $f(3) = 7$. Die waarde van $f(-3) + f(3)$ is:

- A) 14
 - B) 0
 - C) 7
 - D) -14
-

Eksamen 1 — Q26

'n Driehoek het sye van 5, 12 en 13 eenhede. Sy oppervlakte is:

- A) 32.5 vierkante eenhede
 - B) 30 vierkante eenhede
 - C) 60 vierkante eenhede
 - D) 39 vierkante eenhede
-

Eksamen 1 — Q27

Uit 'n klas van 30 studente speel 12 sport en studeer 10 musiek. 5 doen albei. Hoeveel doen nie een van die twee nie?

- A) 8
 - B) 12
 - C) 17
 - D) 13
-

Eksamen 1 — Q28

Die waarde van $\frac{\tan 45^\circ + \sin 30^\circ}{\cos 60^\circ}$ is:

- A) $\frac{3}{2}$
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 1
-

Eksamen 1 — Q29

In 'n meetkundige ry is $T_2 = 6$ en $T_5 = 48$. Die gemene verhouding is:

- A) 2
 - B) 8
 - C) 3
 - D) 4
-

Eksamen 1 — Q30

Vir watter waarde van k is die versameling geordende pare $\{(1; 2), (2; 5), (k; 7)\}$ **nie** 'n funksie nie?

- A) 7
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 0
-

Eksamen 1 — Q31

As $\sin 2\theta = \frac{3}{5}$, is die waarde van $(\sin \theta + \cos \theta)^2$:

- A) $\frac{3}{5}$
 - B) 1
 - C) $\frac{2}{5}$
 - D) $\frac{8}{5}$
-

Eksamen 1 — Q32

Die som van die eerste n terme van 'n rekenkundige ry is $S_n = 2n^2 + n$. Die 5de term van die ry is:

- A) 21
 - B) 55
 - C) 19
 - D) 15
-

Eksamen 1 — Q33

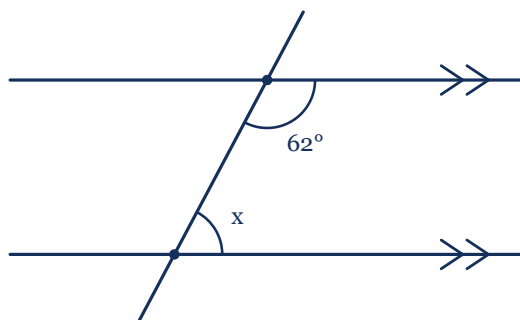
Die grafiek van f het 'n draaipunt by $(-2; 4)$. Watter een van die volgende grafieke sal die x -as by presies **een** punt sny?

- A) $y = f(x) + 4$
 - B) $y = f(x) - 4$
 - C) $y = f(x + 4)$
 - D) $y = -f(x)$
-

Eksamen 1 — Q34

Die lyn deur $(2; k)$ en $(4; 7)$ is loodreg op $y = -2x + 1$. Die waarde van k is:

- A) 5
- B) 8
- C) 6
- D) 3

Eksamen 1 — Q35

In die diagram is die twee horisontale lyne ewewydig. Die waarde van x is:

- A) 62°
- B) 118°
- C) 28°
- D) 128°

Eksamen 1 — Q36

Die sirkel $x^2 + y^2 = 25$ en die lyn $y = x + 1$ sny mekaar. Een snypunt is:

- A) (4; 3)
- B) (3; 4)
- C) (5; 0)
- D) (-3; -4)

Eksamen 1 — Q37

As $\log_{10} 2 = a$, dan is $\log_{10} 5$ gelyk aan:

- A) $\frac{a}{2}$
- B) $a - 1$
- C) $5a$
- D) $1 - a$

Eksamen 1 — Q38

Watter een van die volgende is **irrasioneel**?

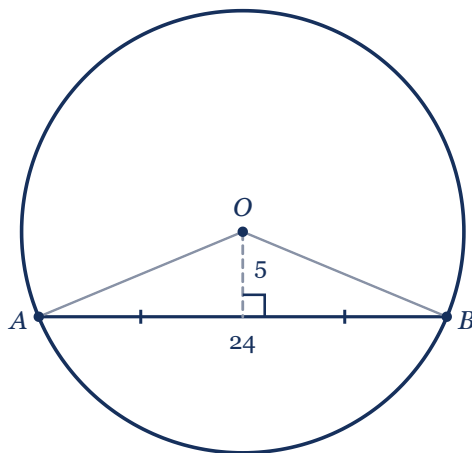
A) $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$

B) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$

C) $\sqrt{8} \div \sqrt{2}$

D) $(\sqrt{8})^2$

Eksamen 1 — Q39



O is die middelpunt van die sirkel. Die koord $AB = 24$ cm en die radius is 13 cm. Die oppervlakte van $\triangle AOB$ is:

A) 156 cm^2

B) 60 cm^2

C) 120 cm^2

D) 65 cm^2

Eksamen 1 — Q40

In wetenskaplike notasie geskryf, is $\frac{(3 \times 10^5)(4 \times 10^{-2})}{6 \times 10^{-4}}$:

- A) 12×10^7
 - B) 2×10^{11}
 - C) 2×10^7
 - D) 2×10^{-1}
-

Eksamen 1 — Q41

Die gemiddeld van die datastel $\{3; 8; x; 15; 7; 1\}$ is 7. Die waarde van x is:

- A) 42
 - B) 7
 - C) 6
 - D) 8
-

Eksamen 1 — Q42

Twee driehoeke is gelykvormig. Hulle omtreкке is 18 cm en 30 cm. As die korter driehoek 'n oppervlakte van 27 cm^2 het, wat is die oppervlakte van die groter driehoek?

- A) 45 cm^2
 - B) 54 cm^2
 - C) 75 cm^2
 - D) 108 cm^2
-

Eksamen 1 — Q43

'n Oneindige meetkundige reeks het $S_\infty = 12$ en eerste term $a = 8$. Die gemene verhouding is:

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{3}{2}$
- D) $\frac{1}{2}$

Eksamen 1 — Q44

AB is 'n middellyn van 'n sirkel en C is 'n punt op die sirkel. As $\hat{A} = 35^\circ$, dan is $\hat{B}$ gelyk aan:

- A) 35°
 - B) 55°
 - C) 90°
 - D) 45°
-

Eksamen 1 — Q45

As $\frac{4^{x+1}}{2^{x-1}} = 2^9$, is die waarde van x :

- A) 6
 - B) 9
 - C) 3
 - D) 12
-

Eksamen 1 — Q46

Die interkwartiele omvang van $\{2; 5; 8; 10; 14; 18\}$ is:

- A) 6
 - B) 16
 - C) 8
 - D) 9
-

Eksamen 1 — Q47

Ná 'n verhoging van 15 % is die prys van 'n item R276. Die oorspronklike prys was:

- A) R261
 - B) R234.60
 - C) R240
 - D) R320
-

Eksamen 1 — Q48

Hoeveel reële oplossings het $|x - 3| + 4 = 2$?

- A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) Oneindig baie
-

Eksamen 1 — Q49

Die grafiek van $y = \frac{a}{x}$ gaan deur die punt $(-2; 3)$. Sy twee takke lê in kwadrante:

- A) II en IV
 - B) I en III
 - C) I en II
 - D) III en IV
-

Eksamen 1 — Q50

R8 000 groei tot R9 680 in 2 jaar teen saamgestelde rente. Die jaarlikse rentekoers is:

- A) 21 %
 - B) 10 %
 - C) 10,5 %
 - D) 11 %
-

Eksamen 1 — Q51

Die wortels van $2x^2 - 6x + 1 = 0$ is α en β . Die waarde van $\alpha + \beta$ is:

- A) -3
 - B) $\frac{1}{2}$
 - C) 6
 - D) 3
-

Eksamen 1 — Q52

As $f(x) = 3x - 6$, is die waarde van $f^{-1}(0)$:

- A) 2
 - B) -6
 - C) $\frac{1}{6}$
 - D) -2
-

Eksamen 1 — Q53

As $\sqrt{x} : \sqrt{2} = 3 : 1$, is die waarde van x :

- A) 9
 - B) 6
 - C) 18
 - D) 36
-

Eksamen 1 — Q54

Vir die rekenkundige ry 6; 10; 14; ..., watter term is gelyk aan 102?

- A) Die 25ste
 - B) Die 24ste
 - C) Die 26ste
 - D) Die 102de
-

Eksamen 1 — Q55

'n Reghoek het lengte $(x + 3)$ cm en breedte $(x - 1)$ cm. As sy oppervlakte 21 cm^2 is, is die waarde van x :

- A) 3
 - B) -6
 - C) 6
 - D) 4
-

Eksamen 1 — Q56

'n Sfeer het 'n volume van $36\pi \text{ cm}^3$. Sy radius is:

- A) 27 cm
 - B) 9 cm
 - C) 3 cm
 - D) 6 cm
-

Eksamen 1 — Q57

Vir watter waarde van x is $(x + 2)(x - 3) - x(x + 3) = 0$?

- A) $-\frac{3}{2}$
 - B) $\frac{3}{2}$
 - C) -6
 - D) 0
-

Eksamen 1 — Q58

Die definisieversameling van $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$ is:

- A) $x \geq -2, x \neq 3$
 - B) $x > -2$
 - C) $x \neq 3$
 - D) $x \geq -2$
-

Eksamen 1 — Q59

'n Motor verminder in waarde teen 20 % p.j. op die verminderde saldo. Ná hoeveel volledige jare is dit **minder as die helfte** van sy oorspronklike waarde werd?

- A) 3
 - B) 4
 - C) 5
 - D) 2
-

Eksamen 1 — Q60

Elke waarde in 'n datastel word met 5 vermeerder. Watter een van die volgende verander **nie**?

- A) Die modus
- B) Die gemiddeld
- C) Die mediaan
- D) Die standaardafwyking

Proefeksamen 1 — Memorandum

Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans
1	A	2	D	3	D	4	C	5	D
6	D	7	C	8	C	9	B	10	A
11	C	12	B	13	C	14	A	15	C
16	D	17	D	18	A	19	B	20	B
21	C	22	B	23	A	24	D	25	A
26	B	27	D	28	C	29	A	30	B
31	D	32	C	33	B	34	C	35	B
36	B	37	D	38	B	39	B	40	C
41	D	42	C	43	A	44	B	45	A
46	D	47	C	48	A	49	A	50	B
51	D	52	A	53	C	54	A	55	D
56	C	57	A	58	A	59	B	60	D

Proefeksamen 1 — Uitgewerkte Oplossings

Merk eers jou vraestel teen die memorandum hierbo, en lees dan slegs die oplossings vir die vrae wat jy gemis het. Elkeen wys die roete, nie 'n volledige les nie — die hoofstukke leer die idees in diepte.

Q1 — A. Die som van die eerste n onewe getalle is n^2 . $n^2 = 144 \Rightarrow n = 12$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** halveer 144 in plaas daarvan om die vierkantswortel te neem. **C** herhaal die som self. **D** verdubbel die antwoord.

Q2 — D. Bind die paar saam as een blok: $3! = 6$ rangskikkings van die drie items, maal $2!$ vir die volgorde binne die blok $= 12$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is $4! \times 2$ — die paar is saamgebind maar die blok is nooit saamgevou nie, dus is vier items steeds gerangskik. **B** is $4!$: die beperking is heeltemal geïgnoreer. **C** is $3!$: die blok is saamgevou maar die twee volgordes daarbinne is vergeet.

Q3 — D. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.5 - 0.2 = 0.7$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel die oorvleueling by in plaas daarvan om dit af te trek. **B** vergeet die oorvleueling heeltemal. **C** gee $P(A \cap B)$, die oorvleueling op sy eie.

Q4 — C. Weeg volgens hoeveel leerders: $\frac{12(60) + 8(85)}{20} = \frac{1\,400}{20} = 70\%$. (Die gewone gemiddeld van 60 en 85 is 72.5 % — verkeerd, want die groepe verskil in grootte.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** is die gewone gemiddeld van 60 en 85 — net reg as die twee groepe ewe groot was, en hulle is nie. **A** en **D** lê weerskante van daardie gemiddeld en volg uit geen konsekwente weging nie.

Q5 — D. Gradiënt van die eerste paar $= \frac{11 - 3}{5 - 1} = 2$. Om op 'n reguit lyn te lê, beteken dieselfde gradiënt deurgaans: $\frac{19 - 3}{k - 1} = 2 \Rightarrow k = 9$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** gebruik 'n gradiënt van $\frac{4}{3}$ in plaas van 2. **A** en **B** kom van 16 deur iets anders as 2 te deel — kontroleer die gradiënt op die eerste paar voordat jy dit op die tweede gebruik.

Q6 — D. Defektief $= \frac{mr}{100}$, dus is die res $r - \frac{mr}{100} = \frac{100r - mr}{100}$. (Kontroleer met $m = 20$, $r = 50$: 40 is nie defektief nie. ✓)

Waarom die ander verkeerd is: **B** is die getal wat WEL defektief is. **A** keer die breuk om. **C** trek die persentasie af asof dit 'n telling van items was.

Q7 — C. Elke buitehoek is $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$, en buitehoeke tel op tot 360° : $n = \frac{360}{30} = 12$.

Waarom die ander verkeerd is: Elke verkeerde opsie deel 360 deur die verkeerde buitehoek: **A** deur 24, **B** deur 36 en **D** deur 60. Net $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ is hier die buitehoek.

Q8 – C. Loodregte gradiënt $= -\frac{1}{1/3} = -3$. $y - 4 = -3(x + 1) \Rightarrow y = -3x + 1$. Kontroleer: by $x = -1$, $y = 4$. ✓

Waarom die ander verkeerd is: **D** behou die gradiënt $\frac{1}{3}$ — daardie lyn is ewewydig, nie loodreg nie. **A** keer om sonder om die teken te verander. **B** het die regte gradiënt maar gaan nie deur $(-1; 4)$ nie.

Q9 – B. 'n Raaklyn ontmoet die radius by 90° , dus is $\triangle OPQ$ reghoekig by P . $PQ = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (die 5-12-13-drietal). Oppervlakte $= \frac{1}{2}(5)(12) = 30 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik $OQ = 13$ as die tweede regsy; dit is die skuinssy. **C** vergeet om te halveer. **D** volg uit geen konsekwente paar sye nie.

Q10 – A. Die horisontale asimptoot is $y = -3$ en die kromme styg, wat C en D uitskakel; die y -afsnit is -2 , en $2^0 - 3 = -2$. Dus $y = 2^x - 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** se asimptoot is by $y = +3$. **C** se asimptoot is by $y = -2$ en dit sny die y -as by -1 . **D** daal; die grafiek wat gewys word, styg.

Q11 – C. Die middelpunt is die gemiddeld, dus $B = (2 \times 1 - (-2); 2 \times 2 - 6) = (4; -2)$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gaan in die verkeerde rigting vanaf M en beland net so ver verby A soos B verby M is. **D** neem weer die gemiddeld van M en A in plaas daarvan om vanaf M verder te stap. **A** kry albei koördinate 'n stap verkeerd.

Q12 – B. Die parabool open afwaarts met wortels by $x = 1$ en $x = 5$, dus is dit op of bo die x -as **tussen** hulle: $1 \leq x \leq 5$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is waar die kromme ONDER die as lê — dit maak na onder oop, dus geld die ongelykheid tussen die wortels, nie buite hulle nie. **C** lees die wortels met die verkeerde tekens af. **D** gee net 'n deel van die interval, en begin by die draaipunt eerder as by 'n wortel.

Q13 – C. Sonder terugplasing verander die tweede trek: $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$. (Met terugplasing sou dit $\frac{9}{100}$ wees.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** trek MET terugplasing: $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$. **A** gee net die eerste trek. **D** hou nie al tien albasters nie en verwyder ook nie een behoorlik nie.

Q14 – A. $(x + 3)$ 'n faktor $\Rightarrow f(-3) = 0$: $2(9) - 3b - 3 = 0 \Rightarrow 15 = 3b \Rightarrow b = 5$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** verloor die teken by die oplos van $15 = 3b$. **C** lees die konstante term af. **D** stop by 15, voordat daar deur 3 gedeel is.

Q15 – C. $x = 80^\circ$ gee $\cos 60^\circ$. Kosinus is **ewe**, dus is $\cos(-60^\circ)$ dieselfde waarde: $x - 20^\circ = -60^\circ \Rightarrow x = -40^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **D** plaas die argument waar die kosinus NEGATIEF is – $\cos 240^\circ$ en $\cos(-100^\circ)$ – terwyl $\cos 60^\circ$ positief is. **B** gee $\cos 80^\circ$, wat nie $\cos 60^\circ$ is nie.

Q16 – D. "Ten minste 2" beteken presies 2 of presies 3: $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel net twee van die agt uitkomst. **B** is PRESIES twee koppe, en laat die drie-koppe-geval uit. **C** is minstens EEN kop.

Q17 – D. Twee na regs vervang x met $x - 2$; drie af trek 3 buite af. Dus $y = f(x - 2) - 3$. (Horisontale verskuiwings werk **binne** en lyk omgekeerd.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** en **A** gebruik $f(x + 2)$, wat die grafiek LINKS skuif – 'n horisontale skuif werk binne die hakie en lyk omgekeerd. **C** skuif op in plaas van af, en **A** kry albei rigtings verkeerd.

Q18 – A. Kosinusreël: $BC^2 = 6^2 + 8^2 - 2(6)(8)\cos 60^\circ = 100 - 48 = 52$, dus $BC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gebruik Pythagoras en ignoreer die 60° heeltemal. **C** tel die $2ab \cos C$ -term by in plaas daarvan om dit af te trek. **D** tel eenvoudig die twee sye bymekaar.

Q19 – B. $\log_2(3 + k) = 0 \Rightarrow 3 + k = 2^0 = 1 \Rightarrow k = -2$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** het die teken van k verkeerd om. **C** los $3 + k = 0$ op – maar 'n logaritme is nul wanneer sy argument 1 is, nie 0 nie. **D** gee die argument, 1, eerder as k .

Q20 – B. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ en $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, dus is die boonste deel $2\sqrt{2}$. Deling deur $\sqrt{2}$ laat 2 oor.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die teller, $2\sqrt{2}$, voor die deling. **C** trek onder die wortels af, asof $\sqrt{50} - \sqrt{18} \sqrt{32}$ was. **D** deel net een van die twee terme.

Q21 – C. $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is $\cos \theta$ self, nie sy kwadraat nie. **B** trek $\frac{2}{3}$ af sonder om dit eers te kwadreer. **D** is $\sin^2 \theta$.

Q22 – B. $500 \times 18.50 = 9\,250$, behou dan 98 %: $9\,250 \times 0.98 = \text{R}9\,065$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die randbedrag voordat die kommissie afgetrek is. **C** tel die 2 % by in plaas daarvan om dit af te trek. **D** trek twee keer soveel af as wat die bank vra.

Q23 – A. $24 = a \cdot 2^3 = 8a$, dus $a = 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee 2^3 , die mag, eerder as die koëffisiënt daarvoor. **D** deel 24 deur 2 in plaas van deur 8. **C** trek 3 van 24 af in plaas daarvan om te deel.

Q24 – D. $IKO = Q_3 - Q_1$, dus $Q_3 = 9 + 6 = 15$. Die mediaan is nie nodig nie.

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel die IKO by die mediaan in plaas van by Q_1 – die mediaan word hier glad nie benodig nie. **A** doen dieselfde met 12 en 9 saam. **C** trek af waar dit moes bytel.

Q25 – A. Ewe beteken $f(-x) = f(x)$, dus $f(-3) = f(3) = 7$ en die som is 14.

Waarom die ander verkeerd is: **B** hanteer f as ONEWE, sodat die twee waardes uitkanselleer; 'n ewe funksie herhaal hulle. **C** gee net $f(3)$. **D** het die teken van albei terme verkeerd.

Q26 – B. $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$, dus is die driehoek reghoekig met sye 5 en 12. Oppervlakte = $\frac{1}{2}(5)(12) = 30$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik 13, die skuinssy, as een van die loodregte sye. **C** vergeet om te halveer. **D** volg uit geen konsekwente paar sye nie.

Q27 – D. $12 + 10 - 5 = 17$ doen ten minste een, dus doen $30 - 17 = 13$ nie een van die twee nie. (Trek die oorvleueling een keer af, anders word dit twee keer getel.)

Waarom die ander verkeerd is: **C** is die getal wat MINSTENS EEN doen, nie die getal wat nie een doen nie. **A** trek die oorvleueling twee keer af in plaas van een keer. **B** kopieer 'n getal direk uit die vraag.

Q28 – C. $\tan 45^\circ = 1$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$: $\frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die teller, $\frac{3}{2}$, voordat daar deur $\cos 60^\circ$ gedeel is. **B** laat $\sin 30^\circ$ uit. **D** gee net $\tan 45^\circ$.

Q29 – A. $\frac{T_5}{T_2} = r^3 = \frac{48}{6} = 8$, dus $r = 2$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $r^3 = 8$ eerder as r self. **C** tel die drie stappe van T_2 tot T_5 . **D** neem die kubiekwortel van 8 as 4.

Q30 – B. 'n Versameling pare is nie 'n funksie nie wanneer een inset twee uitsette het. $k = 2$ herhaal die inset 2 (reeds met 5 gepaar), dus is dit nie 'n funksie nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is 'n UITSET in hierdie versameling, nie 'n herhaalde inset nie. **C** en **D** voeg elk 'n nuwe inset by, wat dit 'n funksie laat bly – net 'n herhaalde inset met 'n ander uitset breek dit.

Q31 – D. $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 1 + \sin 2\theta = 1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$. You never need θ .

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee $\sin 2\theta$ terug sonder om die 1 by te tel. **B** laat die kruisterm $2 \sin \theta \cos \theta$ val en hou net die identiteit. **C** trek die kruisterm af in plaas daarvan om dit by te tel.

Q32 – C. $T_5 = S_5 - S_4 = (50 + 5) - (32 + 4) = 55 - 36 = 19$. ('n Term is die verskil van twee somme — dit is nie nodig om die ry te bou nie.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee S_5 , die SOM van die eerste vyf terme, nie die vyfde term nie. **A** en **D** kom van S_4 verkeerd van S_5 af te trek — werk albei somme volledig uit voordat jy die verskil neem.

Q33 – B. Die draaipunt is op hoogte 4. Om 4 af te trek, laat dit sak tot op die x -as, waar die grafiek by presies een punt raak — en dit werk of die parabool op of af open. Dus $y = f(x) - 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** lig die grafiek op, sodat die draaipunt van die as af wegbeweeg. **C** skuif dit sywaarts, wat nooit verander hoe dikwels dit sny nie. **D** weerkaats dit, wat twee snypunte behou, net gespieël.

Q34 – C. Loodreg op gradiënt -2 beteken gradiënt $\frac{1}{2}$: $\frac{7-k}{4-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 7-k = 1 \Rightarrow k = 6$.

Waarom die ander verkeerd is: **D** gebruik die gegewe gradiënt -2 in plaas van sy loodregte. **A** gebruik 'n gradiënt van 1. **B** het die aftrekking verkeerd om, wat $k = 7 + 1$ gee.

Q35 – B. Die twee gemerkte hoeke is **ko-binnenhoeke** (dieselfde kant van die snylyn, tussen die ewewydige lyne), dus is hulle supplementêr: $x = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** hanteer die paar as ooreenkomstige of verwisselende hoeke, wat hulle gelyk sou maak; kobinnenhoeke is supplementêr. **C** neem eerder die komplement. **D** trek 62 van 190 af.

Q36 – B. Vervang: $x^2 + (x+1)^2 = 25 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) = 0$. So $x = 3$ gives (3; 4). (4; 3) is op die sirkel maar **nie** op die lyn nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A**, **C** en **D** lê almal op die SIRKEL en nie een van hulle op die lyn nie: $3 \neq 4 + 1$, $0 \neq 5 + 1$ en $-4 \neq -3 + 1$. 'n Snypunt moet albei vergelykings bevredig, dus toets dit ook teen die lyn.

Q37 – D. $\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 = 1 - a$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die aftrekking verkeerd om. **A** halveer a , asof 5 die helfte van 10 is in die logaritme sowel as in die getal. **C** vermenigvuldig die logaritme met 5.

Q38 – B. $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$, $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$ en $(\sqrt{8})^2 = 8$ — almal rasionaal. Slegs die **som** bied weerstand: $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is $\sqrt{16} = 4$, **C** is $\sqrt{4} = 2$ en **D** is 8 — almal rasionaal. Vermenigvuldiging, deling en kwadrering van wortelvorme kan die wortel verwyder; optelling nie.

Q39 – B. Die loodlyn vanaf O halveer die koord, dus is die halwe koord 12. Afstand $= \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$. Oppervlakte $= \frac{1}{2}(24)(5) = 60 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik die radius, 13, as die hoogte in plaas van die loodregte afstand, 5. **C** vergeet om te halveer. **D** volg uit geen konsekwente basis en hoogte nie.

Q40 – C. Koëffisiënte: $\frac{3 \times 4}{6} = 2$. Eksponente: $5 + (-2) - (-4) = 7$. Dus 2×10^7 .

Waarom die ander verkeerd is: **A** deel nooit die koëffisiënte nie: 3×4 bly 12, en 12 lê nie tussen 1 en 10 nie, dus is dit ook nie standaardvorm nie. **B** tel die -4 by in plaas daarvan om dit af te trek. **D** kry die tekens van die eksponente deurgaans verkeerd.

Q41 – D. Die ses waardes moet tot $6 \times 7 = 42$ optel. Die vyf bekendes tel op tot 34, dus $x = 8$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die TOTAAL van al ses waardes, nie die ontbrekende een nie. **B** neem aan die ontbrekende waarde moet gelyk wees aan die gemiddeld. **C** kom van 'n glip in $42 - 34$.

Q42 – C. Lineêre skaalfaktor $= \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$, dus skaal oppervlakte met die **kwadraat** daarvan: $27 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 27 \times \frac{25}{9} = 75 \text{ cm}^2$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** skaal die oppervlakte met die LINEÊRE faktor $\frac{5}{3}$ in plaas van sy kwadraat. **B** verdubbel. **D** kwadreer 2 eerder as $\frac{5}{3}$.

Q43 – A. $S_\infty = \frac{a}{1-r}$: $12 = \frac{8}{1-r}$, dus $1-r = \frac{2}{3}$ en $r = \frac{1}{3}$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $1-r$ eerder as r . **C** is groter as 1, dus sou daardie reeks glad nie konvergeer nie. **D** sou 'n som van 16 gee, nie 12 nie.

Q44 – B. AB is 'n middellyn, dus $\hat{C} = 90^\circ$ (hoek in 'n halfsirkel). Dan $\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** is die hoek by C , die regte hoek, nie die hoek by B nie. **A** neem aan die driehoek is gelykbenig. **D** halveer die oorblywende 90° asof die ander twee hoeke gelyk was.

Q45 – A. $4^{x+1} = 2^{2x+2}$, dus $\frac{2^{2x+2}}{2^{x-1}} = 2^{x+3}$. Dan $x+3 = 9 \Rightarrow x = 6$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** lees die 9 direk van die regterkant af. **C** los $x+3 = 6$ op. **D** verdubbel die antwoord. Skryf 4^{x+1} eers as 2^{2x+2} — die twee kante kan nie vergelyk word voordat hulle dieselfde grondtal deel nie.

Q46 – D. Ses waardes, verdeel dus in helftes van drie. Onderste $\{2; 5; 8\} \Rightarrow Q_1 = 5$; boonste $\{10; 14; 18\} \Rightarrow Q_3 = 14$. IKO $= 14 - 5 = 9$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** is die OMVANG, $18 - 2$, nie die interkwartielomvang nie. **C** gebruik die twee middelste waardes in plaas van die kwartiele. **A** kom van Q_1 en Q_3 verkeerd in die twee helftes te plaas.

Q47 – C. 'n Verhoging van 15 % vermenigvuldig met 1.15, keer dit dus om deur te **deel**: $276 \div 1.15 = R240$. (Om 15 % van 276 af te trek, gee R234.60 — die gewone slagat.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** trek 15 % VAN 276 af, wat die gewone lokval is: 'n styging van 15 % word ongedaan gemaak deur te deel, nie deur dieselfde persentasie af te trek nie. **A** trek 15 rand af. **D** deel deur die verkeerde vermenigvuldiger.

Q48 – A. $|x - 3| = -2$. 'n Absolute waarde is 'n afstand en kan nooit negatief wees nie, dus is daar **geen** oplossings nie. (Isoleer die absolute waarde voordat jy tel.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** sou vereis dat die absolute waarde 0 is en **C** dat dit positief is; hier moet dit gelyk wees aan -2 , wat geen absolute waarde kan wees nie. **D** sou vereis dat die veranderlike uit die vergelyking verdwyn.

Q49 – A. $3 = \frac{a}{-2} \Rightarrow a = -6$. 'n Negatiewe a plaas die takke in kwadrante **II en IV**.

Waarom die ander verkeerd is: **B** is waar 'n POSITIEWE a die takke plaas; hier is $a = -6$. **C** en **D** noem die boonste en onderste helftes van die vlak, wat nie is hoe 'n hiperbool se takke lê nie — hulle is diagonaal oorkant mekaar.

Q50 – B. $\frac{9\,680}{8\,000} = 1.21 = (1 + i)^2$, dus $1 + i = 1.1$ en $i = 10\%$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die TOTALE groei oor albei jare, nie die jaarlikse koers nie. **C** halveer daardie totaal, wat nie is hoe saamgestelde rente werk nie. **D** kom van 'n glip in die vierkantswortel van 1,21.

Q51 – D. Vieta: vir $ax^2 + bx + c = 0$, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{6}{2} = 3$. Dit is nie nodig om die kwadratiese vergelyking op te los nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A** behou die minusteken van $-\frac{b}{a}$ terwyl b reeds negatief is. **B** is die PRODUK van die wortels, $\frac{c}{a}$. **C** vergeet om deur a te deel.

Q52 – A. $f^{-1}(0)$ is die x waarvoor $f(x) = 0$: $3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$. Die inverse formule is nooit nodig nie.

Waarom die ander verkeerd is: **C** hanteer die inverse as 'n resiprook — f^{-1} is 'n funksie, nie $\frac{1}{f}$ nie. **B** lees die konstante term af. **D** het die teken van die antwoord verkeerd.

Q53 – C. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}} = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 3\sqrt{2} \Rightarrow x = 18$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** kwadreer die 3 en stop, en vergeet die $\sqrt{2}$. **B** vermenigvuldig 3 met 2. **D** kwadreer 6 in plaas van $3\sqrt{2}$.

Q54 – A. $T_n = 6 + 4(n - 1) = 4n + 2$. Stel $4n + 2 = 102 \Rightarrow n = 25$.

Waarom die ander verkeerd is: **D** neem die WAARDE van die term, 102, as sy posisie. **B** en **C** is een term te min en een te veel — kontroleer deur terug te vervang: die 24ste term is 98 en die 26ste is 106.

Q55 — D. $(x + 3)(x - 1) = 21 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 4) = 0$. $x = -6$ sou die breedte negatief maak, dus $x = 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** is die ander wortel van die kwadratiese vergelyking, en dit maak die breedte -7 — 'n reghoek kan nie 'n negatiewe sy hê nie, dus moet dit verwerp word. **A** en **C** kom van $x^2 + 2x - 24$ verkeerd te faktoriseer.

Q56 — C. $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3 \text{ cm}$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee $r^3 = 27$ eerder as r . **D** gee die deursnee. **B** neem die kubiekwortel van 27 as 9.

Q57 — A. Brei eers uit: $(x^2 - x - 6) - (x^2 + 3x) = -4x - 6$. Dan $-4x - 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is: **D** neem aan die uitdrukking is 'n produk van faktore, sodat een gelyk aan nul stel sou werk; deur eers uit te brei, wys dat die kwadrate uitkanselleer. **B** verloor die teken. **C** gee die konstante wat na uitbreiding oorbly.

Q58 — A. Twee voorwaardes: $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ (die wortel), en $x - 3 \neq 0$ (die noemer). Albei moet geld: $x \geq -2$, $x \neq 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **D** vergeet dat $x = 3$ die noemer nul maak. **C** vergeet dat die wortel 'n nie-negatiewe argument nodig het. **B** sluit -2 uit, waar die wortel 0 en heeltemal gedefinieer is, en vergeet ook die noemer. Albei voorwaardes moet gelyktydig geld.

Q59 — B. Elke jaar vermenigvuldig met 0.8. $0.8^3 = 0.512$ (steeds bo die helfte) en $0.8^4 = 0.4096$ (onder), dus **4** volledige jare.

Waarom die ander verkeerd is: **A** stop by $0.8^3 = 0.512$, wat steeds bo die helfte is. **D** stop by $0.8^2 = 0.64$. **C** gaan een jaar verder as nodig. Die vraag vra vir die eerste VOLLEDIGE jaar onder die helfte.

Q60 — D. Om 5 by elke waarde te tel, verskuif die hele verdeling, dus sal die gemiddeld, mediaan en modus almal met 5 styg. Spreiding word nie geraak nie — die **standaardafwyking** verander nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A**, **B** en **C** styg almal met 5, want om 'n konstante by te tel skuif die hele verspreiding langs sonder om te verander hoe wyd dit versprei is.

Proefeksamen 2

Eksamen 2 — Q1

Die grafiek van $f(x) = x^2 + bx + 8$ het sy simmetrie-as by $x = 3$. Die waarde van b is:

- A) 6
 - B) -6
 - C) -3
 - D) 3
-

Eksamen 2 — Q2

'n Kubus het 'n totale oppervlakte van 150 cm^2 . Sy volume is:

- A) 100 cm^3
 - B) 25 cm^3
 - C) 216 cm^3
 - D) 125 cm^3
-

Eksamen 2 — Q3

'n Buitehoek van 'n driehoek is 110° en een van die nie-aanliggende binnehoeke is 45° . Die ander nie-aanliggende binnehoek is:

- A) 55°
 - B) 70°
 - C) 35°
 - D) 65°
-

Eksamen 2 — Q4

Die wortels van $x^2 - 5x + 6 = 0$ is α en β . Die waarde van $\alpha^2 + \beta^2$ is:

- A) 13
 - B) 25
 - C) 6
 - D) 37
-

Eksamen 2 — Q5

As $2x + y = 10$ en $x - y = 2$, is die waarde van xy :

- A) 8
 - B) 12
 - C) 6
 - D) 20
-

Eksamen 2 — Q6

'n Masjien wat R60 000 werd is, verminder in waarde teen 10 % p.j. volgens die reguitlynmetode. Ná hoeveel jaar is sy boekwaarde R30 000?

- A) 3
 - B) 5
 - C) 6
 - D) 10
-

Eksamen 2 — Q7

Vir watter waardes van x is $x^2 < 4x$?

- A) $0 < x < 4$
 - B) $x < 4$
 - C) $x < 0$ of $x > 4$
 - D) $-2 < x < 2$
-

Eksamen 2 — Q8

Die som van al die oplossings van $2|x| - 3 = 7$ is:

- A) 0
 - B) 10
 - C) 5
 - D) -5
-

Eksamen 2 — Q9

As $\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3$, is die waarde van x :

- A) 8
 - B) -2
 - C) 4
 - D) 2
-

Eksamen 2 — Q10

In 'n meetkundige ry is $T_2 = 6$ en $T_5 = 162$. Die eerste term is:

- A) 2
 - B) 3
 - C) 6
 - D) 18
-

Eksamen 2 — Q11

Vir die rekenkundige ry 2; 6; 10; ... is die som van die eerste n terme 200. Die waarde van n is:

- A) 10
 - B) 20
 - C) 100
 - D) 14
-

Eksamen 2 — Q12

Die uitdrukking $\log_a(xy) =$

- A) $\log_a x \cdot \log_a y$
 - B) $(\log_a x)(\log_a y)$
 - C) $\log_a x - \log_a y$
 - D) $\log_a x + \log_a y$
-

Eksamen 2 — Q13

'n Lyn is loodreg op $y = 4x - 1$ en gaan deur $(4; 2)$. Sy vergelyking is:

- A) $y = -\frac{1}{4}x + 2$
- B) $y = -4x + 18$
- C) $y = \frac{1}{4}x + 1$
- D) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

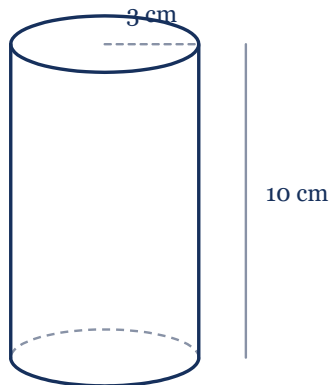
Q56 — C. $\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3 \text{ cm.}$

Q57 — A. Brei eers uit: $(x^2 - x - 6) - (x^2 + 3x) = -4x - 6$. Dan $-4x - 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

Q58 — A. Twee voorwaardes: $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ (die wortel), en $x - 3 \neq 0$ (die noemer). Albei moet geld: $x \geq -2$, $x \neq 3$.

Q59 — B. Elke jaar vermenigvuldig met 0.8. $0.8^3 = 0.512$ (steeds bo die helfte) en $0.8^4 = 0.4096$ (onder), dus **4** volledige jare.

Q60 — D. Om 5 by elke waarde te tel, verskuif die hele verdeling, dus sal die gemiddeld, mediaan en modus almal met 5 styg. Spreiding word nie geraak nie — die **standaardafwyking** verander nie.

Eksamen 2 — Q14

Die volume van die silinder wat getoon word, is:

- A) $30\pi \text{ cm}^3$
 - B) $60\pi \text{ cm}^3$
 - C) $90\pi \text{ cm}^3$
 - D) $78\pi \text{ cm}^3$
-

Eksamen 2 — Q15

'n Reëlmatige veelhoek het 'n binnehoek van 108° . Die aantal sye is:

- A) 8
 - B) 6
 - C) 5
 - D) 10
-

Eksamen 2 — Q16

'n Student behaal 60 uit 80. Om dieselfde persentasie uit 120 te behaal, sou die student nodig hê:

- A) 75
 - B) 100
 - C) 80
 - D) 90
-

Eksamen 2 — Q17

'n Dobbelsteen word een keer gegooi. Die waarskynlikheid om 'n ewe getal **of** 'n getal groter as 4 te kry, is:

- A) $\frac{5}{6}$
 - B) $\frac{1}{2}$
 - C) $\frac{2}{3}$
 - D) $\frac{1}{3}$
-

Eksamen 2 — Q18

$6x^2 - x - 2 = (3x - 2)(2x + k)$. Die waarde van k is:

- A) 1
 - B) -1
 - C) 2
 - D) -2
-

Eksamen 2 — Q19

'n Reguit lyn het x -afsnit 4 en y -afsnit -2 . Sy vergelyking is:

- A) $y = 2x - 2$
- B) $y = \frac{1}{2}x - 2$
- C) $y = -\frac{1}{2}x - 2$
- D) $y = \frac{1}{2}x + 4$

Eksamen 2 — Q20

Watter tipe grafiek is die beste om te wys hoe 'n hoeveelheid oor tyd verander?

- A) Staafgrafiek
 - B) Sirkelgrafiek
 - C) Histogram
 - D) Lyngrafiek
-

Eksamen 2 — Q21

In $\triangle PQR$, $PQ = 10$, $QR = 6$ en $\hat{Q} = 90^\circ$. Die oppervlakte van $\triangle PQR$ is:

- A) 24 vierkante eenhede
 - B) 60 vierkante eenhede
 - C) 30 vierkante eenhede
 - D) 48 vierkante eenhede
-

Eksamen 2 — Q22

R15 000 verdien enkelvoudige rente teen 8 % p.j. Ná hoeveel jaar sal die rente wat verdien is, R4 800 beloop?

- A) 3
 - B) 4
 - C) 5
 - D) 6
-

Eksamen 2 — Q23

Die grafiek van $y = \log_a x$ gaan deur die punt $(8; 3)$. Die waarde van a is:

- A) 3
- B) 2
- C) 8
- D) $\frac{1}{2}$

Eksamen 2 — Q24

Vir watter waarde van k is $\sin^2 \theta + k \cos^2 \theta = 1$ waar vir **elke** waarde van θ ?

- A) -1
 - B) 0
 - C) 1
 - D) 2
-

Eksamen 2 — Q25

Die grafiek van $y = \frac{a}{x-2} + 1$ gaan deur die punt $(5; 3)$. Die waarde van a is:

- A) 2
 - B) 6
 - C) 3
 - D) 9
-

Eksamen 2 — Q26

Gegee die frekwensietabel hieronder, is die modale klas 10–20.

Klas	Frekwensie
0–10	4
10–20	11
20–30	8
30–40	3

Die relatiewe frekwensie van die 10–20-klas is:

- A) $\frac{11}{15}$
- B) $\frac{11}{22}$
- C) $\frac{11}{30}$
- D) $\frac{11}{26}$

Eksamen 2 — Q27

In $\triangle ABC$, $a = 8$, $b = 6$ en $\hat{C} = 90^\circ$. Die waarde van $\sin A$ is:

- A) $\frac{4}{3}$
 - B) $\frac{3}{5}$
 - C) $\frac{4}{5}$
 - D) $\frac{3}{4}$
-

Eksamen 2 — Q28

Vereenvoudig $\frac{6}{\sqrt{3}} - \sqrt{12}$.

- A) $4\sqrt{3}$
 - B) $2\sqrt{3}$
 - C) 0
 - D) $-2\sqrt{3}$
-

Eksamen 2 — Q29

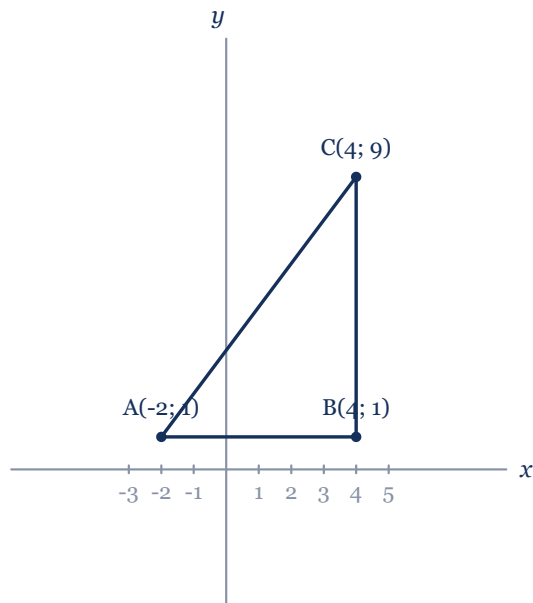
Drie rekenkundige gemiddeldes word tussen 5 en 21 ingevoeg. Die **middelste** een is:

- A) 13
 - B) 9
 - C) 17
 - D) 11
-

Eksamen 2 — Q30

n is 'n positiewe heelgetal en $\sqrt{72n}$ is 'n volle getal. Die kleinste moontlike waarde van n is:

- A) 3
- B) 2
- C) 6
- D) 8

Eksamen 2 — Q31

Die oppervlakte van $\triangle ABC$ wat hierbo getoon word, is:

- A) 30 vierkante eenhede
 - B) 24 vierkante eenhede
 - C) 48 vierkante eenhede
 - D) 40 vierkante eenhede
-

Eksamen 2 — Q32

Die waarde van $\frac{0!}{3!}$ is:

- A) $\frac{1}{3}$
 - B) 0
 - C) 6
 - D) $\frac{1}{6}$
-

Eksamen 2 — Q33

Twee ewewydige lyne word deur 'n snylyn gesny. Een ko-binnelhoek is $4x$ en die ander is $(2x + 30^\circ)$. Die waarde van x is:

- A) 15
 - B) 30
 - C) 25
 - D) 20
-

Eksamen 2 — Q34

'n Houer bevat 5 rooi, 3 blou en 2 groen penne. Een pen word lukraak gekies. $P(\text{nie rooi nie})$ is gelyk aan:

- A) $\frac{2}{5}$
 - B) $\frac{3}{10}$
 - C) $\frac{1}{5}$
 - D) $\frac{1}{2}$
-

Eksamen 2 — Q35

$f(x) = 2x + 1$ en $g(x) = x^2$. Die som van die waardes van x waarvoor $f(g(x)) = g(f(x))$ is:

- A) 0
 - B) -2
 - C) 2
 - D) -4
-

Eksamen 2 — Q36

Vir 'n datastel is die gemiddeld 12 en die mediaan 9. Die verdeling is:

- A) simmetries
 - B) skeef na links
 - C) skeef na regs
 - D) bimodaal
-

Eksamen 2 — Q37

As $\frac{a^3b^2}{a^2b^4} = \frac{1}{4}$ en $a = 2$, dan is b^2 gelyk aan:

- A) 8
 - B) $\frac{1}{8}$
 - C) 4
 - D) 2
-

Eksamen 2 — Q38

Die gemiddeld van $\{2; 4; 4; 4; 5; 5; 7; 9\}$ is 5. Hoeveel van die waardes lê **bo** die gemiddeld?

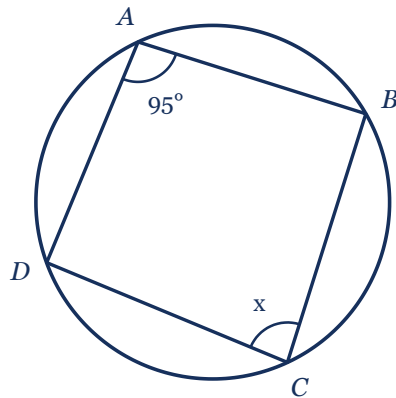
- A) 5
 - B) 3
 - C) 4
 - D) 2
-

Eksamen 2 — Q39

As $\frac{2y-1}{3} = k$, dan is y gelyk aan:

- A) $\frac{3k+1}{2}$
 - B) $\frac{3k-1}{2}$
 - C) $3k + \frac{1}{2}$
 - D) $\frac{k+1}{6}$
-

Eksamen 2 — Q40



$ABCD$ is 'n koordevierhoek. Die waarde van x is:

- A) 190°
 - B) 95°
 - C) 85°
 - D) 42.5°
-

Eksamen 2 — Q41

As $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ en $\theta \in [0^\circ; 360^\circ]$, is die **som** van alle waardes van θ :

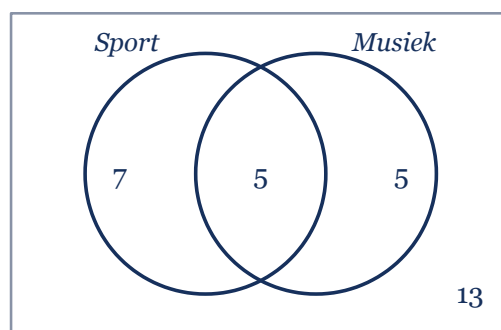
- A) 360°
 - B) 540°
 - C) 240°
 - D) 180°
-

Eksamen 2 — Q42

'n Oneindige meetkundige reeks konvergeer na 36 en het $r = \frac{2}{3}$. Sy derde term is:

- A) $\frac{16}{3}$
 - B) 12
 - C) 8
 - D) 24
-

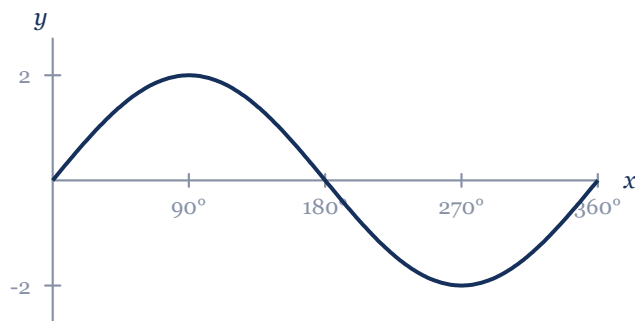
Eksamen 2 — Q43



Die Venn-diagram wys hoeveel leerders in 'n groep Sport en Musiek neem. Hoeveel leerders is **altesaam** in die groep?

- A) 25
 - B) 17
 - C) 22
 - D) 30
-

Eksamen 2 — Q44



Watter een van die volgende is die vergelyking van die grafiek wat getoon word?

- A) $y = 2 \cos x$
 - B) $y = \sin 2x$
 - C) $y = 2 \sin x$
 - D) $y = \sin x$
-

Eksamen 2 — Q45

Die wisselkoers is R18 per Amerikaanse dollar. 'n Reisiger ontvang \$250. Die bedrag in rand was:

- A) R268
 - B) R4 500
 - C) R13.89
 - D) R2 500
-

Eksamen 2 — Q46

Vir watter waardes van k het $y = x^2 - 4x + k$ **geen** x -afsnitte nie?

- A) $k < 4$
 - B) $k > 4$
 - C) $k = 4$
 - D) $k > 0$
-

Eksamen 2 — Q47

Die punte $(2; 5)$, $(6; 13)$ en $(10; k)$ lê op 'n reguit lyn. Die waarde van k is:

- A) 26
 - B) 17
 - C) 21
 - D) 19
-

Eksamen 2 — Q48

Los op vir x : $4^x = 8$.

- A) 32
 - B) 2
 - C) $\frac{2}{3}$
 - D) $\frac{3}{2}$
-

Eksamen 2 — Q49

Vir $x \neq 2$, $\frac{2x^2 - 8}{x - 2} = 2x + k$. Die waarde van k is:

- A) 4
 - B) -4
 - C) 2
 - D) 8
-

Eksamen 2 — Q50

Die uitdrukking $\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$ is ongedefinieer vir:

- A) $x = 2$ of $x = -1$
 - B) $x = \pm 2$
 - C) slegs $x = 2$
 - D) slegs $x = -1$
-

Eksamen 2 — Q51

Ná 'n verhoging van 25 % is die prys van 'n item R750. Die oorspronklike prys was:

- A) R562.50
 - B) R600
 - C) R725
 - D) R937.50
-

Eksamen 2 — Q52

Op hoeveel maniere kan 'n president en 'n sekretaris uit 'n groep van 8 mense gekies word, as een persoon nie albei poste kan beklee nie?

- A) 16
 - B) 28
 - C) 64
 - D) 56
-

Eksamen 2 — Q53

$P(A') = 0.35$. As die eksperiment twee keer onafhanklik herhaal word, is die waarskynlikheid dat A **albei** kere gebeur:

- A) 0.35
 - B) 0.1225
 - C) 0.65
 - D) 0.4225
-

Eksamen 2 — Q54

Vir watter waardes van b is $y = b^x$ 'n **dalende** funksie?

- A) $b > 1$
- B) $0 < b < 1$
- C) $b < 0$
- D) $b > 0$

Eksamen 2 — Q55

As $3^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{p}{9}$, is die waarde van p :

- A) 18
 - B) 3
 - C) 19
 - D) 9
-

Eksamen 2 — Q56

In die ry 1; 4; 9; 16; 25; ..., watter term is gelyk aan 144?

- A) Die 72ste
 - B) Die 24ste
 - C) Die 144ste
 - D) Die 12de
-

Eksamen 2 — Q57

Die waardeversameling van $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ is:

- A) $y \geq 3$
 - B) $y \leq 3$
 - C) $y \leq -1$
 - D) $y \geq -1$
-

Eksamen 2 — Q58

Die prys van 'n item daal met 20 % en styg dan met 25 %. Oor die geheel het die prys:

- A) met 5 % gestyg
 - B) met 5 % gedaal
 - C) nie verander nie
 - D) met 1 % gedaal
-

Eksamen 2 — Q59

As $\sum_{k=2}^n k^2 = 54$, is die waarde van n :

- A) 5
 - B) 4
 - C) 6
 - D) 54
-

Eksamen 2 — Q60

As $a + b = 7$ en $ab = 10$, dan is $(a - b)^2$ gelyk aan:

- A) 9
 - B) 29
 - C) 89
 - D) 3
-

Proefeksamen 2 — Memorandum

Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans
1	B	2	D	3	D	4	A	5	A
6	B	7	A	8	A	9	C	10	A
11	A	12	D	13	D	14	C	15	C
16	D	17	C	18	A	19	B	20	D
21	C	22	B	23	B	24	C	25	B
26	D	27	C	28	C	29	A	30	B
31	B	32	D	33	C	34	D	35	B
36	C	37	A	38	D	39	A	40	C
41	B	42	A	43	D	44	C	45	B
46	B	47	C	48	D	49	A	50	A
51	B	52	D	53	D	54	B	55	C
56	D	57	B	58	C	59	A	60	A

Proefeksamen 2 — Uitgewerkte Oplossings

Merk eers jou vraestel teen die memorandum hierbo, en lees dan slegs die oplossings vir die vrae wat jy gemis het.

Q1 — B. Simmetrie-as $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = -6$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** het die teken van $-\frac{b}{2a}$ verkeerd om. **C** vergeet dat die noemer $2a$ is, nie a nie. **D** gee die as self, 3, eerder as b .

Q2 — D. $6s^2 = 150 \Rightarrow s^2 = 25 \Rightarrow s = 5$, dus $V = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $s^2 = 25$ eerder as s^3 . **C** kuber 6, die aantal vlakke, in plaas van die sy. **A** volg uit die sy as iets anders as 5 te neem.

Q3 — D. 'n Buitehoek is gelyk aan die som van die twee nie-aanliggende binnehoeke: $110^\circ - 45^\circ = 65^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die DERDE binnehoek, $180^\circ - 110^\circ$, nie die tweede nie-aanliggende een nie. **A** en **C** kom van 45 van iets anders as 110 af te trek.

Q4 – A. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 5^2 - 2(6) = 13$. Vieta gee die som en produk sonder om op te los.

Waarom die ander verkeerd is: **B** is $(\alpha + \beta)^2$ met die $2\alpha\beta$ wat nooit afgetrek is nie. **D** tel dit by in plaas daarvan om af te trek. **C** gee net die produk.

Q5 – A. Deur die vergelykings op te tel: $3x = 12 \Rightarrow x = 4$, dan $y = 2$. Dus $xy = 8$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $3x$ uit die optelstap, voor die deling. **C** gee $x + y$. **D** vermenigvuldig die twee regterkante in plaas van x en y .

Q6 – B. Reguitlynwaardevermindering verwyder elke jaar 10% van die **oorspronklike** waarde: R6 000. Om R30 000 te verloor, neem $30\,000 \div 6\,000 = 5$ jaar.

Waarom die ander verkeerd is: **D** is hoe lank die masjien vat om NUL te bereik, nie die helfte nie. **C** gebruik R5 000 per jaar in plaas van R6 000. **A** sou die waarde op R42 000 laat. Reguitlynwaardevermindering neem elke jaar 10 % van die OORSPRONKLIKE waarde, dus verander die bedrag wat verwyder word nooit nie.

Q7 – A. $x^2 - 4x < 0 \Rightarrow x(x - 4) < 0$, wat **tussen** die wortels geld: $0 < x < 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** is presies waar die ongelykheid ONWAAR is. **B** sluit negatiewe x in, waar x^2 positief en $4x$ negatief is, dus misluk dit daar. **D** los $x^2 < 4$ op, 'n ander vraag.

Q8 – A. $|x| = 5$, dus $x = 5$ of $x = -5$ en die som is 0. ('n Absolutewaarde-vergelyking gee altyd 'n simmetriese paar.)

Waarom die ander verkeerd is: **C** en **D** gee elk net een oplossing; 'n absolutewaarde-vergelyking lewer 'n simmetriese paar, en die vraag vra vir hulle som. **B** laat die modulus val en los $2x - 3 = 7$ op.

Q9 – C. $\log_2(x(x - 2)) = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 8 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$. $x = -2$ word verwerp — 'n logaritme benodig 'n positiewe argument — dus $x = 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** is die wortel wat VERWERP moet word: 'n logaritme benodig 'n positiewe argument. **D** maak $\log_2(x - 2)$ ongedefinieer om dieselfde rede. **A** gee die produk $x(x - 2) = 8$ eerder as x .

Q10 – A. $\frac{T_5}{T_2} = r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$, dus $T_1 = \frac{6}{3} = 2$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die gemene verhouding, 3. **C** gee T_2 , wat aan jou gegee is. **D** gee T_3 . Deel T_2 een keer deur r om terug te tree na die eerste term.

Q11 – A. $S_n = \frac{n}{2}(4 + 4(n - 1)) = 2n^2$. $2n^2 = 200 \Rightarrow n = 10$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** hanteer $2n^2 = 200$ as $10n = 200$. **C** halveer 200. **D** volg uit geen konsekwente oplossing van die kwadratiese vergelyking nie. Kontroleer deur op te tel: tien terme van 2 tot 38 tel wel op tot 200.

Q12 — D. Die log van 'n **produk** is die som van die logs: $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **B** is dieselfde ding op twee maniere geskryf — 'n **PRODUK** van die twee logaritmes, wat geen logaritmereël gee nie. **C** is die reël vir 'n **KWOSIËNT**, $\log_a \frac{x}{y}$.

Q13 — D. Loodregte gradiënt $= -\frac{1}{4}$: $y - 2 = -\frac{1}{4}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** negeer die gradiënt sonder om dit om te keer; **C** keer om sonder om te negeer. 'n Loodregte lyn benodig albei. **A** het die regte gradiënt maar neem die punt se y -waarde as die afsnit.

Q14 — C. $V = \pi r^2 h = \pi(3)^2(10) = 90\pi \text{ cm}^3$. (Die radius word gekwadreer — dit is die stap wat die meeste laat val word.)

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik r waar die formule r^2 benodig — die stap wat die meeste laat val word. **B** is die geboë oppervlakte, $2\pi rh$. **D** volg uit geen konsekwente formule nie.

Q15 — C. Elke buitehoek is $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$, en $\frac{360}{72} = 5$ sye.

Waarom die ander verkeerd is: Elke verkeerde opsie deel 360 deur die verkeerde buitehoek: **A** deur 45, **B** deur 60 en **D** deur 36. Die buitehoek hier is $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.

Q16 — D. $\frac{60}{80} = 75\%$, en $0.75 \times 120 = 90$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee die **PERSENTASIE**, 75, nie die punt uit 120 nie. **C** kopieer die oorspronklike totaal. **B** is 'n ronde raaiskoot wat by geen persentasie in die vraag pas nie.

Q17 — C. Ewe $\{2; 4; 6\}$ of groter as 4 $\{5; 6\}$ — die vereniging is $\{2; 4; 5; 6\}$, dus $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. (6 is in albei; tel dit een keer.)

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel 6 twee keer — dit is beide ewe en groter as 4, en 'n "of" tel dit een keer. **B** gee net die ewe getalle en **D** net dié bo 4.

Q18 — A. Vergelyk konstantes: $(-2)(k) = -2 \Rightarrow k = 1$. Kontroleer die middelterm: $3x - 4x = -x$.
✓

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die teken van die konstante verkeerd: $(-2)(-1) = +2$, nie -2 nie. **C** pas die 2 by die verkeerde hakie. **D** kopieer die konstante uit die kwadratiese uitdrukking. Kontroleer die middelterm nadat jy k gekies het — dit moet $-x$ gee.

Q19 — B. Gradiënt $= \frac{0 - (-2)}{4 - 0} = \frac{1}{2}$, en die y -afsnit word as -2 gegee: $y = \frac{1}{2}x - 2$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** het styging en loop verkeerd om. **C** het die teken van die gradiënt verkeerd — die lyn styg van links na regs. **D** neem die x -afsnit, 4, as die y -afsnit.

Q20 — D. 'n Hoeveelheid wat oor tyd verander, is kontinu, dus wys 'n **lyngrafiek** die neiging tussen lesings.

Waarom die ander verkeerd is: **A** vergelyk afsonderlike kategorieë, **B** wys aandele van 'n geheel op een oomblik, en **C** wys hoe 'n enkele veranderlike versprei is. Nie een van die drie dra 'n lesing vorentoe in tyd nie.

Q21 — C. Die regte hoek is by Q , dus is die twee gegewe sye die loodregte paar: Oppervlakte = $\frac{1}{2}(10)(6) = 30$ vierkante eenhede.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik die derde sy as een van die loodregte paar; die regte hoek is by Q , dus is PQ en QR die twee wat saak maak. **B** vergeet om te halveer. **D** volg uit geen konsekwente paar sye nie.

Q22 — B. Enkelvoudige rente is 'n vaste $0.08 \times 15\,000 = R1\,200$ per jaar. $4\,800 \div 1\,200 = 4$ jaar.

Waarom die ander verkeerd is: Enkelvoudige rente voeg elke jaar dieselfde $R1\,200$ by, dus is die antwoord $4\,800 \div 1\,200$. **A** sou net $R3\,600$ verdien, **C** $R6\,000$ en **D** $R7\,200$.

Q23 — B. $\log_a 8 = 3 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee die eksponent, 3, en **C** die argument, 8 — die vraag vra vir die GROND TAL. **D** keer dit om.

Q24 — C. Die identiteit $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ geld vir alle θ , dus $k = 1$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** laat $\sin^2 \theta$ alleen, wat net by 90° gelyk aan 1 is. **A** gee $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta$, wat $-\cos 2\theta$ is. **D** oorskiet met 'n ekstra $\cos^2 \theta$. Net $k = 1$ geld by ELKE hoek.

Q25 — B. $3 = \frac{a}{5-2} + 1 \Rightarrow \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 6$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** stop by $\frac{a}{3} = 2$ sonder om terug te vermenigvuldig. **C** gee die noemer, $5 - 2$. **D** vermenigvuldig twee keer met 3.

Q26 — D. Die modale klas is dié met die hoogste frekwensie; die vereiste waarskynlikheid is daardie klas se frekwensie oor die totaal.

Waarom die ander verkeerd is: Al drie deel deur die verkeerde totaal: **A** deur $4 + 11$, **B** deur $11 + 11$ en **C** deur 30, die klasgrens. Die noemer is die som van elke frekwensie, $4 + 11 + 8 + 3 = 26$.

Q27 — C. $\hat{C} = 90^\circ$, dus is c die skuinssy: $c = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is $\tan A$, **B** is $\cos A$ en **D** is $\frac{1}{\tan A}$. Die regte hoek is by C , dus is $c = 10$ die skuinssy en $\sin A$ plaas die teenoorstaande sy daarvoor.

Q28 – C. $\frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ en $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, dus is die verskil 0.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel die twee terme by in plaas daarvan om af te trek. **B** gee net een term. **D** trek verkeerd om af. Vereenvoudig eers albei terme — hulle blyk dieselfde getal te wees.

Q29 – A. Vyf terme van 5 tot 21: $d = \frac{21 - 5}{4} = 4$, wat 5; 9; 13; 17; 21 gee. Die middelste ingevoegde waarde is **13**.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die EERSTE ingevoegde waarde en **C** die derde; die vraag vra vir die middelste een. **D** sou 'n konstante verskil van 3 vereis, maar vyf terme van 5 tot 21 maak vier stappe van 4.

Q30 – B. $72 = 36 \times 2$, dus ontbreek een faktor van 2 om die vierkant te voltooi: $n = 2$ gee $\sqrt{144} = 12$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **C** gee 216 en 432, nie een 'n volkome vierkant nie. **D** werk wel — $72 \times 8 = 576 = 24^2$ — maar die vraag vra vir die KLEINSTE sulke n , en 2 is kleiner.

Q31 – B. AB is horisontaal met lengte 6 en BC is vertikaal met lengte 8, en hulle ontmoet by 'n regte hoek by B . Oppervlakte $= \frac{1}{2}(6)(8) = 24$ vierkante eenhede.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik die skuinssy as een van die loodregte paar. **C** vergeet om te halveer. **D** volg uit geen konsekwente basis en hoogte nie.

Q32 – D. $0! = 1$ en $3! = 6$, dus is die waarde $\frac{1}{6}$. ($0! = 1$ per definisie — nie 0 nie.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** neem $0!$ as 0; dit is **1** per definisie, wat die hele punt van die vraag is. **A** deel deur 3 in plaas van $3!$. **C** gee die noemer.

Q33 – C. Ko-binnehoeke is supplementêr: $4x + 2x + 30 = 180 \Rightarrow 6x = 150 \Rightarrow x = 25$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** stel die twee hoeke GELYK, wat ooreenkomstige of verwisselende hoeke sou wees; kobinnehoeke is supplementêr. **B** lees die konstante af. **D** kom van 150 deur iets anders as 6 te deel.

Q34 – D. $P(\text{nie rooi nie}) = 1 - \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee net die blou penne en **C** net die groenes; "nie rooi nie" beteken albei kleure saam. **A** tel die nie-rooies verkeerd as 4.

Q35 – B. $f(g(x)) = 2x^2 + 1$ en $g(f(x)) = (2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$. Gelykstelling: $2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = -2$; die som is -2 .

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee een van die twee wortels eerder as hulle som. **C** het die teken van die som verkeerd. **D** verdubbel dit. Brei albei samestellings uit voordat jy hulle gelykstel — hulle verskil met die kruisterm $4x$.

Q36 — C. Die gemiddeld word deur 'n paar groot waardes bo die mediaan getrek, dus lê die stert na regs: die verdeling is **skeef na regs**.

Waarom die ander verkeerd is: **A** sou vereis dat die gemiddeld BY die mediaan is. **B** beskryf die teenoorgestelde: 'n linkse skeefheid trek die gemiddeld ONDER die mediaan. **D** gaan oor die aantal pieke, waaroor die gemiddeld en mediaan niks sê nie.

Q37 — A. $\frac{a^3b^2}{a^2b^4} = \frac{a}{b^2} = \frac{2}{b^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 = 8.$

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die resiprook van die antwoord. **C** gee die noemer van $\frac{1}{4}$. **D** gee a eerder as b^2 . Kanselleer eers die magte: die uitdrukking is bloot $\frac{a}{b^2}$.

Q38 — D. Slegs 7 en 9 oorskry die gemiddeld van 5, dus lê **2** waardes daarbo.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel die waardes ONDER die gemiddeld. **B** tel 5 as bo dit, maar 5 IS die gemiddeld. **C** tel met een verkeerd, enige kant toe.

Q39 — A. $2y - 1 = 3k \Rightarrow y = \frac{3k + 1}{2}.$

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die teken van die 1 verkeerd. **C** deel net 'n deel van die teller deur 2. **D** vermenigvuldig die noemers in plaas daarvan om eers die 3 op te ruim.

Q40 — C. Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is supplementêr: $x = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** hanteer teenoorstaande hoeke van 'n koördinaatvierhoek as GELYK; hulle is supplementêr. **A** verdubbel eerder. **D** halveer die korrekte antwoord.

Q41 — B. Sinus is negatief in die **derde en vierde** kwadrante, en die verwysings- hoek is 30° . Dus $\theta = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ en $\theta = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$, wat optel tot 540° . (360° is wat jy kry deur eerder die kosinuskwadrante te gebruik.)

Waarom die ander verkeerd is: **A** gebruik die kwadrante waar die KOSINUS negatief is, wat 150° en 210° gee. Die sinus is negatief in die derde en vierde. **C** en **D** hou elk net een oplossing, of geen.

Q42 — A. $36 = \frac{a}{1 - \frac{2}{3}} \Rightarrow a = 12$. Dan $T_3 = ar^2 = 12 \times \frac{4}{9} = \frac{16}{3}.$

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die EERSTE term en **C** die tweede; die vraag vra vir die derde. **D** verdubbel die eerste term. Vind a uit die som en vermenigvuldig dan met r^2 .

Q43 — D. Tel elke gebied by, insluitend dié buite albei sirkels: $7 + 5 + 5 + 13 = 30$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel net wat binne die twee sirkels is en vergeet die 13 daarbuite. **A** en **C** laat elk 'n gebied uit. Elkeen in die groep is in presies een van die vier gebiede.

Q44 — C. Die kromme bereik ± 2 , dus is die amplitude 2 (wat $y = \sin x$ en $y = \sin 2x$ uitskakel), en dit begin by 0 en styg — 'n sinus, nie 'n kosinus nie. Dus $y = 2 \sin x$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** en **D** het amplitude 1, maar die kromme bereik ± 2 . **A** is 'n kosinus, wat by sy piek begin; hierdie kromme begin by 0 en styg.

Q45 — B. Dollars na rand **vermenigvuldig** met die koers: $250 \times 18 = \text{R}4\,500$. (Besluit eers of die antwoord groter of kleiner as 250 behoort te wees.)

Waarom die ander verkeerd is: **C** deel in plaas van vermenigvuldig — besluit eers of die antwoord groter of kleiner as 250 behoort te wees. **A** tel die koers by. **D** gebruik 'n koers van 10.

Q46 — B. Geen x -afsnitte nie beteken 'n negatiewe diskriminant: $16 - 4k < 0 \Rightarrow k > 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** maak die diskriminant presies nul, dus RAAK die parabool die as by een punt eerder as om dit te mis. **A** en **D** laat albei klein k toe, waar die diskriminant positief is en die kromme twee keer sny.

Q47 — C. Gradiënt $= \frac{13 - 5}{6 - 2} = 2$. Om vier eenhede verder in x te gaan, tel $2 \times 4 = 8$: $k = 13 + 8 = 21$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel die loop, 4, by in plaas van die styging, 8. **A** verdubbel die vorige y -waarde. **D** volg uit 'n gradiënt anders as 2. Kontroleer die gradiënt op die eerste paar voordat jy dit op die tweede gebruik.

Q48 — D. Skryf albei kante in grondtal 2: $2^{2x} = 2^3 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** sou $4^2 = 16$ gee, nie 8 nie. **C** het die breuk onderstebo. **A** vermenigvuldig die twee getalle. Skryf albei kante met grondtal 2 — hulle kan nie vergelyk word voordat hulle een deel nie.

Q49 — A. $\frac{2(x^2 - 4)}{x - 2} = \frac{2(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 2x + 4$, dus $k = 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die teken van die oorblywende faktor verkeerd. **C** lees die koëffisiënt van x af. **D** gee die konstante uit die teller. Faktoriseer eers $2x^2 - 8$ en die $(x - 2)$ kanselleer.

Q50 — A. Ongedefinieer waar die noemer verdwyn: $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2$ of $x = -1$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** los die TELLER op, wat jou vertel waar die uitdrukking nul is, nie waar dit ongedefinieer is nie. **C** en **D** hou elk een wortel van die noemer en laat die ander val.

Q51 — B. Deel deur die vermenigvuldiger: $750 \div 1.25 = \text{R}600$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** trek 25 % VAN 750 af: 'n styging word ongedaan gemaak deur te deel, nie deur dieselfde persentasie af te trek nie. **C** trek 25 rand af. **D** tel nog 25 % by in plaas daarvan om dit te verwyder.

Q52 – D. Die twee poste is verskillend, dus maak volgorde saak: $8 \times 7 = 56$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel KOMITEES, waar volgorde nie saak maak nie; die twee poste is verskillend, dus maak dit wel. **C** laat een persoon albei beklee. **A** vermenigvuldig 8 met die aantal poste.

Q53 – D. $P(A) = 1 - 0.35 = 0.65$. Onafhanklike herhalings vermenigvuldig: $0.65^2 = 0.4225$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** kwadreer die KOMPLEMENT, 0.35, in plaas van $P(A)$. **A** gee $P(A')$ terug en **C** gee $P(A)$ een keer. Die twee herhalings is onafhanklik, dus vermenigvuldig die waarskynlikhede.

Q54 – B. $y = b^x$ daal slegs wanneer die grondtal 'n egte breuk is: $0 < b < 1$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** styg eerder as daal. **D** sluit daardie grondtalle in, dus kan dit ook nie reg wees nie. **C** laat 'n negatiewe grondtal toe, wat glad nie 'n reële eksponensiële funksie definieer nie.

Q55 – C. $3^{-2} = \frac{1}{9}$ en $(\frac{1}{2})^{-1} = 2$, dus is die som $\frac{1}{9} + 2 = \frac{19}{9}$ en $p = 19$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** laat die $\frac{1}{9}$ val en hou net die 2. **D** gee die noemer. **B** lees die grondtal af. Plaas albei terme oor 9 voordat jy vergelyk.

Q56 – D. Die ry is n^2 , dus $n^2 = 144 \Rightarrow n = 12$: die 12de term.

Waarom die ander verkeerd is: **C** neem die WAARDE van die term, 144, as sy posisie. **A** halveer 144 en **B** deel dit deur 6; nie een is 'n vierkantswortel nie.

Q57 – B. Voltooi die vierkant: $-(x - 2)^2 + 3$. Die parabool open afwaarts met maksimum 3, dus $y \leq 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** hanteer 3 as 'n ondergrens, maar die leidende $-x^2$ maak die parabool na onder oop, dus is 3 'n bogrens. **C** en **D** gebruik -1 , die y -afsnit, in plaas van die maksimum.

Q58 – C. Vermenigvuldig die vermenigvuldigers: $0.8 \times 1.25 = 1$. Die prys is presies terug waar dit begin het. (Persentasies stel saam; hulle kanselleer nie deur op te tel nie.)

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **B** tel die twee persentasies by of trek hulle af; persentasies vermeerder saamgesteld – vermenigvuldig eerder die vermenigvuldigers. **D** is naby daardie idee maar die produk is presies 1, nie 0.99 nie.

Q59 – A. $4 + 9 + 16 + 25 = 54$, wat $k = 2$ tot 5 gebruik. Dus $n = 5$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** stop een term te vroeg, by 29. **C** gaan een te ver, tot 90. **D** gee die som terug asof dit n was. Die som begin by $k = 2$, nie $k = 1$ nie.

Q60 – A. $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 49 - 40 = 9.$

Waarom die ander verkeerd is: B gebruik $2ab$ waar die identiteit $4ab$ benodig. **C** tel by in plaas daarvan om af te trek. **D** gee $a - b$ eerder as sy kwadraat.

Proefeksamen 3

Eksamen 3 — Q1

Die vergelyking van 'n sirkel met middelpunt $(2, -3)$ en radius 5 is:

- A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$
 - B) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$
 - C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$
 - D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$
-

Eksamen 3 — Q2

Die definisieversameling van $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$ is:

- A) $x > 2$
 - B) $x \geq 2, x \neq 5$
 - C) $x \neq 5$
 - D) $x \geq 2$
-

Eksamen 3 — Q3

'n Tweerigtingtabel wys: $P(\text{manlik en slaag}) = 0.35$, $P(\text{manlik}) = 0.50$. As geslag en uitslag onafhanklik is, $P(\text{slaag}) = ?$

- A) 0.35
 - B) 0.65
 - C) 0.50
 - D) 0.70
-

Eksamen 3 — Q4

Vereenvoudig $\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-1}$.

- A) $\frac{x+2}{x-1}$
 - B) $\frac{x-2}{x+1}$
 - C) $\frac{x+1}{x-2}$
 - D) 1
-

Eksamen 3 — Q5

As $3^p = \frac{1}{27}$, dan is 3^{p+2} gelyk aan:

- A) $\frac{1}{3}$
 - B) 3
 - C) $\frac{1}{9}$
 - D) 9
-

Eksamen 3 — Q6

'n Reguit lyn gaan deur (2; 3) met gradiënt -2 . Sy y -afsnit is:

- A) 3
 - B) -1
 - C) 7
 - D) -7
-

Eksamen 3 — Q7

Die waardeversameling van $f(x) = x^2 - 6x + 10$ is:

- A) $y \leq 1$
- B) $y \geq 10$
- C) $y \geq 1$
- D) $y \geq 0$

Eksamen 3 — Q8

'n Silinder het 'n volume van $72\pi \text{ cm}^3$ en 'n hoogte van 8 cm. Sy basisradius is:

- A) $\sqrt{9\pi} \text{ cm}$
 - B) 9 cm
 - C) 6 cm
 - D) 3 cm
-

Eksamen 3 — Q9

As die gemiddeld in 'n datastel gelyk is aan die mediaan, is die verdeling:

- A) Skeef na regs
 - B) Skeef na links
 - C) Bimodaal
 - D) Simmetries
-

Eksamen 3 — Q10

R20 000 word teen 15 % p.j. saamgestelde rente vir 3 jaar belê. Die opgehoopte bedrag is:

- A) R29 000
 - B) R30 418
 - C) R30 000
 - D) R23 000
-

Eksamen 3 — Q11

'n Reguit sirkelvormige keël het 'n basisradius van 4 cm en 'n skuinshoogte van 5 cm. Sy geboë oppervlakte is:

- A) $25\pi \text{ cm}^2$
- B) $16\pi \text{ cm}^2$
- C) $40\pi \text{ cm}^2$
- D) $20\pi \text{ cm}^2$

Eksamen 3 — Q12

Vereenvoudig $\sin(90^\circ - \theta) \cdot \tan \theta$.

- A) 1
 - B) $\cos \theta$
 - C) $\sin \theta$
 - D) $\tan \theta$
-

Eksamen 3 — Q13

n is 'n positiewe heelgetal en $\sqrt{50n}$ is rasionaal. Die kleinste moontlike waarde van n is:

- A) 10
 - B) 5
 - C) 2
 - D) 50
-

Eksamen 3 — Q14

'n Meetkundige ry het $T_1 = 4$ en $T_4 = 32$. Die waarde van T_6 is:

- A) 128
 - B) 64
 - C) 96
 - D) 256
-

Eksamen 3 — Q15

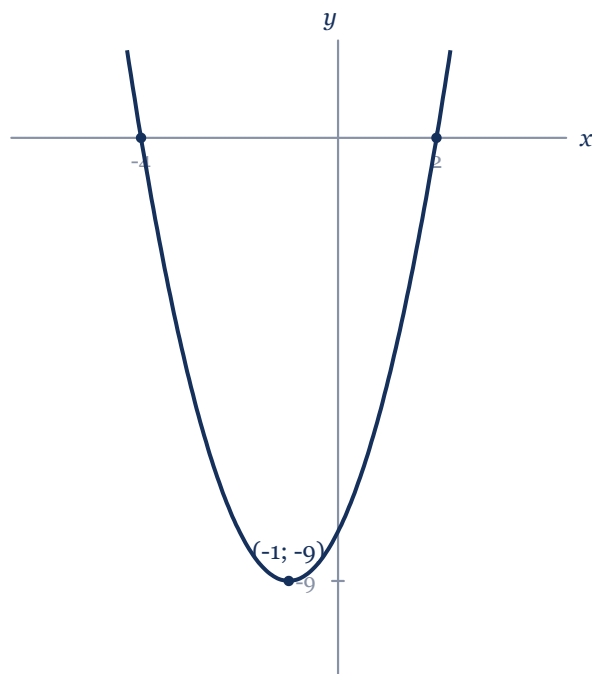
As $n! - (n - 1)! = 18$, is die waarde van n :

- A) 6
 - B) 3
 - C) 5
 - D) 4
-

Eksamen 3 — Q16

As $\sum_{k=1}^n 3 \cdot 2^{k-1} = 93$, is die waarde van n :

- A) 5
 - B) 4
 - C) 6
 - D) 31
-

Eksamen 3 — Q17

Die x -afsnitte van die grafiek wat getoon word, is:

- A) $x = 4$ en $x = -2$
 - B) $x = -4$ en $x = 2$
 - C) $x = -1$ en $x = -9$
 - D) $x = -8$ en $x = 2$
-

Eksamen 3 — Q18

Vir watter waardes van x is $\sqrt{x-3}$ **nie** 'n reële getal nie?

- A) $x = 3$
 - B) $x > 3$
 - C) $x \leq 3$
 - D) $x < 3$
-

Eksamen 3 — Q19

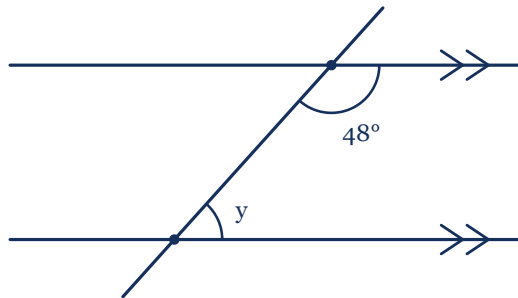
Inflasie is gemiddeld 6 % p.j. 'n Kruidenierswaremandjie kos tans R500. Sy koste oor 2 jaar sal ongeveer wees:

- A) R560
 - B) R530
 - C) R562
 - D) R556
-

Eksamen 3 — Q20

In 'n histogram is die oppervlakte van elke staaf eweredig aan die:

- A) Klaswydte
 - B) Frekwensie
 - C) Klasmiddelpunt
 - D) Kumulatiewe frekwensie
-

Eksamen 3 — Q21

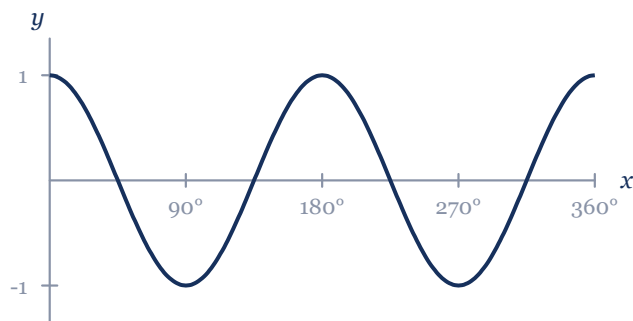
In die diagram is die twee horisontale lyne ewewydig. Die waarde van y is:

- A) 42°
 - B) 48°
 - C) 132°
 - D) 138°
-

Eksamen 3 — Q22

Die grafiek van $y = \frac{a}{x} - 3$ gaan deur die punt $(2; -1)$. Die waarde van a is:

- A) 2
 - B) 4
 - C) -4
 - D) 8
-

Eksamen 3 — Q23

Die periode van die grafiek wat getoon word, is:

- A) 360°
 - B) 180°
 - C) 90°
 - D) 720°
-

Eksamen 3 — Q24

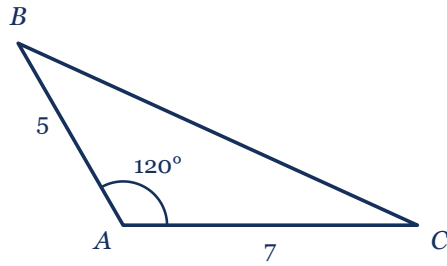
Die y -afsnit van die lyn wat $(-2; 4)$ en $(4; 1)$ verbind, is:

- A) $-\frac{1}{2}$
 - B) 4
 - C) $\frac{5}{2}$
 - D) 3
-

Eksamen 3 — Q25

As $2^{n+2} - 2^n = 96$, is die waarde van n :

- A) 5
 - B) 4
 - C) 6
 - D) 32
-

Eksamen 3 — Q26

In $\triangle ABC$, $AC = 7$, $AB = 5$ en $\hat{A} = 120^\circ$. Die lengte van BC is:

- A) $\sqrt{39}$
 - B) $\sqrt{109}$
 - C) 12
 - D) $\sqrt{74}$
-

Eksamen 3 — Q27

'n Motor wat vir R200 000 gekoop is, verminder in waarde teen 15 % p.j. saamgestel. Ná 2 jaar is sy waarde:

- A) R140 000
 - B) R145 000
 - C) R144 500
 - D) R138 000
-

Eksamen 3 — Q28

As $\log_5 25 + \log_5 x = 3$, is die waarde van x :

- A) 1
 - B) 25
 - C) 5
 - D) 15
-

Eksamen 3 — Q29

Die wortels van $x^2 - 3x - 10 = 0$ is α en β . Die waarde van $\alpha\beta$ is:

- A) -10
 - B) 3
 - C) 10
 - D) -3
-

Eksamen 3 — Q30

Gegee die datastel $\{5, 5, 6, 7, 9, 10\}$, is die modus:

- A) 6
 - B) 5
 - C) 7
 - D) 6.5
-

Eksamen 3 — Q31

Vereenvoudig $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$.

- A) $4\sqrt{3}$
 - B) $\sqrt{25}$
 - C) 7
 - D) 12
-

Eksamen 3 — Q32

As $\sqrt{3} \times \sqrt{k} = 6$, is die waarde van k :

- A) 6
 - B) 12
 - C) 36
 - D) 2
-

Eksamen 3 — Q33

Die waarskynlikheid dat dit op enige gegewe dag reën, is 0.3. Die waarskynlikheid dat dit twee dae agtereenvolgens NIE reën nie, is:

- A) 0.42
 - B) 0.49
 - C) 0.09
 - D) 0.6
-

Eksamen 3 — Q34

Twee gelykvormige driehoeke het ooreenkomstige sye in die verhouding 3 : 5. Hulle oppervlakte is in die verhouding:

- A) 3 : 5
 - B) 3 : 25
 - C) 9 : 25
 - D) 27 : 125
-

Eksamen 3 — Q35

In hoeveel punte sny die grafieke van $y = 2^x$ en $y = x + 1$ mekaar?

- A) 1
 - B) 2
 - C) 0
 - D) Oneindig baie
-

Eksamen 3 — Q36

Los op vir x : $\sqrt{2x - 3} = 5$.

- A) 28
- B) 11
- C) 4
- D) 14

Eksamen 3 — Q37

In die rekenkundige ry $-5; -1; 3; 7; \dots$, watter term is gelyk aan 71?

- A) Die 20ste
 - B) Die 19de
 - C) Die 18de
 - D) Die 21ste
-

Eksamen 3 — Q38

Die punt $P(-4; 3)$ word in die y -as gereflekteer om P' te gee. Die afstand PP' is:

- A) 10 units
 - B) 6 units
 - C) 5 units
 - D) 8 units
-

Eksamen 3 — Q39

Vir $x \neq -2$, $\frac{3x^2 - 12}{x + 2} = 3x + k$. Die waarde van k is:

- A) -6
 - B) 6
 - C) -4
 - D) 12
-

Eksamen 3 — Q40

Twee letters word uit $\{A, B, C, D\}$ gekies sonder herhaling. Die aantal geordende pare is:

- A) 4
 - B) 6
 - C) 8
 - D) 12
-

Eksamen 3 — Q41

'n Opname onder 50 mense: 30 hou van tee, 25 hou van koffie, en 10 hou van albei. Hoeveel hou van nie een van die twee nie?

- A) 15
 - B) 45
 - C) 10
 - D) 5
-

Eksamen 3 — Q42

'n Leer van 10 m lank leun teen 'n muur en maak 'n hoek van 60° met die grond. Die hoogte wat dit bereik, is:

- A) $10\sqrt{3}$ m
 - B) 5 m
 - C) $5\sqrt{3}$ m
 - D) $5\sqrt{2}$ m
-

Eksamen 3 — Q43

Die uitdrukking $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$ is ongedefinieer vir:

- A) $x = 0$ of $x = -1$
 - B) $x = \pm 1$
 - C) slegs $x = 0$
 - D) $x = 0$ of $x = 1$
-

Eksamen 3 — Q44

Vir watter waarde van k het $kx^2 - 3x + 1 = 0$ **gelyke** wortels?

- A) $\frac{9}{4}$
 - B) $\frac{4}{9}$
 - C) 9
 - D) 3
-

Eksamen 3 — Q45

'n Funksie f is stygend op sy definisieversameling as, vir $x_1 < x_2$:

- A) $f(x_1) = f(x_2)$
 - B) $f(x_1) > f(x_2)$
 - C) $f(x_1) < f(x_2)$
 - D) $f(x_1) \geq f(x_2)$
-

Eksamen 3 — Q46

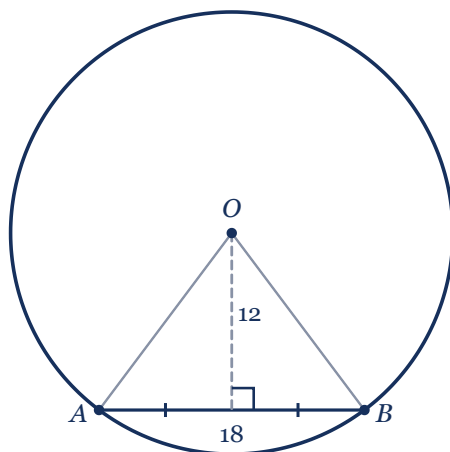
Die som van 'n oneindige meetkundige reeks is 45 en sy eerste term is 15. Die gemene verhouding is:

- A) $\frac{2}{3}$
 - B) $\frac{1}{3}$
 - C) 3
 - D) $\frac{1}{2}$
-

Eksamen 3 — Q47

Hoeveel **heelgetal**waardes van x bevredig $-4 \leq 2x < 6$?

- A) 5
 - B) 6
 - C) 4
 - D) 10
-

Eksamen 3 — Q48

O is die middelpunt van die sirkel, die radius is 15 cm en die koord $AB = 18$ cm. Die loodregte afstand van O na AB is:

- A) 6 cm
 - B) 9 cm
 - C) 12 cm
 - D) $3\sqrt{34}$ cm
-

Eksamen 3 — Q49

Vir 'n rekenkundige ry, $S_n = 4n^2 + 2n$. Die derde term is:

- A) 22
 - B) 42
 - C) 6
 - D) 18
-

Eksamen 3 — Q50

Een kaart word uit 'n standaardpak van 52 getrek. Die waarskynlikheid dat dit 'n harte **of** 'n heer is, is:

- A) $\frac{1}{13}$
 - B) $\frac{17}{52}$
 - C) $\frac{1}{4}$
 - D) $\frac{4}{13}$
-

Eksamen 3 — Q51

'n Standaardafwyking van 0 beteken:

- A) Die gemiddeld is 0
 - B) Alle datawaardes is gelyk
 - C) Daar is geen datawaardes nie
 - D) Die data is gelykmatig versprei
-

Eksamen 3 — Q52

As $\log_2 x = 5$, dan is $\log_2(2x)$ gelyk aan:

- A) 6
 - B) 10
 - C) 25
 - D) 7
-

Eksamen 3 — Q53

R5 000 word teen 12 % p.j. enkelvoudige rente geleen. Die totale terugbetaling ná 2.5 jaar is:

- A) R6 000
- B) R6 500
- C) R6 200
- D) R5 600

Eksamen 3 — Q54

Die inverse van $y = 3^x$ is:

- A) $y = 3^{-x}$
 - B) $y = \log_3 x$
 - C) $y = x^3$
 - D) $y = x^{\frac{1}{3}}$
-

Eksamen 3 — Q55

Die waarde van $\cos 0^\circ + \sin 0^\circ + \tan 0^\circ$ is:

- A) 2
 - B) 0
 - C) 1
 - D) 3
-

Eksamen 3 — Q56

Die grafiek van $y = |x - 2| - 3$ het sy laagste punt by:

- A) (3; 2)
- B) (-2; -3)
- C) (2; 3)
- D) (2; -3)

Q14 — C. $V = \pi r^2 h = \pi(3)^2(10) = 90\pi \text{ cm}^3$. (Die radius word gekwadreer — dit is die stap wat die meeste laat val word.)

Q15 — C. Elke buitehoek is $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$, en $\frac{360}{72} = 5$ sye.

Q16 — D. $\frac{60}{80} = 75\%$, en $0.75 \times 120 = 90$.

Q17 — C. Ewe $\{2; 4; 6\}$ of groter as 4 $\{5; 6\}$ — die vereniging is $\{2; 4; 5; 6\}$, dus $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. (6 is in albei; tel dit een keer.)

Q18 — A. Vergelyk konstantes: $(-2)(k) = -2 \Rightarrow k = 1$. Kontroleer die middelterm: $3x - 4x = -x$.
✓

Q19 – B. Gradiënt $= \frac{0 - (-2)}{4 - 0} = \frac{1}{2}$, en die y -afsnit word as -2 gegee: $y = \frac{1}{2}x - 2$.

Q20 – D. 'n Hoeveelheid wat oor tyd verander, is kontinu, dus wys 'n **lyngrafiek** die neiging tussen lesings.

Q21 – C. Die regte hoek is by Q , dus is die twee gegewe sye die loodregte paar: Oppervlakte $= \frac{1}{2}(10)(6) = 30$ vierkante eenhede.

Q22 – B. Enkelvoudige rente is 'n vaste $0.08 \times 15\,000 = \text{R}1\,200$ per jaar. $4\,800 \div 1\,200 = 4$ jaar.

Q23 – B. $\log_a 8 = 3 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$.

Q24 – C. Die identiteit $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ geld vir alle θ , dus $k = 1$.

Q25 – B. $3 = \frac{a}{5-2} + 1 \Rightarrow \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 6$.

Q26 – D. Die modale klas is dié met die hoogste frekwensie; die vereiste waarskynlikheid is daardie klas se frekwensie oor die totaal.

Q27 – C. $\hat{C} = 90^\circ$, dus is c die skuinssy: $c = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

Q28 – C. $\frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ en $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, dus is die verskil 0.

Q29 – A. Vyf terme van 5 tot 21: $d = \frac{21-5}{4} = 4$, wat 5; 9; 13; 17; 21 gee. Die middelste ingevoegde waarde is **13**.

Q30 – B. $72 = 36 \times 2$, dus ontbreek een faktor van 2 om die vierkant te voltooi: $n = 2$ gee $\sqrt{144} = 12$.

Q31 – B. AB is horisontaal met lengte 6 en BC is vertikaal met lengte 8, en hulle ontmoet by 'n regte hoek by B . Oppervlakte $= \frac{1}{2}(6)(8) = 24$ vierkante eenhede.

Q32 – D. $0! = 1$ en $3! = 6$, dus is die waarde $\frac{1}{6}$. ($0! = 1$ per definisie – nie 0 nie.)

Q33 – C. Ko-binnehoeke is supplementêr: $4x + 2x + 30 = 180 \Rightarrow 6x = 150 \Rightarrow x = 25$.

Q34 – D. $P(\text{nie rooi nie}) = 1 - \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Q35 – B. $f(g(x)) = 2x^2 + 1$ en $g(f(x)) = (2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$. Gelykstelling: $2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = -2$; die som is -2 .

Q36 – C. Die gemiddeld word deur 'n paar groot waardes bo die mediaan getrek, dus lê die stert na regs: die verdeling is **skeef na regs**.

Q37 – A. $\frac{a^3 b^2}{a^2 b^4} = \frac{a}{b^2} = \frac{2}{b^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 = 8$.

Q38 – D. Slegs 7 en 9 oorskry die gemiddeld van 5, dus lê **2** waardes daarbo.

Q39 – A. $2y - 1 = 3k \Rightarrow y = \frac{3k + 1}{2}.$

Q40 – C. Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is supplementêr: $x = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ.$

Q41 – B. Sinus is negatief in die **derde en vierde** kwadrante, en die verwysings- hoek is 30° . Dus $\theta = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$ en $\theta = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$, wat optel tot 540° . (360° is wat jy kry deur eerder die kosinuskwadrante te gebruik.)

Q42 – A. $36 = \frac{a}{1 - \frac{2}{3}} \Rightarrow a = 12$. Dan $T_3 = ar^2 = 12 \times \frac{4}{9} = \frac{16}{3}.$

Q43 – D. Tel elke gebied by, insluitend dié buite albei sirkels: $7 + 5 + 5 + 13 = 30$.

Q44 – C. Die kromme bereik ± 2 , dus is die amplitude 2 (wat $y = \sin x$ en $y = \sin 2x$ uitskakel), en dit begin by 0 en styg – 'n sinus, nie 'n kosinus nie. Dus $y = 2 \sin x$.

Q45 – B. Dollars na rand **vermenigvuldig** met die koers: $250 \times 18 = \text{R}4\,500$. (Besluit eers of die antwoord groter of kleiner as 250 behoort te wees.)

Q46 – B. Geen x -afsnitte nie beteken 'n negatiewe diskriminant: $16 - 4k < 0 \Rightarrow k > 4$.

Q47 – C. Gradiënt $= \frac{13 - 5}{6 - 2} = 2$. Om vier eenhede verder in x te gaan, tel $2 \times 4 = 8$: $k = 13 + 8 = 21$.

Q48 – D. Skryf albei kante in grondtal 2: $2^{2x} = 2^3 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}.$

Q49 – A. $\frac{2(x^2 - 4)}{x - 2} = \frac{2(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 2x + 4$, dus $k = 4$.

Q50 – A. Ongedefinieer waar die noemer verdwyn: $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2$ of $x = -1$.

Q51 – B. Deel deur die vermenigvuldiger: $750 \div 1.25 = \text{R}600$.

Q52 – D. Die twee poste is verskillend, dus maak volgorde saak: $8 \times 7 = 56$.

Q53 – D. $P(A) = 1 - 0.35 = 0.65$. Onafhanklike herhalings vermenigvuldig: $0.65^2 = 0.4225$.

Q54 – B. $y = b^x$ daal slegs wanneer die grondtal 'n egte breuk is: $0 < b < 1$.

Q55 – C. $3^{-2} = \frac{1}{9}$ en $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$, dus is die som $\frac{1}{9} + 2 = \frac{19}{9}$ en $p = 19$.

Q56 – D. Die ry is n^2 , dus $n^2 = 144 \Rightarrow n = 12$: die 12de term.

Q57 – B. Voltooi die vierkant: $-(x - 2)^2 + 3$. Die parabool open afwaarts met maksimum 3, dus $y \leq 3$.

Q58 – C. Vermenigvuldig die vermenigvuldigers: $0.8 \times 1.25 = 1$. Die prys is presies terug waar dit begin het. (Persentasies stel saam; hulle kanselleer nie deur op te tel nie.)

Q59 – A. $4 + 9 + 16 + 25 = 54$, wat $k = 2$ tot 5 gebruik. Dus $n = 5$.

Q60 – A. $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 49 - 40 = 9$.

Eksamen 3 — Q57



Vir die box-en-snor-diagram wat getoon word, is die interkwartiele omvang:

- A) 20
- B) 33
- C) 26
- D) 14

Eksamen 3 — Q58

As $\left(\frac{27}{8}\right)^m = \frac{9}{4}$, is die waarde van m :

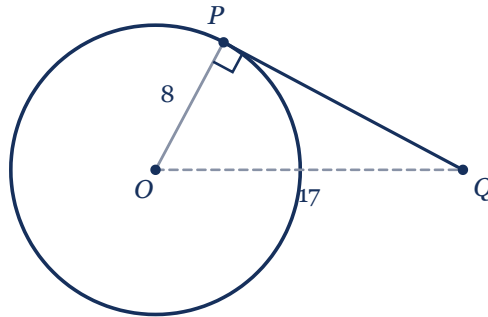
- A) $\frac{2}{3}$
- B) $\frac{3}{2}$
- C) 2
- D) $\frac{1}{3}$

Eksamen 3 — Q59

As $h(x) = 2 \cdot 3^x$ en $h(x) = 54$, is die waarde van x :

- A) 27
- B) 3
- C) 2
- D) 9

Eksamen 3 — Q60



PQ is 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O . As $OP = 8$ cm en $OQ = 17$ cm, is die lengte van die raaklyn PQ :

- A) 25 cm
 - B) 9 cm
 - C) 15 cm
 - D) $\sqrt{353}$ cm
-

Proefeksamen 3 — Memorandum

Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans	Q	Ans
1	D	2	B	3	D	4	A	5	A
6	C	7	C	8	D	9	D	10	B
11	D	12	C	13	C	14	A	15	D
16	A	17	B	18	D	19	C	20	B
21	C	22	B	23	B	24	D	25	A
26	B	27	C	28	C	29	A	30	B
31	C	32	B	33	B	34	C	35	B
36	D	37	A	38	D	39	A	40	D
41	D	42	C	43	A	44	A	45	C
46	A	47	A	48	C	49	A	50	D
51	B	52	A	53	B	54	B	55	C
56	D	57	D	58	A	59	B	60	C

Proefeksamen 3 — Uitgewerkte Oplossings

Merk eers jou vraestel teen die memorandum hierbo, en lees dan slegs die oplossings vir die vrae wat jy gemis het.

Q1 — D. Middelpunt $(a; b)$ en radius r gee $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$. Let op die tekenomkering op -3 .

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **C** gebruik r waar die vergelyking r^2 benodig. **B** en **C** keer die tekens van die middelpunt om: 'n middelpunt van $(2; -3)$ gee $(x - 2)$ en $(y + 3)$, nie andersom nie.

Q2 — B. Twee voorwaardes: $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ (die wortel), en $x \neq 5$ (die noemer).

Waarom die ander verkeerd is: **D** vergeet dat $x = 5$ die noemer nul maak. **C** vergeet dat die wortel 'n nie-negatiewe argument nodig het. **A** sluit 2 uit, waar die wortel 0 en heeltemal gedefinieer is, en vergeet ook die noemer. Albei voorwaardes moet gelyktydig geld.

Q3 – D. Onafhanklik beteken $P(\text{manlik en slaag}) = P(\text{manlik}) \times P(\text{slaag})$: $0.35 = 0.50 \times P \Rightarrow P = 0.70$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee die gesamentlike waarskynlikheid terug. **C** gee die waarskynlikheid om manlik te wees, op sy eie. **B** is $1 - 0.35$, wat 0.35 as 'n komplement eerder as 'n produk hanteer.

Q4 – A. $\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$ – die $(x+1)$ en $(x-2)$ kanselleer, wat $\frac{x+2}{x-1}$ laat.

Waarom die ander verkeerd is: **C** gee die eerste breuk met niks gekanselleer nie. **B** is die antwoord omgekeer. **D** kanselleer alles, wat sou vereis dat die twee breuke resiproke is. Faktoriseer eers albei verskille van vierkante.

Q5 – A. $3^{p+2} = 3^p \times 3^2 = \frac{1}{27} \times 9 = \frac{1}{3}$. Jy het nooit p self nodig nie.

Waarom die ander verkeerd is: **D** gee net 3^2 , en vergeet die 3^p . **C** vermenigvuldig met 3 in plaas van met 9. **B** keer die breuk om. Jy het nooit p self nodig nie – $3^{p+2} = 3^p \times 3^2$.

Q6 – C. $y = -2x + c$ deur $(2; 3)$: $3 = -4 + c \Rightarrow c = 7$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** neem die punt se y -waarde as die afsnit. **B** trek verkeerd om af en kry $3 - 4$. **D** het die teken van die afsnit verkeerd.

Q7 – C. Voltooi die vierkant: $(x - 3)^2 + 1$. Die parabool open opwaarts met minimum 1, dus $y \geq 1$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** hanteer 1 as 'n bogrens, maar die parabool maak na bo oop, dus is dit 'n ondergrens. **B** gebruik 10, die y -afsnit, in plaas van die minimum. **D** laat waardes onder 1 toe, wat die kromme nooit bereik nie.

Q8 – D. $\pi r^2(8) = 72\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3 \text{ cm}$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $r^2 = 9$ eerder as r . **C** gee die deursnee. **A** laat die π onder die wortel – dit kanselleer met die π aan die ander kant voordat die wortel geneem word.

Q9 – D. 'n Gelyke gemiddeld en mediaan dui op geen skeefheid in enige rigting nie – die verdeling is **simmetries**.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **B** beskryf verspreidings waar die gemiddeld van die mediaan af weggetrek word, bo of onder dit. **C** gaan oor die aantal pieke, waaroor die gemiddeld en mediaan niks sê nie.

Q10 – B. $A = 20\,000(1.15)^3 = 20\,000 \times 1.520875 \approx \text{R}30\,418$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die ENKELVOUDIGE-rentebedrag, R20 000 plus drie keer 15 %. **D** pas net een jaar toe. **C** is 'n ronde raaiskoot. Saamgestelde rente hef die tweede jaar se rente op die eerste jaar se totaal.

Q11 — D. Geboë oppervlakte van 'n keël $= \pi r \ell = \pi(4)(5) = 20\pi \text{ cm}^2$. (Dit is die skuinshoogte, nie die vertikale hoogte nie.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die BASISOPPERVLAKTE, πr^2 . **A** kwadreer die skuinshoogte in plaas daarvan om met die radius te vermenigvuldig. **C** gebruik $2\pi r \ell$, die silinder se formule — 'n keël het nie 'n tweede vlak om te omvou nie.

Q12 — C. $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$, dus is die produk $\cos \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin \theta$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** stop by die herleiding, $\cos \theta$, sonder om met $\tan \theta$ te vermenigvuldig. **D** laat die eerste faktor val. **A** kanselleer alles, wat sou vereis dat die twee faktore resiproke is.

Q13 — C. $50 = 25 \times 2$, dus voltooi nog een faktor van 2 die vierkant: $n = 2$ gee $\sqrt{100} = 10$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **B** gee 500 en 250, nie een 'n volkome vierkant nie. **D** werk wel — $50 \times 50 = 2\,500 = 50^2$ — maar die vraag vra vir die KLEINSTE sulke n , en 2 is kleiner.

Q14 — A. $T_4 = T_1 r^3 \Rightarrow 32 = 4r^3 \Rightarrow r = 2$. Dan $T_6 = 4 \times 2^5 = 128$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** stop by T_5 en **D** gaan een term verby T_6 . **C** volg uit 'n verhouding anders as 2. Vind eers r uit $T_4 = T_1 r^3$ en tree dan twee terme verder.

Q15 — D. $n! - (n-1)! = 18$. Probeer $n = 4$: $24 - 6 = 18 \checkmark$

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $6 - 2 = 4$, **C** gee $120 - 24 = 96$ en **A** gee $720 - 120 = 600$. Net $4! - 3! = 24 - 6$ kom op 18 uit.

Q16 — A. 'n Meetkundige som met $a = 3$, $r = 2$: $S_n = 3(2^n - 1) = 93 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** stop by vier terme, wat op 45 uitkom, en **C** loop tot ses, wat op 189 uitkom. **D** gee $2^n - 1$ eerder as n .

Q17 — B. Lees hulle direk van die grafiek af: die kromme sny die x -as by $x = -4$ en $x = 2$. (Die draaipunt $(-1; -9)$ is nie 'n afsnit nie.)

Waarom die ander verkeerd is: **C** gee die DRAAIPUNT se koördinate, wat glad nie afsnitte is nie. **A** keer albei tekens om. **D** verdubbel die linkerwortel. Die wortels lê simmetries weerskante van die draaipunt.

Q18 — D. 'n Vierkantswortel is slegs reël wanneer sy argument nie-negatief is. $x - 3 < 0 \Rightarrow x < 3$ gee 'n nie-reële waarde. (By $x = 3$ is die wortel 0, wat *wel* reël is.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** noem presies waar die wortel WEL reël is. **A** en **C** sluit albei $x = 3$ in, waar die wortel 0 is — wat 'n heeltemal geldige reële getal is.

Q19 — C. Inflasie stel saam soos rente: $500(1.06)^2 = 500 \times 1.1236 \approx \text{R}562$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** laat die prys twee keer met 6 % van die OORSPRONKLIKE bedrag groei, wat enkelvoudige groei is. **B** pas net een jaar toe. **D** volg uit geen konsekwente vermenigvuldiger nie. Inflasie vermeerder saamgesteld, presies soos rente.

Q20 — B. In 'n histogram raak die stawe aan mekaar en die **oppervlakte** stel die frekwensie van die klas voor.

Waarom die ander verkeerd is: **A** noem die basis van die staaf, nie sy oppervlakte nie. **C** noem 'n posisie op die as, nie 'n hoeveelheid data nie. **D** is wat 'n ogief wys.

Q21 — C. Die gemerkte hoeke is ko-binnehoeke, dus supplementêr: $y = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** hanteer kobinnehoeke as gelyk; hulle is supplementêr. **A** neem eerder die komplement. **D** trek 48 van 186 af.

Q22 — B. $-1 = \frac{a}{2} - 3 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** stop by $\frac{a}{2} = 2$ sonder om terug te vermenigvuldig. **C** het die teken verkeerd. **D** vermenigvuldig twee keer met 2.

Q23 — B. Die kromme voltooi twee volle golwe in 360° , dus neem een golf 180° . (Vir $y = \cos bx$ is die periode $\frac{360^\circ}{b}$.)

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die periode van $\cos x$, onveranderd. **C** deel 360 deur 4 en **D** vermenigvuldig in plaas van deel. Tel die golwe: twee in 'n volle draai beteken elkeen neem die helfte daarvan.

Q24 — D. Gradiënt $= \frac{1-4}{4-(-2)} = -\frac{1}{2}$. Dan $y = 4 - \frac{1}{2}(x+2)$, dus by $x = 0$, $y = 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee die GRADIËNT eerder as die afsnit. **B** neem die eerste punt se y -waarde. **C** volg uit die verkeerde punt terug te vervang.

Q25 — A. Haal 2^n uit: $2^n(4-1) = 96 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$. (Faktorisering klop uitbreiding wanneer 'n gemeenskaplike mag verskyn.)

Waarom die ander verkeerd is: **D** gee $2^n = 32$ eerder as n . **B** en **C** is een mag te min en een te veel. Faktorisering 2^n uit eerder as om uit te brei — die gemene mag is die hele truuk.

Q26 — B. Kosinusreël met 'n stomp hoek — $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, dus **tel** die laaste term **by**: $BC^2 = 49 + 25 - 2(7)(5)\left(-\frac{1}{2}\right) = 74 + 35 = 109$, wat $BC = \sqrt{109}$ gee.

Waarom die ander verkeerd is: **A** neem $\cos 120^\circ$ as $+\frac{1}{2}$; dit is $-\frac{1}{2}$, dus **TEL** die laaste term **BY**. **D** laat die kosinusterm heeltemal val. **C** tel bloot die twee sye bymekaar.

Q27 — C. Saamgestelde waardevermindering vermenigvuldig elke jaar met 0.85: $200\,000 \times 0.85^2 = \text{R}144\,500$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die reguitlynwaarde, R200 000 min twee keer 15 % van die OORSPRONKLIKE prys. **B** en **D** is ronde raaiskote. Saamgestelde waardevermindering neem 15 % van wat oorbly, dus verwyder die tweede jaar minder as die eerste.

Q28 — C. $\log_5 25 = 2$, dus $2 + \log_5 x = 3 \Rightarrow \log_5 x = 1 \Rightarrow x = 5$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** kopieer die argument uit die vraag. **A** los $\log_5 x = 0$ op, en vergeet dat $\log_5 25 = 2$ bydra. **D** volg uit 25 en iets by te tel eerder as om met die logaritmes te werk.

Q29 — A. Vieta: $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-10}{1} = -10$. Geen oplos nodig nie.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die SOM van die wortels, $-\frac{b}{a}$. **C** het die teken van die produk verkeerd. **D** gee die som met die teken ook verkeerd.

Q30 — B. Die modus is die waarde wat die meeste voorkom; 5 kom twee keer voor en elke ander waarde een keer.

Waarom die ander verkeerd is: **D** gee die MEDIAAN, die gemiddeld van die twee middelste waardes. **A** en **C** noem elk 'n waarde wat net een keer voorkom. Die modus is die waarde wat die meeste voorkom, en net 5 kom twee keer voor.

Q31 — C. $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$ en $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{9} = 3$, wat 7 gee.

Waarom die ander verkeerd is: **A** vereenvoudig net die eerste term. **B** is $\sqrt{25} = 5$, wat nie een deel of hulle som is nie. **D** vermenigvuldig die twee resultate in plaas daarvan om hulle by te tel.

Q32 — B. $\sqrt{3k} = 6 \Rightarrow 3k = 36 \Rightarrow k = 12$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** gee $3k = 36$ voor die deling. **A** kopieer die regterkant. **D** volg uit 6 as iets anders as 36 te kwadreer.

Q33 — B. $P(\text{geen reën}) = 0.7$ elke dag, en die dae is onafhanklik: $0.7^2 = 0.49$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** gee die kans dat dit WEL op albei dae reën. **A** gee een nat dag en een droë een. **D** verdubbel 0.3 en trek van 1 af, wat nie is hoe onafhanklike dae kombineer nie.

Q34 — C. Oppervlakte skaal met die **kwadraat** van die lineêre verhouding: $3^2 : 5^2 = 9 : 25$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die LINEÊRE verhouding, ongekwaadreer. **D** is die VOLUME-verhouding, gekubeer. **B** kwadreer net die tweede deel van die verhouding.

Q35 — B. Toets klein waardes: by $x = 0$ gee albei 1, en by $x = 1$ gee albei 2. Daarna hardloop die eksponensiaal die lyn verby, dus is daar presies **2** punte. (Skets klop oplos — hierdie vergelyking het geen algebraïese metode op skoolvlak nie.)

Waarom die ander verkeerd is: **A** vind een snypunt en stop; daar is twee, by $x = 0$ en $x = 1$. **C** neem aan hulle ontmoet nooit nie. **D** sou vereis dat die twee grafieke saamval, maar 'n eksponensiaal verbysteek 'n lyn en hulle skei vir goed.

Q36 – D. Kwadreer albei kante: $2x - 3 = 25 \Rightarrow x = 14$. Kontroleer: $\sqrt{25} = 5 \checkmark$ (toets altyd, want kwadrering kan vals wortels byvoeg).

Waarom die ander verkeerd is: **A** vergeet om na die kwadrering te halveer. **C** los $2x - 3 = 5$ op sonder om enigsins te kwadreer. **B** trek die 3 twee keer af. Vervang altyd terug – kwadrering kan wortels invoer wat die oorspronklike vergelyking nie het nie.

Q37 – A. $T_n = -5 + 4(n - 1) = 4n - 9$. Stel $4n - 9 = 71 \Rightarrow n = 20$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** en **C** stop een en twee terme te vroeg – die 19de term is 67. **D** gaan een te ver, tot 75. Bou eers die algemene term: $T_n = 4n - 9$.

Q38 – D. Refleksie in die y -as stuur $(-4; 3)$ na $(4; 3)$; die twee punte is $4 - (-4) = 8$ eenhede uitmekaar.

Waarom die ander verkeerd is: **B** weerkaats eerder in die x -as, wat die punt 6 eenhede sou skuif. **A** en **C** volg uit 'n diagonaal te meet eerder as die horisontale gaping. Weerkaatsing in die y -as verander net die teken van x .

Q39 – A. $\frac{3(x^2 - 4)}{x + 2} = \frac{3(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = 3x - 6$, dus $k = -6$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die teken van die oorblywende faktor verkeerd. **C** neem die -4 uit $x^2 - 4$ sonder die 3. **D** gee die konstante uit die teller.

Q40 – D. Geordende pare, geen herhaling nie: $4 \times 3 = 12$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel ONGEORDENDE pare, waar AB en BA dieselfde is; die vraag vra vir geordende pare. **A** tel die letters. **C** volg uit geen konsekwente telling nie.

Q41 – D. $30 + 25 - 10 = 45$ hou van ten minste een, dus hou $50 - 45 = 5$ van nie een van die twee nie.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die getal wat MINSTENS EEN hou, nie die getal wat nie een hou nie. **C** gee die oorvleueling. **A** trek die oorvleueling twee keer af in plaas van een keer.

Q42 – C. $\sin 60^\circ = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ m}$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** vergeet dat $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ is, nie $\sqrt{3}$ nie. **B** gee die afstand vanaf die muur, $10 \cos 60^\circ$. **D** gebruik 45° .

Q43 – A. Ongedefinieer waar die noemer nul is: $x^2 + x = x(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = -1$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** los die TELLER op, wat sê waar die uitdrukking nul is, nie waar dit ongedefinieer is nie. **C** hou een wortel van die noemer en laat die ander val. **D** meng een wortel uit elk.

Q44 – A. Gelyke wortels beteken die diskriminant is nul: $9 - 4k = 0 \Rightarrow k = \frac{9}{4}$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** gee $b^2 = 9$ en **D** gee b self. **B** het die breuk onderstebo. Stel die diskriminant gelyk aan nul en los vir k op: $9 - 4k = 0$.

Q45 – C. Stygend beteken die uitset styg saam met die inset: as $x_1 < x_2$ dan $f(x_1) < f(x_2)$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** beskryf 'n DALENDE funksie. **A** beskryf 'n konstante een. **D** laat $f(x_1) = f(x_2)$ toe, dus kan die funksie plat bly – dit is nie streng stygend nie.

Q46 – A. $45 = \frac{15}{1-r} \Rightarrow 1-r = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee $1-r$ eerder as r . **C** deel die som deur die eerste term, wat nie die verhouding is nie. **D** sou 'n som van 30 gee, nie 45 nie.

Q47 – A. $-4 \leq 2x < 6 \Rightarrow -2 \leq x < 3$. Die heelgetalle is $-2, -1, 0, 1, 2$ – vyf daarvan. (3 word deur die streng ongelykheid uitgesluit.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel 3 ook, maar die regterkantse ongelykheid is streng. **C** laat een eindpunt val. **D** tel die waardes van $2x$ eerder as van x .

Q48 – C. Die loodlyn vanaf O halveer die koord, dus is die halwe koord 9: afstand $= \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$ cm.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die halwe koord, 9, eerder as die afstand vanaf die middelpunt. **A** trek die lengtes af. **D** tel die kwadrate by in plaas daarvan om af te trek. Die halwe koord, die afstand en die radius vorm 'n reghoekige driehoek met die radius as skuinssy.

Q49 – A. $T_3 = S_3 - S_2 = (36 + 6) - (16 + 4) = 42 - 20 = 22$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee S_3 , die SOM van die eerste drie terme, nie die derde term nie. **C** gee die eerste term. **D** volg uit die twee somme verkeerd af te trek. 'n Term is die verskil van twee opeenvolgende somme.

Q50 – D. $P(\text{harte}) + P(\text{heer}) - P(\text{albei}) = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$. Die hartensheer moet nie twee keer getel word nie.

Waarom die ander verkeerd is: **B** vergeet dat die harteboer aan ALBEI groepe behoort en tel dit twee keer. **C** gee net die harte en **A** net die boere.

Q51 – B. Standaardafwyking meet spreiding, dus beteken nul spreiding dat elke waarde identies is.

Waarom die ander verkeerd is: **A** verwar die gemiddeld met die verspreiding: 'n versameling sewes het gemiddeld 7 en afwyking 0. **C** beskryf 'n leë versameling, wat glad nie 'n afwyking het nie eerder as 'n nulafwyking. **D** beskryf 'n GROOT afwyking, nie 'n nulafwyking nie.

Q52 – A. $\log_2(2x) = \log_2 2 + \log_2 x = 1 + 5 = 6.$

Waarom die ander verkeerd is: **D** tel 2 by in plaas van $\log_2 2$, wat 1 is. **B** vermenigvuldig die logaritme met 2 en **C** kwadreer dit. Om die ARGUMENT te verdubbel tel 1 by 'n grondtal-2-logaritme; dit verdubbel nie die logaritme nie.

Q53 – B. Enkelvoudige rente: $5\,000 \times 0.12 \times 2.5 = \text{R}1\,500$. Totale terugbetaling = $5\,000 + 1\,500 = \text{R}6\,500$.

Waarom die ander verkeerd is: **D** pas een jaar se rente toe in plaas van twee en 'n half. **A** en **C** volg uit 'n koers of tydperk anders as die gegewes. Enkelvoudige rente is $P \times i \times n$, met $n = 2.5$.

Q54 – B. Ruil x en y om: $x = 3^y$, wat in logaritmiese vorm $y = \log_3 x$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** weerkaats in die y -as eerder as in die lyn $y = x$. **C** ruil die grondtal en die eksponent om. **D** is die inverse van die KUBUS, nie van 3^x nie.

Q55 – C. $\cos 0^\circ = 1$, $\sin 0^\circ = 0$, $\tan 0^\circ = 0$, dus is die som 1.

Waarom die ander verkeerd is: **B** neem $\cos 0^\circ$ as 0; dit is 1. **A** tel twee van die drie as 1 en **D** tel al drie. Net die kosinus is 1 by 0° — die sinus en die tangens is albei 0.

Q56 – D. $y = |x - 2| - 3$ is 'n V met sy hoekpunt waar die hakie nul is: $x = 2$, wat $y = -3$ gee. Laagste punt $(2; -3)$.

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die teken van die x -koördinaat verkeerd: $|x - 2|$ is die kleinste by $x = +2$. **C** het die teken van die y -koördinaat verkeerd. **A** ruil die twee koördinate om.

Q57 – D. Die IKO is die breedte van die boks: $Q_3 - Q_1 = 34 - 20 = 14$. (Die snorre gee die omvang, 33 — 'n algemene verwarring.)

Waarom die ander verkeerd is: **B** is die OMVANG, van snor tot snor — die algemeenste verwarring hier. **A** gee net Q_1 . **C** volg uit die boks se rande verkeerd te lees. Die IKO is die breedte van die BOKS.

Q58 – A. Skryf albei kante in grondtal $\frac{3}{2}$: $\left(\frac{3}{2}\right)^{3m} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow 3m = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$.

Waarom die ander verkeerd is: **C** gee die eksponent aan die regterkant, 2, eerder as m . **B** het die breuk onderstebo. **D** volg uit 'n grondtal anders as $\frac{3}{2}$. Skryf albei kante eers met dieselfde grondtal.

Q59 – B. $2 \cdot 3^x = 54 \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow x = 3$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee $3^x = 27$ eerder as x . **C** sou $3^2 = 9$ gee, nie 27 nie. **D** volg uit 54 deur iets anders as 2 te deel. Deel eers deur die koëffisiënt en los dan die mag op.

Q60 — C. Die raaklyn is loodreg op die radius, dus $PQ = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ cm (die 8-15-17-drietal).

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel die twee lengtes by en **B** trek hulle af. **D** tel die kwadrate by in plaas daarvan om af te trek. OQ is die skuinssy: die raaklyn ontmoet die radius teen 'n regte hoek, dus is $PQ^2 = OQ^2 - OP^2$.

Hoofstuk 10 — Differentiaalrekenen

Rekenen is die wiskunde van verandering. Waar algebra statiese verwantskappe beskryf, beskryf rekenen hoe dinge beweeg, groei en optimaliseer. Op die NBT toets rekenevrae of jy die *betekenis* van 'n afgeleide verstaan — nie net hoe om die magreël meganies toe te pas nie. 'n Student wat verstaan dat die afgeleide die gradiënt van 'n kromme by enige punt meet, sal beter presteer as 'n student wat net reëls memoriseer het.

Onderwerpe gedek: limiete · eerste beginsels · magreël · som- en verskilreëls · vereenvoudig voor differensiasie · gradiënt van 'n raaklyn · vergelyking van 'n raaklyn · vergelyking van 'n normaal · stasionêre punte · aard van draaipunte · tweede afgeleide · buigpunt · derdegraadse funksies en grafieke · stygende en dalende intervale · optimalisering

Afdeling 10.1 — Limiete en Eerste Beginsels

Die afgeleide word as 'n limiet gedefinieer. Die gradiënt van 'n reguit lyn is $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Vir 'n kromme verander die gradiënt by elke punt. Om dit by 'n spesifieke punt te vind, laat ons die gaping h tussen twee punte op die kromme krimp totdat dit nul nader:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Dit is die **definisie vanuit eerste beginsels**. Alles anders in differensiasie volg uit hierdie een idee.

Q1 — Basies

Onderwerp: Om die definisie vanuit eerste beginsels te lees

Watter uitdrukking stel die afgeleide van $f(x)$ vanuit eerste beginsels voor?

- A) $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
- B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
- C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x)}{h}$
- D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+h)}{x}$

Q2 — Basies

Onderwerp: Toepassing van eerste beginsels op $f(x) = x^2$

Gebruik eerste beginsels om $f'(x)$ te vind as $f(x) = x^2$.

- A) x
 - B) $2x$
 - C) $2x + h$
 - D) x^2
-

Q3 — Intermediêr

Onderwerp: Eerste beginsels met 'n lineêr-kwadratiese funksie

Gebruik eerste beginsels om $f'(x)$ te vind as $f(x) = 3x^2 - 2x$.

- A) $6x$
 - B) $3x - 2$
 - C) $6x + 2$
 - D) $6x - 2$
-

Q4 — Intermediêr

Onderwerp: Om die vorm van eerste beginsels te herken

Die uitdrukking $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$ is gelyk aan:

- A) x^2
 - B) $2x^2$
 - C) $3x^2$
 - D) $3x^3$
-

Afdeling 10.2 — Reëls van Differensiasie

Eerste beginsels werk vir enige funksie maar is stadig. Die **reëls van differensiasie** gee dieselfde resultaat in sekondes.

Reël	Formule
Magreël	$\frac{d}{dx}[x^n] = nx^{n-1}$
Konstante	$\frac{d}{dx}[c] = 0$
Konstante veelvoud	$\frac{d}{dx}[cf(x)] = c \cdot f'(x)$
Som/verskil	$\frac{d}{dx}[f \pm g] = f' \pm g'$

Let op: Vereenvoudig altyd die uitdrukking voordat jy differensieer. Breuke, hakies en wortels moet eers in ax^n -vorm herskryf word.

Q5 — Basies

Onderwerp: Magreël

As $f(x) = x^5$, dan $f'(x) =$

- A) $5x^4$
- B) x^4
- C) $5x^6$
- D) $4x^5$

Q6 — Basies

Onderwerp: Differensiasie van 'n polinoom

As $g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7x - 5$, dan $g'(x) =$

- A) $12x^2 - 6x + 7$
- B) $12x^2 - 6x$
- C) $12x^3 - 6x^2 + 7$
- D) $4x^2 - 3x + 7$

Q7 — Intermediêr**Onderwerp:** Vereenvoudig voor differensiasie — breukVind $f'(x)$ as $f(x) = \frac{3x^3 - 6x}{3x}$.

- A) $x^2 - 2$
 - B) $x - 1$
 - C) $2x - 1$
 - D) $2x$
-

Q8 — Intermediêr**Onderwerp:** Negatiewe eksponenteVind $f'(x)$ as $f(x) = \frac{4}{x^3}$.

- A) $\frac{-12}{x^4}$
 - B) $\frac{12}{x^4}$
 - C) $\frac{-4}{x^2}$
 - D) $\frac{-12}{x^2}$
-

Q9 — Intermediêr**Onderwerp:** Rasionale eksponente (wortels)As $f(x) = \sqrt{x}$, dan $f'(x) =$

- A) $\frac{1}{\sqrt{x}}$
 - B) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
 - C) $2\sqrt{x}$
 - D) $\frac{-1}{2\sqrt{x}}$
-

Q10 — Gevorderd**Onderwerp:** Brei uit voor differensiasieVind $h'(x)$ as $h(x) = (2x - 1)^2$.

A) $2(2x - 1)$

B) $8x$

C) $2(2x - 1)^2$

D) $8x - 4$

Afdeling 10.3 — Raaklyne en Normale

Die afgeleide $f'(a)$ gee die **gradiënt van die raaklyn** aan die kromme $y = f(x)$ by $x = a$. Die **normaal** by daardie punt is loodreg op die raaklyn, dus is sy gradiënt $-\frac{1}{f'(a)}$.

Q11 — Basies**Onderwerp:** Gradiënt van die raaklyn by 'n puntVind die gradiënt van die raaklyn aan $f(x) = x^2 - 4x + 3$ by $x = 3$.

A) 0

B) 2

C) 6

D) -2

Q12 — Basies**Onderwerp:** Om die vergelyking van 'n raaklyn te vindVind die vergelyking van die raaklyn aan $y = x^3$ by die punt waar $x = 1$.

A) $y = x + 1$

B) $y = x - 2$

C) $y = 3x + 1$

D) $y = 3x - 2$

Q13 — Intermediêr

Onderwerp: Om x te vind waar die gradiënt 'n gegewe waarde is

By watter x -waarde het $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ 'n gradiënt van 9?

- A) $x = 0$ of $x = 4$
 - B) $x = 1$ of $x = 3$
 - C) slegs $x = 0$
 - D) slegs $x = 4$
-

Q14 — Intermediêr

Onderwerp: Vergelyking van die normaal

Die raaklyn aan $y = x^2 + 1$ by $x = 2$ het gradiënt 4. Wat is die gradiënt van die normaal by hierdie punt?

- A) 4
 - B) -4
 - C) $\frac{1}{4}$
 - D) $-\frac{1}{4}$
-

Afdeling 10.4 — Stasionêre Punte en Hulle Aard

'n **Stasionêre punt** kom voor waar $f'(x) = 0$ — die raaklyn is horisontaal. Daar is drie tipes:

- **Lokale maksimum:** die gradiënt verander van $+$ na $-$; $f''(x) < 0$
 - **Lokale minimum:** die gradiënt verander van $-$ na $+$; $f''(x) > 0$
 - **Buigpunt:** die gradiënt verander nie van teken nie; $f''(x) = 0$
-

Q15 — Basies**Onderwerp:** Om stasionêre punte te vindVind die x -waardes van die stasionêre punte van $f(x) = x^3 - 3x$.

- A) slegs $x = 0$
 - B) $x = 1$ en $x = -1$
 - C) $x = 3$ en $x = -3$
 - D) slegs $x = 1$
-

Q16 — Basies**Onderwerp:** Aard met behulp van die tweede afgeleideKlassifiseer die stasionêre punt van $f(x) = x^3 - 3x$ by $x = 1$.

- A) Lokale maksimum
 - B) Lokale minimum
 - C) Buigpunt
 - D) Kan nie bepaal word nie
-

Q17 — Intermediêr**Onderwerp:** Koördinate van draaipunteVind die koördinate van die lokale maksimum van $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

- A) (1, 1)
 - B) (2, 0)
 - C) (1, 0)
 - D) (2, 1)
-

Q18 — Intermediêr**Onderwerp:** Buigpunt

By watter x -waarde het $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ sy buigpunt?

- A) $x = 1$
 - B) $x = 2$
 - C) $x = 3$
 - D) $x = 0$
-

Q19 — Gevorderd**Onderwerp:** Om inligting oor draaipunte te gebruik

'n Derdegraadse funksie $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ het 'n lokale maksimum by $x = -1$ en 'n lokale minimum by $x = 3$. Wat is die x -koördinaat van sy buigpunt?

- A) $x = 0$
 - B) $x = -2$
 - C) $x = 2$
 - D) $x = 1$
-

Afdeling 10.5 — Derdegraadse Funksies en Grafieke

'n Derdegraadse funksie het die vorm $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

- As $a > 0$: val na links, styg na regs
 - As $a < 0$: styg na links, val na regs
 - Het **hoogstens** twee draaipunte
 - Het **presies** een buigpunt
 - $f'(x) > 0$: die funksie is **stygend**; $f'(x) < 0$: die funksie is **dalend**
-

Q20 — Basies

Onderwerp: Om 'n derdegraadse grafiek te lees — draaipunte

'n Derdegraadse grafiek het 'n lokale maksimum by $(-1, 4)$ en 'n lokale minimum by $(2, -3)$. Op watter interval is die funksie **dalend**?

- A) $x < -1$
 - B) $-1 < x < 2$
 - C) $x > 2$
 - D) $x < 2$
-

Q21 — Intermediêr

Onderwerp: Om f , f' en f'' te verbind

Die grafiek van $f'(x)$ het wortels by $x = 1$ en $x = 5$, en maak opwaarts oop (parabool). Watter stelling oor $f(x)$ is korrek?

- A) f het 'n maksimum by $x = 1$ en geen draaipunt by $x = 5$ nie
 - B) f het 'n minimum by $x = 1$ en 'n maksimum by $x = 5$
 - C) f het 'n minimum by $x = 1$ en 'n minimum by $x = 5$
 - D) f het 'n maksimum by $x = 1$ en 'n minimum by $x = 5$
-

Q22 — Intermediêr

Onderwerp: Om 'n derdegraadse vergelyking uit sy grafiek te bepaal

'n Derdegraadse grafiek sny die x-as by $x = -2$, $x = 1$ en $x = 3$, en gaan deur $(0, -6)$. Wat is die vergelyking van die derdegraadse funksie?

- A) $y = (x + 2)(x - 1)(x - 3)$
 - B) $y = -(x + 2)(x - 1)(x - 3)$
 - C) $y = -x(x + 2)(x - 1)(x - 3)$
 - D) $y = 2(x + 2)(x - 1)(x - 3)$
-

Q23 — Gevorderd**Onderwerp:** Intervalle waar $f(x) > 0$

Die derdegraadse funksie $f(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 4)$ het 'n positiewe leidende koëffisiënt. Vir watter waardes van x is $f(x) > 0$?

- A) $x < -1$ of $x > 4$
 - B) $-1 < x < 2$ of $x > 4$
 - C) $x < -1$ of $2 < x < 4$
 - D) $-1 < x < 2$ of $2 < x < 4$
-

Afdeling 10.6 — Optimalisering

Optimalisering gebruik rekene om die **maksimum of minimum waarde** van 'n grootheid te vind. Die metode:

1. Skryf 'n uitdrukking vir die grootheid wat geoptimaliseer moet word (oppervlakte, volume, wins, ens.)
 2. Druk dit in terme van een veranderlike uit met behulp van enige beperking wat gegee word
 3. Differensieer en stel $f'(x) = 0$
 4. Verifieer met $f''(x)$ (of met die konteks)
 5. Beantwoord die vraag — dit vereis dikwels dat jy die werklike maks-/minwaarde vind, nie net x nie
-

Q24 — Basies**Onderwerp:** Om die maksimum van 'n kwadratiese funksie te vind

Die wins (in rand) uit die verkoop van x eenhede is $P(x) = -2x^2 + 40x - 50$. Hoeveel eenhede maksimeer die wins?

- A) $x = 10$
 - B) $x = 20$
 - C) $x = 40$
 - D) $x = 5$
-

Q25 — Intermediêr**Onderwerp:** Optimalisering met 'n beperking — heiningprobleem

'n Boer het 120 m heiningdraad om 'n reghoekige land te omhein. Een kant gebruik 'n rivier (geen heining nodig nie). Vind die lengte van die kant **ewewydig** aan die rivier wat die oppervlakte maksimeer.

- A) 30 m
 - B) 40 m
 - C) 60 m
 - D) 80 m
-

Q26 — Intermediêr**Onderwerp:** Optimalisering van 'n boks

'n Oop boks word uit 'n vierkant karton van $12\text{ cm} \times 12\text{ cm}$ gemaak deur gelyke vierkante met sy x uit elke hoek te sny en die kante op te vou. Vind die waarde van x wat die volume maksimeer.

- A) $x = 1$
 - B) $x = 2$
 - C) $x = 3$
 - D) $x = 4$
-

Q27 — Gevorderd**Onderwerp:** Optimalisering — interpretasie van tempo van verandering

'n Deeltjie beweeg langs 'n reguit lyn. Sy verplasing (in meter) ná t sekondes is $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$. Op watter tydstip is die deeltjie oomblikliks in rus?

- A) $t = 1$ en $t = 3$
- B) $t = 0$ en $t = 2$
- C) slegs $t = 2$
- D) slegs $t = 3$

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 10.1 — Limiete en Eerste Beginsels

Q1 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Roep die definisie op.

Die afgeleide meet die oombliklike tempo van verandering. Ons vind dit deur die gradiënt van 'n koord tussen x en $x + h$ te bereken, en dan h tot nul te laat krimp:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

- A) $h \rightarrow \infty$ gee die gradiënt van 'n koord wat oneindig ver strek — dit is nie 'n raaklyn nie.
- C) Die teller gebruik optelling in plaas van aftrekking — dit is nie die verskil in funksiewaardes nie.
- D) Die noemer is x in plaas van h — die gradiënt van die koord moet deur die horisontale gaping h gedeel word, nie deur x nie.

Onthou: Die twee sleutelkenmerke van die definisie is: aftrekking in die teller ($f(x+h) - f(x)$) en die limiet soos $h \rightarrow 0$ in die noemer h .

Q2 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Skryf die definisie neer.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Stap 2 — Vervang $f(x) = x^2$.

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

Stap 3 — Brei die teller uit.

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

Stap 4 — Kanselleer h uit (geldig aangesien $h \neq 0$ gedurende die limietproses).

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h)$$

Stap 5 — Pas die limiet toe.

$$= 2x$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) x — die koëffisiënt 2 ontbreek; die magreël gee $2x$, nie x nie.

C) $2x + h$ — dit is die uitdrukking voordat die limiet toegepas is. Sodra $h \rightarrow 0$, verdwyn die h -term.

D) x^2 — dit is die oorspronklike funksie, nie sy afgeleide nie.

Onthou: Die sleutelstap is om $(x + h)^2$ volledig uit te brei, en dan h uit te kanselleer voordat jy die limiet neem.

Q3 — Intermediêr — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Pas die definisie toe.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x + h)^2 - 2(x + h)] - [3x^2 - 2x]}{h}$$

Stap 2 — Brei uit.

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 2x - 2h - 3x^2 + 2x}{h}$$

Stap 3 — Vereenvoudig (al die konstante terme kanselleer uit).

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2 - 2h}{h}$$

Stap 4 — Kanselleer h uit.

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h - 2) = 6x - 2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $3x - 2$ — die koëffisiënt is gehalveer; $\frac{d}{dx}[3x^2] = 6x$, nie $3x$ nie.

C) $6x + 2$ — tekenfout op die afgeleide van $-2x$; $\frac{d}{dx}[-2x] = -2$.

A) $6x$ — het vergeet om die $-2x$ -term te differensieer.

Onthou: Brei volledig uit en versamel terme in h voordat jy uitkanselleer. Elke term in die oorspronklike funksie dra tot die afgeleide by.

Q4 — Intermediêr — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Herken die struktuur.**

Dit is die definisie vanuit eerste beginsels met $f(x) = x^3$. Dus is die uitdrukking gelyk aan $f'(x)$.

Stap 2 — Differensieer $f(x) = x^3$ met die magreël (of verifieer deur uitbreiding).

$$f'(x) = 3x^2$$

Verifikasie deur uitbreiding:

$$\frac{(x+h)^3 - x^3}{h} = \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2 \xrightarrow{h \rightarrow 0} 3x^2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) x^2 — die koëffisiënt 3 ontbreek.

B) $2x^2$ — dit is die afgeleide van x^2 maal 'n ekstra faktor; dit geld nie hier nie.

D) $3x^3$ — die afgeleide verminder die mag met een; x^3 differensieer tot x^2 , nie x^3 nie.

Onthou: Wanneer jy $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ sien, identifiseer $f(x)$ en differensieer dit direk.

Afdeling 10.2 — Reëls van Differensiasie**Q5 — Basies — Antwoord: A****Verduideliking**

Pas die magreël toe: vermenigvuldig met die eksponent, verminder die eksponent met 1.

$$f'(x) = 5x^{5-1} = 5x^4$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) Die koëffisiënt 5 ontbreek — jy moet die mag as 'n vermenigvuldiger afbring.

C) Die eksponent neem toe — differensiasie verminder die mag met 1, dit vermeerder dit nie.

D) Die eksponent bly dieselfde — $5 - 1 = 4$, nie 5 nie.

Onthou: Magreël: bring die eksponent af as 'n koëffisiënt, en trek dan 1 van die eksponent af.

Q6 — Basies — Antwoord: A**Verduideliking**

Differensieer term vir term:

$$\frac{d}{dx}[4x^3] = 12x^2 \quad \frac{d}{dx}[-3x^2] = -6x \quad \frac{d}{dx}[7x] = 7 \quad \frac{d}{dx}[-5] = 0$$

$$g'(x) = 12x^2 - 6x + 7$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) Het die $+7$ laat val — die afgeleide van $7x$ is 7 , nie 0 nie.

C) Het die oorspronklike eksponente behou — elke mag verminder met 1 ná differensiasie.

D) Het nie met die eksponent vermenigvuldig nie — het vergeet om die koëffisiënt uit die magreël toe te pas.

Onthou: Differensieer elke term. Konstantes verdwyn; lineêre terme word konstantes.

Q7 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Stap 1 — Vereenvoudig deur elke term in die teller deur $3x$ te deel.

$$f(x) = \frac{3x^3 - 6x}{3x} = \frac{3x^3}{3x} - \frac{6x}{3x} = x^2 - 2$$

Stap 2 — Differensieer.

$$f'(x) = 2x$$

Onthou: Vereenvoudig altyd 'n breuk voordat jy differensieer. Om elke term van die teller deur die noemer te deel skakel dit om na standaard polinoomvorm.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $x - 1$ — verkeerde vereenvoudiging.

C) $2x - 1$ — het 'n spookkonstante in die afgeleide ingebring.

A) $x^2 - 2$ — het vergeet om ná vereenvoudiging te differensieer. Dit IS die vereenvoudigde funksie; die vraag vra vir die afgeleide daarvan.

Q8 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking**

Stap 1 — Herskryf met 'n negatiewe eksponent.

$$f(x) = 4x^{-3}$$

Stap 2 — Pas die magreël toe.

$$f'(x) = 4 \cdot (-3)x^{-3-1} = -12x^{-4} = \frac{-12}{x^4}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) Tekenfout — die eksponent -3 maak die afgeleide negatief.

C) $-4/x^2$ — die mag is met te min verminder; $-3 - 1 = -4$, nie -2 nie.

D) $-12/x^2$ — korrekte koëffisiënt maar verkeerde eksponent; x^{-4} beteken $1/x^4$, nie $1/x^2$ nie.

Onthou: Herskryf $\frac{a}{x^n}$ as ax^{-n} , en pas dan die magreël toe. Die afgeleide van x^{-n} is $-nx^{-n-1}$.

Q9 — Intermediêr — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Herskryf met eksponentnotasie.**

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

Stap 2 — Pas die magreël toe.

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $1/\sqrt{x}$ — die faktor $\frac{1}{2}$ ontbreek.

C) $2\sqrt{x}$ — dit sou die resultaat wees van die integrasie van $\sqrt{x}$, nie van differensiasie nie.

D) $-1/(2\sqrt{x})$ — tekenfout; die eksponent $\frac{1}{2}$ is positief, dus is die afgeleide positief.

Onthou: Herskryf $\sqrt[n]{x^m}$ as $x^{m/n}$ voordat jy differensieer.

Q10 — Gevorderd — Antwoord: D**Verduideliking**

Stap 1 — Brei eers die hakie uit (moenie die kettingreël gebruik nie — brei liever uit vir NBT-vlak).

$$h(x) = (2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

Stap 2 — Differensieer term vir term.

$$h'(x) = 8x - 4$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $2(2x - 1) = 4x - 2$ — het die koëffisiënt 2 in plaas van 4 uit $(2x)^2 = 4x^2$ gebruik.

B) $8x$ — het vergeet om die konstante $+1$ te differensieer; die afgeleide van $-4x$ is -4 , wat $8x - 4$ gee, nie $8x$ nie.

C) $4x - 2$ — het $4x^2 - 4x$ verkeerd gedifferensieer; $\frac{d}{dx}[4x^2] = 8x$, nie $4x$ nie.

Onthou: Brei altyd hakies uit voordat jy polinoomuitdrukkings differensieer.

Afdeling 10.3 — Raaklyne en Normale**Q11 — Basies — Antwoord: B****Verduideliking****Stap 1 — Differensieer.**

$$f'(x) = 2x - 4$$

Stap 2 — Vervang $x = 3$.

$$f'(3) = 2(3) - 4 = 2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) **o** — dit is $f'(2) = 2(2) - 4 = 0$; die verkeerde x -waarde is vervang.

C) **6** — kom van die berekening $2(3) = 6$ maar met die 4 in $f'(x) = 2x - 4$ wat vergeet is om af te trek.

D) **-2** — het vergeet om 4 korrek by te tel; tekenfout.

Onthou: Die gradiënt van die raaklyn by $x = a$ is $f'(a)$. Differensieer eers, vervang dan.

Q12 — Basies — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Vind die raakpunt.**

$$y(1) = 1^3 = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{punt: } (1, 1)$$

Stap 2 – Vind die gradiënt.

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \Rightarrow \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} = 3$$

Stap 3 – Gebruik die punt-gradiënt-vorm.

$$y - 1 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) Gradiënt van 1 – het $f(1)$ as die gradiënt gebruik in plaas van $f'(1)$.

C) $y = 3x + 1$ – het $y = mx + c$ direk met $c = f(1) = 1$ gebruik; het vergeet om met die punt af te trek.

B) Gradiënt van 1 – dieselfde fout as A met 'n ander afsnit.

Onthou: Drie stappe elke keer: vind die punt, vind die gradiënt uit $f'(a)$, skryf $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Q13 — Intermediêr — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 – Differensieer.**

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

Stap 2 – Stel gelyk aan 9.

$$3x^2 - 12x + 9 = 9$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x - 4) = 0$$

Stap 3 – Los op.

$$x = 0 \quad \text{or} \quad x = 4$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $x = 1$ of $x = 3$ – dit is die stasionêre punte waar $f'(x) = 0$, nie waar $f'(x) = 9$ nie.

C) en **D)** gee elk slegs een oplossing – faktorisering gee twee, en albei moet ingesluit word.

Onthou: Stel $f'(x)$ gelyk aan die vereiste gradiëntwaarde. Moenie dit gelyk aan nul stel nie, tensy jy stasionêre punte soek.

Q14 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking****Stap 1 — Roep die verband tussen die gradiënte van die raaklyn en die normaal op.**

As die raaklyn se gradiënt m_t is, is die normaal se gradiënt:

$$m_n = -\frac{1}{m_t}$$

Stap 2 — Vervang.

$$m_n = -\frac{1}{4}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) Dieselfde as die raaklyn — ewewydige lyne, nie loodreg nie.

B) -4 — die negatief van die raaklyn; loodreg vereis die resiprook **én** die negatief.

C) $\frac{1}{4}$ — die resiprook maar die negatiewe teken is vergeet.

Onthou: Raaklyngradiënt $m \rightarrow$ normaalgradiënt $-1/m$. Beide die tekenomkeer en die resiprook is nodig.

Afdeling 10.4 — Stasionêre Punte en Hulle Aard**Q15 — Basies — Antwoord: B****Verduideliking****Stap 1 — Differensieer.**

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

Stap 2 — Stel $f'(x) = 0$.

$$3x^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 1$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $x = 0$ — dit is die buigpunt van $f(x) = x^3$, nie van hierdie funksie nie.

C) $x = \pm 3$ — het vergeet om deur 3 te deel voordat daar opgelos is.

D) Slegs $x = 1$ — het die negatiewe wortel gemis; $x^2 = 1$ het twee oplossings.

Onthou: Stasionêre punte vereis $f'(x) = 0$. Los die resulterende vergelyking volledig op — moenie negatiewe wortels mis nie.

Q16 — Basies — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Vind $f''(x)$.

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f''(x) = 6x$$

Stap 2 — Vervang $x = 1$.

$$f''(1) = 6(1) = 6 > 0$$

Stap 3 — Interpreteer. Aangesien $f''(1) > 0$, is die kromme konkaaf op by $x = 1$ — dit is 'n **lokale minimum**.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 'n Maksimum vereis $f'' < 0$ (konkaaf af).

C) 'n Buigpunt vereis $f'' = 0$ en 'n tekenverandering — $f''(1) = 6 \neq 0$.

D) Die tweede-afgeleide-toets gee hier 'n duidelike antwoord.

Onthou: $f'' > 0 \rightarrow$ minimum (komvorm). $f'' < 0 \rightarrow$ maksimum (dopvorm). $f'' = 0 \rightarrow$ die toets is onbeslis; gebruik die teken van f' .

Q17 — Intermediêr — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Differensieer en vind die stasionêre punte.

$$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 2) = 6(x - 1)(x - 2)$$

$$x = 1 \quad \text{or} \quad x = 2$$

Stap 2 — Vind $f''(x)$ om te klassifiseer.

$$f''(x) = 12x - 18$$

$$f''(1) = -6 < 0 \Rightarrow \text{lokale maksimum by } x = 1$$

$$f''(2) = 6 > 0 \Rightarrow \text{lokale minimum by } x = 2$$

Stap 3 — Vind die y -koördinaat van die maksimum.

$$f(1) = 2 - 9 + 12 - 4 = 1$$

Lokale maksimum: (1, 1)

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) (2, 0) — dit is die lokale minimum, nie die maksimum nie.

C) (1, 0) — korrekte x maar verkeerde y ; $f(1) = 1$, nie 0 nie.

D) (2, 1) — het die koördinate van die twee draaipunte omgeruil.

Onthou: Vind albei stasionêre punte, gebruik f'' om te klassifiseer, en vervang dan die korrekte x om die y -koördinaat te vind.

Q18 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Differensieer twee keer.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow f''(x) = 6x - 12$$

Stap 2 — Stel $f''(x) = 0$.

$$6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Stap 3 — Bevestig die tekenverandering (nie op NBT-vlak vereis nie, maar die moeite werd om te weet).

$f''(1) = -6 < 0$ en $f''(3) = 6 > 0$ — die teken verander, wat die buigpunt bevestig.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $x = 1$ — dit is 'n stasionêre punt ($f'(1) = 0$), nie die buigpunt nie.

C) $x = 3$ — ook 'n stasionêre punt.

D) $x = 0$ — vir hierdie funksie nóg 'n stasionêre punt nóg die buigpunt.

Onthou: Buigpunt: stel $f''(x) = 0$. Let op: vir 'n derdegraadse funksie is die buigpunt altyd die middelpunt (in x) van die twee draaipunte.

Q19 — Gevorderd — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Gebruik die sleuteleienskap van derdegraadse funksies.

Die buigpunt van 'n derdegraadse funksie lê altyd by die gemiddelde (middelpunt) van die x -koördinate van die twee draaipunte.

Stap 2 — Bereken.

$$x_{\text{buigpunt}} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $x = 0$ — die gemiddelde van -1 en 1 , maar 1 is nie die minimum nie; die minimum is by $x = 3$.

C) $x = 2$ — die gemiddelde van 1 en 3 ; die verkeerde paar is gebruik.

B) $x = -2$ — nie die middelpunt van enige betekenisvolle paar nie.

Onthou: Vir 'n derdegraadse funksie f is die x -koördinaat van die buigpunt $= \frac{x_{\text{max}} + x_{\text{min}}}{2}$.

Afdeling 10.5 — Derdegraadse Funksies en Grafieke**Q20 — Basies — Antwoord: B****Verduideliking**

'n Derdegraadse funksie met 'n positiewe leidende koëffisiënt styg, bereik 'n **lokale maksimum**, **daal** tot by die lokale minimum, en styg dan weer.

Die funksie daal tussen die lokale maksimum en die lokale minimum:

$$-1 < x < 2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $x < -1$ — die funksie is hier stygend (voor die maksimum).

C) $x > 2$ — die funksie is hier stygend (ná die minimum).

D) $x < 2$ — te wyd; die funksie is stygend vir $x < -1$ en slegs dalend vir $-1 < x < 2$.

Onthou: Tussen die maksimum en die minimum van 'n derdegraadse funksie is die funksie dalend. Buite hierdie interval is dit stygend.

Q21 — Intermediêr — Antwoord: D**Verduideliking**

Lees die teken van f' . Dit is 'n opwaartse parabool met wortels by 1 en 5 , dus is dit **negatief** **tussen** hulle en **positief** **buite** hulle.

Vertaal na f :

- By $x = 1$ gaan f' $+$ $\rightarrow$ $-$ $\rightarrow$ **lokale maksimum**
- By $x = 5$ gaan f' $-$ $\rightarrow$ $+$ $\rightarrow$ **lokale minimum**

Waarom die ander verkeerd is:

- **B** is omgekeerd — 'n opwaartse parabool is negatief *tussen* sy wortels, dus **daal** f daar.
- **C** beweer twee minima. 'n Opwaartse f' verander van teken $+$ $\rightarrow$ $-$ $\rightarrow$ $+$, wat een van elk gee.
- **A** ontken 'n draaipunt by $x = 5$, maar $f'(5) = 0$ **en** die teken verander daar.

Onthou: f' wat $+$ $\rightarrow$ $-$ gaan beteken 'n maksimum; $-$ $\rightarrow$ $+$ beteken 'n minimum. Skets eers die teken van f' , en lees f dan daarvan af.

Q22 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Skryf die algemene vorm met die wortels.

$$y = k(x + 2)(x - 1)(x - 3)$$

Stap 2 — Gebruik die punt $(0, -6)$ om k te vind.

$$-6 = k(0 + 2)(0 - 1)(0 - 3) = k(2)(-1)(-3) = 6k \quad \Rightarrow \quad k = -1$$

Stap 3 — Skryf die vergelyking.

$$y = -(x + 2)(x - 1)(x - 3)$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

- A)** $k = 1$ gee $y = +6$ by $x = 0$, nie -6 nie.
- C)** Het 'n ekstra faktor x — dit sou graad 4 wees, nie derdegraads nie.
- D)** $k = 2$ gee $y = 12$ by $x = 0$, nie -6 nie.

Onthou: Gebruik die bekende wortels om $y = k(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)$ te skryf, en vervang dan 'n bekende punt om k te vind.

Q23 — Gevorderd — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Identifiseer die wortels: $x = -1$, $x = 2$, $x = 4$

Stap 2 — Gebruik 'n tekentabel ('n positiewe leidende koëffisiënt beteken die derdegraadse funksie is negatief, positief, negatief, positief in opeenvolgende intervalle):

Interval	Teken van f
$x < -1$	negatief
$-1 < x < 2$	positief
$2 < x < 4$	negatief
$x > 4$	positief

Stap 3 — Kies waar $f(x) > 0$:

$$-1 < x < 2 \quad \text{or} \quad x > 4$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) Dit is waar die derdegraadse funksie positief sou wees as die leidende koëffisiënt negatief was — omgekeerd.

C) Kies die negatiewe intervalle.

D) Slaan die interval $x > 4$ oor.

Onthou: Teken 'n teken tabel vir elke interval. 'n Positiewe leidende koëffisiënt $\rightarrow$ begin negatief vir $x <$ kleinste wortel.

Afdeling 10.6 — Optimalisering

Q24 — Basies — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Differensieer.

$$P'(x) = -4x + 40$$

Stap 2 — Stel $P'(x) = 0$.

$$-4x + 40 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 10$$

Stap 3 — Verifieer dat dit 'n maksimum is.

$$P''(x) = -4 < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{maksimum bevestig}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $x = 20$ — twee keer die korrekte antwoord; algemene fout omdat daar vergeet is om te deel.

C) $x = 40$ — het die koëffisiënt van x direk gebruik sonder om te differensieer.

D) $x = 5$ — die helfte van die korrekte waarde.

Onthou: Stel die afgeleide van die doelfunksie gelyk aan nul. Verifieer met f'' of met die konteks.

Q25 — Intermediêr — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Stel die veranderlikes op.

Laat die kant ewewydig aan die rivier lengte y hê en die twee loodregte kante elk lengte x .

Stap 2 — Skryf die beperking neer (slegs 3 kante het heining nodig).

$$2x + y = 120 \Rightarrow y = 120 - 2x$$

Stap 3 — Skryf die oppervlaktefunksie.

$$A = xy = x(120 - 2x) = 120x - 2x^2$$

Stap 4 — Differensieer en stel gelyk aan nul.

$$A'(x) = 120 - 4x = 0 \Rightarrow x = 30$$

Stap 5 — Vind y .

$$y = 120 - 2(30) = 60 \text{ m}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 30 m — dit is die lengte van die loodregte kante, nie van die kant ewewydig aan die rivier nie.

B) 40 m — 'n fout in 'n tussenberekening.

D) 80 m — $120 - 2(20)$; het $x = 20$ per abuis gevind.

Onthou: Benoem jou veranderlikes duidelik. Skryf die beperking neer, gebruik dit om een veranderlike uit te skakel, en differensieer dan die doelfunksie.

Q26 — Intermediêr — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Skryf die volumeformule neer.

Ná die snywerk het die basis afmetings $(12 - 2x) \times (12 - 2x)$ en hoogte x :

$$V = x(12 - 2x)^2$$

Stap 2 — Brei uit.

$$V = x(144 - 48x + 4x^2) = 144x - 48x^2 + 4x^3$$

Stap 3 — Differentieer.

$$V'(x) = 144 - 96x + 12x^2 = 12(x^2 - 8x + 12) = 12(x - 2)(x - 6)$$

Stap 4 — Stel $V'(x) = 0$.

$$x = 2 \quad \text{or} \quad x = 6$$

Stap 5 — Kontroleer geldigheid. Aangesien $x < 6$ (anders het die boks geen basis nie), $x = 2$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $x = 1 - V'(1) = 12(1 - 2)(1 - 6) = 60 \neq 0$.

C) $x = 3 - V'(3) = 12(1)(-3) \neq 0$.

D) $x = 6$ — dit maak die basis nul; fisies ongeldig.

Onthou: Kontroleer altyd dat jou oplossing fisies geldig is. Verwerp oplossings buite die haalbare definisieversameling.

Q27 — Gevorderd — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Onthou dat snelheid $= \frac{ds}{dt}$ is.

Die deeltjie is in rus wanneer die snelheid $= 0$ is.

Stap 2 — Differentieer.

$$v(t) = s'(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 3(t^2 - 4t + 3) = 3(t - 1)(t - 3)$$

Stap 3 — Stel $v(t) = 0$.

$$t = 1 \quad \text{or} \quad t = 3$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $t = 0$ en $t = 2$ — dit kom daarvan dat $s(t) = 0$ gestel is, nie $s'(t) = 0$ nie.

C) en D) gee elk slegs een waarde — die kwadratiese vergelyking $v(t) = 0$ het twee wortels.

Onthou: Snelheid is die afgeleide van verplasing. "In rus" beteken snelheid $= 0$, stel dus $s'(t) = 0$.

Afdeling 10.7 — Gemengde Oefening

M1 — Basies

Onderwerp: Magreël

As $f(x) = 6x^4 - 2x^3 + x$, dan $f'(x) =$

- A) $6x^3 - 2x^2 + 1$
 - B) $24x^3 - 6x^2$
 - C) $24x^4 - 6x^3 + 1$
 - D) $24x^3 - 6x^2 + 1$
-

M2 — Basies

Onderwerp: x-waarde van 'n stasionêre punt

By watter waarde het $g(x) = x^2 - 8x + 3$ sy draaipunt?

- A) $x = 3$
 - B) $x = 4$
 - C) $x = 8$
 - D) $x = -4$
-

M3 — Basies

Onderwerp: Aard van 'n draaipunt

As $f''(a) = -7$, is die draaipunt by $x = a$ 'n:

- A) Minimum
 - B) Buigpunt
 - C) Maksimum
 - D) Kan nie bepaal word nie
-

M4 — Basies**Onderwerp:** Gradiënt van 'n raaklynDie gradiënt van die raaklyn aan $y = 3x^2 - x$ by $x = 2$ is:

- A) 10
 - B) 11
 - C) 6
 - D) 5
-

M5 — Basies**Onderwerp:** Vereenvoudig voor differensiasie $f(x) = \frac{x^4 - x^2}{x}$. Dan $f'(x) =$

- A) $3x^2 - 1$
 - B) $3x^2$
 - C) $4x^3 - 2x$
 - D) $x^3 - x$
-

M6 — Intermediêr**Onderwerp:** Eerste beginselsMet eerste beginsels is $f'(x)$, waar $f(x) = 5x$ gelyk is aan:

- A) $5x$
 - B) 0
 - C) 5
 - D) $5x + 5h$
-

M7 — Intermediêr**Onderwerp:** Vergelyking van 'n raaklynDie vergelyking van die raaklyn aan $f(x) = x^2 - 3$ by $x = -1$ is:

- A) $y = -2x - 4$
 - B) $y = 2x - 4$
 - C) $y = -2x - 2$
 - D) $y = -2x + 4$
-

M8 — Intermediêr**Onderwerp:** Draaipunte van 'n derdegraadse funksie $f(x) = x^3 - 12x + 5$ het draaipunte by:

- A) $x = 2$ en $x = -2$
 - B) $x = 4$ en $x = -4$
 - C) $x = 3$ en $x = -3$
 - D) slegs $x = 6$
-

M9 — Intermediêr**Onderwerp:** BuigpuntDie buigpunt van $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$ kom voor by $x =$

- A) 1
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 0
-

M10 — Intermediêr**Onderwerp:** Stygend/dalendVir $f(x) = -x^3 + 3x$ is die funksie stygend wanneer:

- A) $-1 < x < 1$
 - B) $x < -1$ of $x > 1$
 - C) $x > 0$
 - D) Alle reële x
-

M11 — Intermediêr**Onderwerp:** Optimalisering — maksimum waardeVind die maksimum waarde van $f(x) = -x^2 + 6x + 1$.

- A) 3
 - B) 9
 - C) 10
 - D) 7
-

M12 — Intermediêr**Onderwerp:** Gradiënt van die normaalDie raaklyn aan $f(x) = x^3$ by $x = -1$ het gradiënt 3. Die gradiënt van die normaal is:

- A) -3
 - B) 3
 - C) $\frac{1}{3}$
 - D) $-\frac{1}{3}$
-

M13 — Intermediêr

Onderwerp: Om f' van 'n grafiek af te lees

'n Funksie f is stygend op $(-\infty, 2)$ en dalend op $(2, \infty)$. Watter stelling oor f' is waar?

- A) $f'(2) = 0$ en $f'(x) < 0$ vir $x < 2$
 - B) $f'(x) < 0$ vir alle x
 - C) $f'(2) > 0$
 - D) $f'(2) = 0$ en $f'(x) > 0$ vir $x < 2$
-

M14 — Intermediêr

Onderwerp: Teken van die tweede afgeleide

As $f''(x) > 0$ vir alle x in 'n interval, dan is f op daardie interval:

- A) Dalend
 - B) Konkaaf af
 - C) Konkaaf op
 - D) By 'n maksimum
-

M15 — Intermediêr

Onderwerp: Derdegraadse funksie met 'n negatiewe leidende koëffisiënt

Watter een van die volgende beskryf die eindgedrag van $f(x) = -2x^3 + x^2 - 5$ die beste?

- A) Styg links, styg regs
 - B) Styg links, val regs
 - C) Val links, styg regs
 - D) Val links, val regs
-

M16 — Gevorderd

Onderwerp: Om k te vind gegee 'n stasionêre punt

$f(x) = x^3 - kx$ het 'n stasionêre punt by $x = 2$. Vind k .

- A) 6
 - B) 4
 - C) 12
 - D) 2
-

M17 — Gevorderd

Onderwerp: Optimalisering — blikkie

'n Silindriese blik het volume $250\pi \text{ cm}^3$. Die radius wat die totale buite-oppervlakte minimeer, voldoen aan:

- A) $r = 25 \text{ cm}$
 - B) $r = 10 \text{ cm}$
 - C) $r = 2 \text{ cm}$
 - D) $r = 5 \text{ cm}$
-

M18 — Gevorderd

Onderwerp: Diskriminant van f' en die aantal draaipunte

Vir $f(x) = x^3 + bx + c$, hoeveel draaipunte het f as $b > 0$?

- A) Twee draaipunte
 - B) Een draaipunt
 - C) Geen draaipunte nie
 - D) Kan nie bepaal word nie
-

M19 — Gevorderd

Onderwerp: Om die grafieke van f en f' te verbind

By die punt waar die grafiek van f' die x-as van onder af sny, het f 'n:

- A) Lokale maksimum
 - B) Lokale minimum
 - C) Buigpunt
 - D) Vertikale asimptoot
-

M20 — Gevorderd

Onderwerp: Ketting van redenasie

As $f(x) = x^4 - 8x^2$, by hoeveel punte is die raaklyn aan die kromme horisontaal?

- A) 1
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 4
-

M21 — Gevorderd

Onderwerp: Om 'n draaipunt te gebruik om koëffisiënte te vind

$f(x) = ax^2 + bx$ het 'n draaipunt by $(3, -9)$. Vind a en b .

- A) $a = 1, b = -6$
 - B) $a = -1, b = 6$
 - C) $a = 1, b = 6$
 - D) $a = 2, b = -3$
-

M22 — Gevorderd**Onderwerp:** Teken van f'' en konkawiteitVir $f(x) = x^4 - 6x^2$, op watter interval is f konkaf af?

- A) $-1 < x < 1$
 - B) $x < -1$ of $x > 1$
 - C) $x > 0$
 - D) Alle reële x
-

M23 — Gevorderd**Onderwerp:** Optimalisering — oppervlakte

'n Reghoek word in 'n reghoekige driehoek met regsye 6 en 8 ingeskryf. As een hoek by die regte hoek is, vind die breedte x wat die reghoek se oppervlakte maksimeer.

- A) $x = 3$
 - B) $x = 6$
 - C) $x = 2$
 - D) $x = 4$
-

M24 — Gevorderd**Onderwerp:** Snelheid en versnelling

'n Bal se hoogte is $h(t) = -5t^2 + 20t + 2$ meter ná t sekondes. Wat is die maksimum hoogte?

- A) 20 m
 - B) 22 m
 - C) 25 m
 - D) 2 m
-

M25 — Gevorderd

Onderwerp: Om kenmerke van 'n derdegraadse grafiek te lees

'n Derdegraadse funksie f het wortels by $x = -3, 0, 2$ en 'n negatiewe leidende koëffisiënt. Watter een is die skets?

- A) Val links, lokale maks tussen -3 en 0 , lokale min tussen 0 en 2 , styg regs
 - B) Styg links, lokale maks tussen -3 en 0 , lokale min tussen 0 en 2 , val regs
 - C) Styg links, lokale min tussen -3 en 0 , lokale maks tussen 0 en 2 , val regs
 - D) Val links, lokale min tussen -3 en 0 , lokale maks tussen 0 en 2 , styg regs
-

M26 — Gevorderd

Onderwerp: Om die diskriminant van f' te gebruik

Hoeveel reële stasionêre punte het $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x - 1$?

- A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 3
-

M27 — Gevorderd

Onderwerp: Tweede afgeleide en verandering in konkawiteit

Die grafiek van $f''(x)$ sny die x-as by $x = 3$ (van negatief na positief). Dit beteken $f(x)$ het:

- A) 'n Lokale maksimum by $x = 3$
 - B) 'n Lokale minimum by $x = 3$
 - C) 'n Buigpunt by $x = 3$
 - D) 'n Stasionêre punt by $x = 3$
-

M28 — Gevorderd**Onderwerp:** Optimalisering — gekombineerde beperking

'n Boer bou 'n reghoekige kamp wat deur twee binneheinings ewewydig aan die breedte in drie gelyke afdelings verdeel word. Die totale heining is 480 m. Vind die breedte w wat die oppervlakte maksimeer.

- A) $w = 60$
 - B) $w = 80$
 - C) $w = 120$
 - D) $w = 40$
-

M29 — Gevorderd**Onderwerp:** Toepassing van rekene op 'n grafiek uit die werklike wêreld

Die snelheid van 'n motor is $v(t) = 3t^2 - 18t + 24$ m/s. Wanneer vertraag die motor?

- A) $t < 2$
 - B) $t > 4$
 - C) $2 < t < 4$
 - D) $t < 3$
-

M30 — Gevorderd**Onderwerp:** Om al die rekene-begrippe te verbind

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ het 'n lokale maksimum by $x = -1$ en 'n lokale minimum by $x = 3$. Die waarde van $f(-1) - f(3)$ is:

- A) 10
- B) 16
- C) 32
- D) -16

Gemengde Oefening — Memorandum

M1. D	M2. B	M3. C	M4. B	M5. A
M6. C	M7. A	M8. A	M9. A	M10. A
M11. C	M12. D	M13. D	M14. C	M15. B
M16. C	M17. D	M18. C	M19. B	M20. C
M21. A	M22. A	M23. D	M24. B	M25. C
M26. A	M27. C	M28. A	M29. D	M30. C

Gemengde Oefening — Uitgewerkte Oplossings

M1 — Antwoord: D

$$f'(x) = 24x^3 - 6x^2 + 1$$

Afgeleide van $6x^4 = 24x^3$; van $-2x^3 = -6x^2$; van $x = 1$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** verlaag elke mag maar vermenigvuldig nooit daarmee nie. **C** vermenigvuldig met die mag maar verlaag dit nooit nie. **B** doen albei korrek en laat dan die afgeleide van die enkele x val, wat 1 is.

M2 — Antwoord: B

$$g'(x) = 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

Waarom die ander verkeerd is: **C** gebruik b waar die formule $\frac{b}{2}$ benodig. **D** het die teken van $-\frac{b}{2a}$ verkeerd. **A** lees die konstante term af.

M3 — Antwoord: C

$f'' < 0$ beteken konkaf af — 'n lokale maksimum.

Waarom die ander verkeerd is: **A** sou 'n POSITIEWE tweede afgeleide vereis. **B** sou vereis dat dit nul is. **D** gee te gou op: 'n tweede afgeleide wat nie nul is nie beslis die vraag op sy eie.

M4 — Antwoord: B

$$y' = 6x - 1; \text{ by } x = 2: y'(2) = 12 - 1 = 11$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** laat die afgeleide van $-x$ val, wat -1 is. **C** gee die tweede afgeleide, 6. **D** volg uit $6x - 1$ by iets anders as 2 te valueer.

M5 — Antwoord: A

$$f(x) = x^3 - x; f'(x) = 3x^2 - 1$$

Waarom die ander verkeerd is: **D** is die VEREENVOUDIGDE funksie, $x^3 - x$, ongedifferensieer. **C** differensieer net die teller en ignoreer die deling. **B** differensieer korrek maar laat die -1 val.

M6 — Antwoord: C

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(x+h)-5x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h}{h} = 5$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** kopieer die funksie terug. **B** hanteer $5x$ as 'n konstante, wat net 'n getal is. **D** stop voordat die h gekanselleer en die limiet geneem is.

M7 — Antwoord: A

$$f(-1) = 1 - 3 = -2; f'(x) = 2x; f'(-1) = -2$$

$$\text{Raaklyn: } y - (-2) = -2(x - (-1)) \Rightarrow y = -2x - 4$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** het die teken van die gradiënt verkeerd: $f'(-1) = -2$, nie $+2$ nie. **C** neem die punt se y -waarde as die afsnit. **D** het die teken van die afsnit verkeerd. Kontroleer deur $x = -1$ te vervang — die raaklyn moet deur $(-1; -2)$ gaan.

M8 — Antwoord: A

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x - 2)(x + 2); x = 2 \text{ of } x = -2$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** en **C** los $3x^2 = 48$ en $3x^2 = 27$ op; die afgeleide is $3x^2 - 12$, dus is die vergelyking $3x^2 = 12$. **D** halveer die 12 sonder om enigsins te differensieer.

M9 — Antwoord: A

$$f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

Waarom die ander verkeerd is: **C** lees die koëffisiënt 3 af eerder as om $6x - 6 = 0$ op te los. **B** en **D** volg uit dit verkeerd op te los. Let op dat hierdie derdegraadse funksie glad geen draaipunte het nie — 'n buigpunt benodig nie een nie.

M10 — Antwoord: A

$$f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1) = -3(x - 1)(x + 1)$$

$$f'(x) > 0 \text{ wanneer } (x - 1)(x + 1) < 0, \text{ dit wil sê } -1 < x < 1$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** noem presies waar die funksie DAAL — die leidende term is $-x^3$, dus daal die derdegraadse funksie aan albei kante. **C** ignoreer dat dit weer by $x = 1$ draai. **D** sou glad geen draaipunte vereis nie.

M11 — Antwoord: C

$$f'(x) = -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f(3) = -9 + 18 + 1 = 10$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** is die x -waarde van die draaipunt, nie die maksimum WAARDE nie — vervang dit terug. **B** vervang wel, en laat dan die $+1$ val. **D** tel $6 + 1$ bymekaar en vervang niks nie.

M12 — Antwoord: D

$$f'(x) = 3x^2; f'(-1) = 3. \text{ Normaalgradiënt} = -\frac{1}{3}$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** gee die raaklyn se gradiënt terug. **C** neem die resiprook maar vergeet die teken. **A** verander die teken maar vergeet die resiprook. Die normaal benodig albei: $m_1 m_2 = -1$.

M13 — Antwoord: D

Stygend beteken $f' > 0$. By die maksimum, $f' = 0$.

Waarom die ander verkeerd is: **A** het die teken agterstevoor — stygend beteken f' is POSITIEF. **B** sou f oral laat daal, maar dit styg links van 2. **C** plaas 'n positiewe gradiënt by die draaipunt, waar dit nul moet wees.

M14 — Antwoord: C

$f'' > 0$ beteken f' is stygend — die kromme is konkaaf op (komvorm).

Waarom die ander verkeerd is: **A** is wat 'n negatiewe EERSTE afgeleide beteken; hierdie is die tweede. **B** is die teenoorgestelde teken — hol-af benodig $f'' < 0$. **D** beskryf 'n enkele punt, nie 'n eienskap wat oor 'n hele interval geld nie.

M15 — Antwoord: B

Negatiewe leidende koëffisiënt ($a = -2 < 0$): vir groot negatiewe x , $-2x^3 \rightarrow +\infty$ (styg links); vir groot positiewe x , $-2x^3 \rightarrow -\infty$ (val regs).

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **D** is vorme van 'n ewe graad, waar albei kante dieselfde rigting volg; hierdie is 'n derdegraadse funksie, dus gaan hulle teenoorgestelde rigtings. **C** is die regte vorm vir 'n derdegraadse funksie maar die verkeerde rigting — dit hoort by 'n POSITIEWE leidende koëffisiënt, en hierdie een is -2 .

M16 — Antwoord: C

$$f'(x) = 3x^2 - k = 0 \text{ by } x = 2:$$

$$3(4) - k = 0 \Rightarrow k = 12$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** differensieer x^3 as $3x$ en los $3x - k = 0$ op. **B** stop by $x^2 = 4$ sonder om met die 3 te vermenigvuldig. **D** gee die x -waarde terug in plaas van k .

M17 — Antwoord: D

$$V = \pi r^2 h = 250\pi \Rightarrow h = \frac{250}{r^2}$$

$$SA = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{500\pi}{r}$$

$$\frac{d(SA)}{dr} = 4\pi r - \frac{500\pi}{r^2} = 0$$

$$4r^3 = 500 \Rightarrow r^3 = 125 \Rightarrow r = 5$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** gee r^2 eerder as r — die vierkantswortel is nooit geneem nie. **B** en **C** voldoen nie aan $4r^3 = 500$ nie; vervang elkeen en kontroleer.

M18 — Antwoord: C

$$f'(x) = 3x^2 + b. \text{ Aangesien } b > 0, \text{ is } f'(x) = 3x^2 + b \geq b > 0 \text{ vir alle } x.$$

$f'(x)$ is nooit gelyk aan nul nie — geen stasionêre punte nie, en dus geen draaipunte nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A** sou $b < 0$ vereis, sodat $3x^2 + b = 0$ twee wortels het. **B** sou $b = 0$ vereis, en selfs dan is $x = 0$ 'n buigpunt eerder as 'n draaipunt. **D** gee te gou op: die teken van b beslis dit volkome.

M19 — Antwoord: B

f' sny van onder (negatief) na bo (positief) deur die x-as $\rightarrow f'$ verander van negatief na positief $\rightarrow f$ verander van dalend na stygend $\rightarrow$ lokale minimum.

Waarom die ander verkeerd is: **A** is waar f' AFWAARTS kruis — van positief na negatief. **C** is waar f'' van teken verander, nie f' nie. **D** volg glad nie: 'n afgeleide wat deur nul gaan sê niks oor asimptote nie.

M20 — Antwoord: C

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4) = 4x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$x = 0$, $x = 2$, $x = -2$ — drie punte met horisontale raaklyne.

Waarom die ander verkeerd is: **A** tel net $x = 0$. **B** tel net die buitenste paar, $x = \pm 2$. **D** lees die graad 4 af in plaas van om die wortels van $4x(x^2 - 4) = 0$ te tel.

M21 — Antwoord: A

Draaipunt by $x = 3$: $f'(x) = 2ax + b = 0$ by $x = 3$:

$$6a + b = 0 \Rightarrow b = -6a$$

Draaipuntwaarde $f(3) = -9$:

$$9a + 3b = -9 \Rightarrow 9a + 3(-6a) = -9 \Rightarrow -9a = -9 \Rightarrow a = 1, b = -6$$

Waarom die ander verkeerd is: **C** het die teken van b verkeerd, en **B** het albei tekens verkeerd — in albei gevalle beland die draaipunt by $x = -3$, nie 3 nie. **D** voldoen aan geen van die twee voorwaardes nie: $f'(3) = 4(3) - 3 = 9$, wat nie nul is nie.

M22 — Antwoord: A

$$f'(x) = 4x^3 - 12x; f''(x) = 12x^2 - 12 = 12(x^2 - 1)$$

$$f''(x) < 0 \text{ wanneer } x^2 < 1, \text{ dit wil sê } -1 < x < 1$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** noem presies waar die grafiek HOL-OP is — die twee intervale ruil om. **C** sluit alles verby $x = 1$ in, wat hol-op is. **D** sou vereis dat f'' nooit van teken verander nie, maar dié van 'n vierdegraadse funksie verander twee keer.

M23 — Antwoord: D

Die skuinssy gaan deur $(8, 0)$ en $(0, 6)$, dus is sy vergelyking $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$, wat $y = 6\left(1 - \frac{x}{8}\right)$ gee.

$$A = xy = x \cdot 6\left(1 - \frac{x}{8}\right) = 6x - \frac{3x^2}{4}$$

$$A' = 6 - \frac{3x}{2} = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$y = 6\left(1 - 4/8\right) = 3; \text{ maksimum oppervlakte} = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2.$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** halveer die verkeerde sy. **B** neem 'n hele sy, wat die reghoek glad geen hoogte laat nie. **C** gee wel 'n reghoek, maar sy oppervlakte is 9, minder as die maksimum 12.

M24 — Antwoord: B

$$h'(t) = -10t + 20 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$h(2) = -5(4) + 20(2) + 2 = -20 + 40 + 2 = 22 \text{ m}$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** lees die koëffisiënt van t af, wat 'n spoed is, nie 'n hoogte nie. **D** is die hoogte by $t = 0$, voordat die bal gegooi word. **C** is naby maar volg uit geen stap hier nie — $t = 2$ vervang gee presies 22.

M25 — Antwoord: C

Negatiewe leidende koëffisiënt: styg links, val regs. Die funksie kom van $+\infty$ aan die linkerkant af, daal deur $x = -3$, duik tot 'n lokale **minimum** tussen -3 en 0 , styg deur $x = 0$, piek by 'n lokale **maksimum** tussen 0 en 2 , en daal dan deur $x = 2$ tot $-\infty$.

Kontroleer die tekens: $f(-1) = -(-1 + 3)(-1)(-1 - 2) = -(2)(-1)(-3) = -6 < 0$ en $f(1) = -(1 + 3)(1)(1 - 2) = -(4)(1)(-1) = 4 > 0$, wat bevestig dat die minimum in $(-3, 0)$ lê (die funksie is negatief) en die maksimum in $(0, 2)$ (die funksie is positief).

Waarom die ander verkeerd is: **A** daal aan die linkerkant, wat 'n POSITIEWE leidende koëffisiënt doen, en draai boonop verkeerd om. **B** kry die punte reg en ruil die twee draaipunte om. **D** kry die draaipunte reg en ruil die punte om. Stel eers die punte reg, dan die draaipunte.

M26 — Antwoord: A

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + 5$$

$$\text{Diskriminant van } f': \Delta = 36 - 4(3)(5) = 36 - 60 = -24 < 0$$

Geen reële wortels nie $\rightarrow$ geen stasionêre punte nie.

Waarom die ander verkeerd is: **C** neem aan elke derdegraadse funksie het twee draaipunte; dit vereis dat f' twee wortels het, en hier is sy diskriminant -24 . **D** tel die graad. **B** tel die buigpunt, wat nie stasionêr is nie.

M27 — Antwoord: C

f'' verander van teken by $x = 3 \rightarrow f$ verander van konkawiteit $\rightarrow$ buigpunt by $x = 3$.

Let op: 'n Buigpunt vereis nie $f'(x) = 0$ nie.

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **B** word deur f' beslis, nie deur f'' nie — die tweede afgeleide sê net hoe die grafiek buig. **D** vereis $f'(3) = 0$, en niks hier sê dit nie.

M28 — Antwoord: A

Twee lengtes (l) en vier breedtes (w): $2l + 4w = 480 \Rightarrow l = 240 - 2w$

$$A = lw = (240 - 2w)w = 240w - 2w^2$$

$$A' = 240 - 4w = 0 \Rightarrow w = 60$$

Waarom die ander verkeerd is: **B** tel drie breedtes waar die kamp vier benodig: twee buitenste sye plus twee binneheininge. **D** tel ses. **C** is die LENGTE, nie die breedte wat die vraag vra nie.

M29 — Antwoord: D

Versnelling $a(t) = v'(t) = 6t - 18$.

Vertraging beteken $a(t) < 0$:

$$6t - 18 < 0 \Rightarrow t < 3$$

Waarom die ander verkeerd is: **A** en **B** noem die intervale waar die SNELHEID positief is, wat 'n rigting is, nie 'n verandering nie. **C** is waar die snelheid negatief is — die motor trek daar agteruit, en vir 'n deel daarvan versnellend. Vertraag beteken die VERSNELLING is negatief, dus los $v'(t) < 0$ op.

M30 — Antwoord: C

$$f(-1) = -1 - 3 + 9 + 5 = 10$$

$$f(3) = 27 - 27 - 27 + 5 = -22$$

$$f(-1) - f(3) = 10 - (-22) = 32$$

Waarom die ander verkeerd is: A is $f(-1)$ op sy eie, met die aftrekking wat nooit gedoen is nie. **B** en **D** volg uit geen stap hier nie: die twee waardes is 10 en -22 , dus is die verskil 32 — en om andersom af te trek gee -32 .

Hoofstuk 11 — Die Uitdaging

Twintig vrae, en elkeen van hulle is moeiliker as enigiets wat die NBT waarskynlik voor jou sal sit.

Dit is die doel. Die ander tien hoofstukke is gebou om by die werklike toets te pas — dieselfde onderwerpe, dieselfde balans, dieselfde soort denke. Hierdie een is gebou om net daarbo te sit. As jy deur hierdie vrae kan werk, sal die werklike vraestel voel asof dit terughou.

Wat hulle anders maak. 'n Gewone NBT-vraag toets een idee. Hierdie vrae verg twee of drie, saamgevoeg, en niks in die bewoording sê vir jou watter twee nie. Die meeste van hulle het 'n eerste antwoord wat verkeerd is om 'n rede wat jy net sal vind as jy teruggaan en toets — 'n tak van 'n vergelyking wat stilweg laat val is, 'n verhouding wat vir lengtes geld en nie vir oppervlaktes nie, 'n som wat in terme van een letter gevra is en in terme van 'n ander beantwoord is.

Niks hier is buite die sillabus nie. Wortelvorme, eksponente, logaritmes, die reststelling, trigonometriese vergelykings, gelykvormige driehoeke, saamgestelde rente, reekse, differensiasie en standaardafwyking is alles NBT-inhoud en verskyn alles vroeër in hierdie boek. Die moeilikheid lê in die kombinasie, nie in onbekende materiaal nie.

Steeds geen sakrekenaar nie. Elkeen van hierdie vrae kan met die hand gedoen word, en elke getal daarin is gekies sodat dit kan. As jy 'n sakrekenaar nodig kry, het jy 'n langer pad gevat as wat die vraag bedoel het — hou op en soek die korter een.

'n Waarskuwing oor die verkeerde opsies. Elke afleier hier is 'n getal wat jy werklik kan bereik deur een spesifieke, redelike fout te maak. Nie een van hulle is opvulling nie. Om by 'n netjiese antwoord uit te kom, is nie bewys dat jy reg is nie.

Onderwerpe gedek: rasionalisering van wortelvorme · eksponensiële vergelykings · logaritmwette · eenhedyfers en siklusse · die diskriminant · trigonometriese identiteite · trigonometriese vergelykings en hoeveel oplossings hulle het · raaklyne aan 'n sirkel · enkelvoudige teenoor saamgestelde rente · waarskynlikheid sonder terugplasing · waardevermindering op verminderde saldo · om 'n term uit 'n somformule terug te kry · som tot oneindigheid · raaklyne en normale · optimalisering · oppervlaktes van gelykvormige driehoeke · vergelyking van breuke · faktorisering van kubusse · die res- en faktorstellings · wat 'n transformasie aan die spreiding doen

Afdeling 11.1 — Algebra Wat 'n Tweede Stap Wegsteek

Elke vraag in hierdie afdeling kan dadelik begin word. Wat hulle onderskei van dié vroeër in die boek, is dat die voor die hand liggende eerste stap jou by iets laat beland wat *lyk* soos 'n antwoord en dit nie is nie.

Q1 — Genadeloos

Onderwerp: Om twee wortelvorme te rasionaliseer en te kombineer

Vereenvoudig: $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

- A) $2\sqrt{3}$
 - B) $2\sqrt{2}$
 - C) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$
 - D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
-

Q2 — Genadeloos

Onderwerp: 'n Eksponensiële vergelyking wat eintlik 'n kwadratiese is

Wat is die som van die waardes van x wat $3^{2x} - 4(3^x) + 3 = 0$ bevredig?

- A) 0
 - B) 3
 - C) 1
 - D) 4
-

Q3 — Genadeloos

Onderwerp: Om 'n logaritme in terme van twee gegewe logaritmes te skryf

As $\log_a 2 = p$ en $\log_a 3 = q$, wat is $\log_a 12$ in terme van p en q ?

- A) $p + q$
- B) $2p + q$
- C) $2pq$
- D) $p + 2q$

Q4 — Genadeloos**Onderwerp:** Die eenhedesyfer van 'n groot magWat is die eenhedesyfer van 7^{2026} ?

- A) 7
 - B) 1
 - C) 3
 - D) 9
-

Q5 — Genadeloos**Onderwerp:** Om die diskriminant te gebruik om een wortel af te dwingDie grafiek van $y = x^2 + kx + 9$ raak die x -as by presies een punt, en $k > 0$. Wat is die waarde van k ?

- A) 6
 - B) 3
 - C) 9
 - D) 36
-

Afdeling 11.2 — Trigonometrie Sonder 'n Diagram

Twee vrae, nie een met 'n prent nie. Albei word deur 'n identiteit en deur versigtige tel beslis.

Q6 — Genadeloos**Onderwerp:** Om 'n produk uit 'n som te kry deur te kwadreerAs $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$, wat is die waarde van $\sin \theta \cos \theta$?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $-\frac{3}{8}$
- C) $\frac{3}{8}$
- D) $-\frac{3}{4}$

Q7 — Genadeloos

Onderwerp: Hoeveel oplossings 'n trigonometriese vergelyking in een omwenteling het

Hoeveel waardes van x met $0^\circ \leq x < 360^\circ$ bevredig $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$?

- A) 1
 - B) 2
 - C) 4
 - D) 3
-

Afdeling 11.3 — Meetkunde en Geld

Q8 — Genadeloos

Onderwerp: Die voorwaarde vir 'n lyn om 'n raaklyn aan 'n sirkel te wees

Die lyn $y = 2x + c$ is 'n raaklyn aan die sirkel $x^2 + y^2 = 20$. Wat is die positiewe waarde van c ?

- A) $4\sqrt{5}$
 - B) $2\sqrt{5}$
 - C) 10
 - D) 20
-

Q9 — Genadeloos

Onderwerp: Hoeveel saamgestelde rente werklik werd is

R10 000 word vir 2 jaar belê. Belegging P betaal 10% per jaar enkelvoudige rente. Belegging Q betaal 10% per jaar, jaarliks saamgestel. Hoeveel meer betaal Q as P?

- A) R100
 - B) R1 000
 - C) R2 100
 - D) R200
-

Q10 — Genadeloos**Onderwerp:** "Ten minste een", sonder terugplasing

'n Sak bevat 3 rooi balle en 5 blou balle. Twee balle word lukraak getrek, een na die ander, sonder terugplasing. Wat is die waarskynlikheid dat ten minste een van hulle rooi is?

- A) $\frac{5}{14}$
 - B) $\frac{3}{8}$
 - C) $\frac{39}{64}$
 - D) $\frac{9}{14}$
-

Q11 — Genadeloos**Onderwerp:** Waardevermindering op verminderde saldo oor twee jaar

'n Masjien word vir R120 000 gekoop en verminder in waarde teen 25% per jaar op die verminderde saldo. Wat is die waarde daarvan na 2 jaar?

- A) R60 000
 - B) R67 500
 - C) R90 000
 - D) R112 500
-

Afdeling 11.4 — Rye, Rekene en Spreiding**Q12 — Genadeloos****Onderwerp:** Om 'n enkele term uit 'n formule vir die som terug te kry

Die som van die eerste n terme van 'n ry word gegee deur $S_n = 3n^2 - 2n$. Wat is die 10de term van die ry?

- A) 55
 - B) 280
 - C) 49
 - D) 61
-

Q13 — Genadeloos

Onderwerp: Om terug te werk vanaf 'n som tot oneindigheid

'n Meetkundige reeks het 'n eerste term van 8 en 'n som tot oneindigheid van 12. Wat is die vierde term van die reeks?

- A) $\frac{8}{9}$
 - B) -1
 - C) $\frac{8}{27}$
 - D) $\frac{8}{81}$
-

Q14 — Genadeloos

Onderwerp: Waar 'n raaklyn die x -as sny

Die raaklyn aan die kromme $y = x^3 - 4x$ by die punt waar $x = 1$, sny die x -as. By watter waarde van x sny dit?

- A) 1
 - B) -3
 - C) 4
 - D) -2
-

Q15 — Genadeloos

Onderwerp: Om 'n oppervlakte onder 'n kromme te optimaliseer

'n Reghoek het sy basis op die x -as en sy twee boonste hoeke op die parabool $y = 12 - x^2$. Wat is die grootste oppervlakte wat die reghoek kan hê?

- A) 16
 - B) 32
 - C) 8
 - D) 48
-

Q16 — Genadeloos**Onderwerp:** Oppervlaktes van gelykvormige driehoeke binne een figuur

In driehoek ABC lê die punt D op AB en die punt E op AC , met DE ewewydig aan BC . As $AD : DB = 2 : 3$ en die oppervlakte van driehoek ADE is 8 cm^2 , wat is die oppervlakte van die trapesium $DBCE$, in vierkante sentimeter?

- A) 12
 - B) 50
 - C) 42
 - D) 10
-

Q17 — Genadeloos**Onderwerp:** Om breuke sonder 'n sakrekenaar te rangskik

Watter van die volgende breuke is die grootste?

- A) $\frac{9}{11}$
 - B) $\frac{7}{9}$
 - C) $\frac{11}{14}$
 - D) $\frac{5}{7}$
-

Q18 — Genadeloos**Onderwerp:** Vereenvoudiging met 'n verskil van kubusse

Vereenvoudig volledig: $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

- A) $x + 2$
 - B) $\frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$
 - C) $\frac{x^2 + 2x + 4}{x - 2}$
 - D) $\frac{x^2 - 2x + 4}{x + 2}$
-

Q19 — Genadeloos**Onderwerp:** Die res- en faktorstellings in een vraag

Wanneer $p(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + b$ deur $x - 1$ gedeel word, is die res 4. Ook is $x + 2$ 'n faktor van $p(x)$. Wat is die waarde van $a + b$?

A) 6

B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{22}{3}$ D) 7

Q20 — Genadeloos**Onderwerp:** Wat vermenigvuldiging en verskuiwing aan die standaardafwyking doen

'n Datastel het 'n gemiddeld van 8 en 'n standaardafwyking van 3. Elke waarde in die stel word met 4 vermenigvuldig, en dan word 6 van elke resultaat afgetrek. Wat is die standaardafwyking van die nuwe datastel?

A) 3

B) 6

C) 12

D) 26

Antwoorde en Verduidelikings

Afdeling 11.1 — Algebra Wat 'n Tweede Stap Wegsteek

Q1 — Genadeloos — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Rasionaliseer elke breuk afsonderlik.

Vermenigvuldig elkeen, bo en onder, met die konjugaat van sy eie noemer. Die konjugaat van $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ is $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, en omgekeerd:

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

Albei noemers word $3 - 2 = 1$, en dit is waarom hierdie vraag glad sonder 'n sakrekenaar gedoen kan word.

Stap 2 — Tel hulle op.

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$$

Die $\sqrt{2}$ -terme kanselleer omdat die een breuk $+\sqrt{2}$ opgelewer het en die ander $-\sqrt{2}$.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $2\sqrt{2}$ trek die twee gerasionaliseerde breuke af in plaas van om hulle op te tel. Die $\sqrt{3}$ -terme kanselleer en die $\sqrt{2}$ -terme oorleef — presies die spieëlbeeld van die regte antwoord, en dit is waarom dit so aanneemlik lyk.

C) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ gebruik $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ as die konjugaat vir *albei* breuke. Elke breuk het sy eie noemer en dus sy eie konjugaat; om een twee keer te gebruik laat die tweede noemer as $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$, wat steeds irrasionaal is.

D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ kom daarvan om die noemers op te tel: $\frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Breuke word nooit opgetel deur die tellers en die noemers afsonderlik op te tel nie.

Onthou: Elke breuk kry sy eie konjugaat. Wanneer twee konjugate wortelvorme as afsonderlike noemers verskyn, rasionaliseer hulle een op 'n slag en kyk hoe die middelsterke kanselleer.

Q2 — Genadeloos — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Sien die kwadratiese vergelyking raak.**

3^{2x} is $(3^x)^2$, want $a^{2x} = (a^x)^2$. Stel $y = 3^x$:

$$y^2 - 4y + 3 = 0 \implies (y - 1)(y - 3) = 0 \implies y = 1 \text{ of } y = 3$$

Stap 2 — Gaan terug na x . Dít is die stap wat die vraag toets.

y is nie die antwoord nie. Skakel elke waarde terug om:

$$3^x = 1 \implies x = 0 \qquad 3^x = 3 \implies x = 1$$

Stap 3 — Tel hulle op. $0 + 1 = 1$.

Let daarop dat albei waardes van y hier bruikbaar was. As een negatief uitgekóm het, sou dit weggegooi moes word, want 3^x is positief vir elke reële x — toets dit altyd voordat jy terug omskakel.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 0 is een van die twee oplossings op sy eie. Die vraag vra vir die som, en 'n som van twee dinge het albei nodig.

B) 3 is 'n waarde van y , nie van x nie. Dit is die antwoord op "wat is 3^x ?", nie op "wat is x ?" nie.

D) 4 is $1 + 3$, die som van die twee y -waardes. Dit is die som van die substitusie, nie van die oplossings nie — en dit is gelyk aan die koëffisiënt van y , wat dit laat voel asof dit iets moet beteken.

Onthou: Wanneer 'n substitusie 'n vergelyking in 'n kwadratiese een verander, is die oplos van die kwadratiese die middel van die werk, nie die einde nie. Skryf neer waarvoor die letter wat jy ingebring het werklik staan, en skakel elke wortel terug voordat jy antwoord.

Q3 — Genadeloos — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Breek 12 op in priemfaktore.**

$$12 = 4 \times 3 = 2^2 \times 3$$

Die hele vraag is hierdie reël. Alles daarna is een wet wat twee keer toegepas word.

Stap 2 — Pas die logaritmwette toe.

Die logaritme van 'n produk is die som van die logaritmes, en die logaritme van 'n mag bring die mag na vore:

$$\log_a 12 = \log_a (2^2 \times 3) = \log_a 2^2 + \log_a 3 = 2\log_a 2 + \log_a 3$$

Stap 3 — Vervang. $\log_a 2 = p$ en $\log_a 3 = q$, dus is die antwoord $2p + q$.

Toets dit in 'n basis wat jy ken. Neem $a = 10$: $p \approx 0.301$, $q \approx 0.477$, en $2p + q \approx 1.079$. Aangesien $10^1 = 10$ en $10^2 = 100$, moet $\log_{10} 12$ 'n bietjie meer as 1 wees. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $p + q$ is $\log_a 6$, nie $\log_a 12$ nie. Dit kom daarvan om 12 as 2×6 op te breek en dan te vergeet dat die 6 verder opbreek, of om dit as 3×4 op te breek en $\log_a 4$ as p te lees.

C) $2pq$ vermenigvuldig die twee logaritmes. Die wet is $\log(mn) = \log m + \log n$ — 'n produk binne word 'n **som** buite. Om logaritmes te vermenigvuldig stem met niks ooreen nie.

D) $p + 2q$ is $\log_a 18$, want $18 = 2 \times 3^2$. Dit is die regte vorm met die verkeerde getal gekwadreer. Watter een verdubbel word, word deur die priemfaktoriserings bepaal, dus faktoriseer eers en die dubbelsinnigheid verdwyn.

Onthou: Faktoriseer die getal in priemfaktore voordat jy aan 'n logaritmwet raak. $\log_a(2^m 3^n) = mp + nq$, en die eksponente in die faktoriserings is die koëffisiënte in die antwoord.

Q4 — Genadeloos — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Vind die siklus.

Laaste syfers van magte van 7 herhaal. Werk die eerste paar uit en kyk:

$$7^1 = 7 \quad 7^2 = 49 \quad 7^3 = 343 \quad 7^4 = 2401 \quad 7^5 = 16\,807$$

Die laaste syfers loop 7, 9, 3, 1, en dan weer 7. Die siklus het lengte **4**.

Stap 2 — Vind waar 2026 in die siklus sit.

Deel die eksponent deur die sikluslengte en hou die res:

$$2026 = 4 \times 506 + 2$$

'n Res van 2 beteken 7^{2026} eindig op dieselfde syfer as 7^2 , wat 9 is.

Die deel wat verkeerd loop is die tel, nie die deling nie. 'n Res van 1 beteken die *eerste* inskrywing, 'n res van 2 die tweede, 'n res van 3 die derde — en 'n res van 0 beteken die **laaste**, want 'n res van nul plaas jou aan die einde van 'n volledige siklus, nie aan die begin van 'n nuwe een nie.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 7 is die eerste inskrywing in die siklus, wat reg sou wees as die res 1 was. Maar 2026 is ewe, en 2025 is die veelvoud van 4 plus een.

B) 1 is die vierde inskrywing, wat reg sou wees as 4 presies in 2026 gaan. Dit gaan nie: $2026 \div 4$ laat 2 oor. Net eksponente wat op 'n veelvoud van 4 eindig, beland hier.

C) 3 is die derde inskrywing, van 'n res van 3.

Onthou: Magte van enige syfer laat hulle laaste syfer siklies herhaal, gewoonlik met periode 1, 2 of 4. Skryf die siklus uit, deel die eksponent deur die lengte daarvan, en lees die res as 'n **posisie** — met 'n res van 0 wat die laaste posisie beteken, nie die eerste nie.

Q5 — Genadeloos — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Skakel "raak by een punt" om na algebra.

'n Parabool wat die x -as raak, het presies een wortel, wat beteken die twee wortels het in mekaar ineengestort. Dit gebeur presies wanneer die diskriminant nul is:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

Stap 2 — Vervang. Hier is $a = 1$, $b = k$, $c = 9$:

$$k^2 - 4(1)(9) = 0 \implies k^2 = 36 \implies k = 6 \text{ of } k = -6$$

Stap 3 — Gebruik die voorwaarde wat jy gekry het. $k > 0$, dus $k = 6$.

Toets: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$, wat die as by $x = -3$ raak en nêrens anders nie. ✓ Die reël $k > 0$ staan om 'n rede in die vraag — daarsonder is daar twee antwoorde, en 'n meervoudigekeusevraag kan nie twee hê nie.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 3 is $\sqrt{9}$ — die vierkantswortel van die konstante term eerder as van $4ac$. Dit is wat jy kry deur $k^2 = c$ te stel in plaas van $k^2 = 4ac$, en $x^2 + 3x + 9$ het diskriminant $9 - 36 = -27$, dus bereik dit die as glad nie.

C) 9 herhaal net die konstante term.

D) 36 is k^2 , die waarde wat een reël voor die einde gevind is. Die vergelyking los op tot $k^2 = 36$, en om daar te stop is die algemeenste manier om hierdie vraag te verloor.

Onthou: Een wortel beteken $\Delta = 0$; twee wortels beteken $\Delta > 0$; geen beteken $\Delta < 0$. Los op vir k^2 , en onthou dan om die vierkantswortel te neem — en lees die vraag vir die voorwaarde wat vir jou sê watter teken om te hou.

Afdeling 11.2 — Trigonometrie Sonder 'n Diagram

Q6 — Genadeloos — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Kwadreer albei kante.

Daar is geen manier om 'n *produk* regstreeks uit 'n *som* te kry nie, maar kwadrering lewer een op:

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

Stap 2 — Gebruik die identiteit. $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, dus stort die regterkant ineen tot

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

Stap 3 — Stel die twee kante gelyk en los op.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta &\implies \frac{1}{4} - 1 = 2 \sin \theta \cos \theta \\ -\frac{3}{4} = 2 \sin \theta \cos \theta &\implies \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8} \end{aligned}$$

Behoort die antwoord negatief te wees? Ja, en dit is die moeite werd om te sien hoekom. In die eerste kwadrant is $\sin \theta$ en $\cos \theta$ albei positief, en hulle som is daar altyd minstens 1. 'n Som van net $\frac{1}{2}$ dwing dus een van hulle om negatief te wees, en dan moet hulle produk ook negatief wees.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\frac{1}{4}$ is $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ — die kwadraat van wat jy gekry het, met die identiteit wat nooit toegepas is nie. Dit is die eerste ding wat jy neerskryf en die laaste ding wat 'n antwoord is.

C) $\frac{3}{8}$ is die regte grootte met die teken verloor, van $1 - \frac{1}{4}$ te skryf in plaas van $\frac{1}{4} - 1$.

D) $-\frac{3}{4}$ is $2 \sin \theta \cos \theta$, een halvering kort. Die identiteit laat 'n **2** voor staan, en dit moet uitgedeel word.

Onthou: $(\sin \theta \pm \cos \theta)^2 = 1 \pm 2 \sin \theta \cos \theta$. Om 'n som van sinus en kosinus te kwadreer is die standaardroete na hulle produk — en die antwoord is altyd $\frac{(\text{som})^2 - 1}{2}$, gehalveer en geteken.

Q7 — Genadeloos — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Faktoriseer dit as 'n kwadratiese vergelyking in $\cos x$.

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \implies (2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

dus $\cos x = -\frac{1}{2}$ of $\cos x = 1$.

Stap 2 — Tel die hoeke vir elke waarde afsonderlik. Hier word die vraag gewen of verloor, want die twee waardes gee nie dieselfde aantal hoeke nie.

$\cos x = -\frac{1}{2}$: kosinus is negatief in die tweede en derde kwadrante. Die verwysingshoek is 60° , wat $x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ en $x = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$ gee. Dit is **twee** hoeke.

$\cos x = 1$: kosinus bereik 1 net by $x = 0^\circ$ binne die interval, aangesien 360° uitgesluit is. Dit is **een** hoek.

Stap 3 — Tel op. $2 + 1 = 3$ waardes: 0° , 120° en 240° .

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 1 los net $\cos x = 1$ op en laat die ander faktor val. 'n Produk is nul wanneer *enige* faktor nul is, en albei moet deurgevoer word.

B) 2 los net $\cos x = -\frac{1}{2}$ op en laat $\cos x = 1$ val. Dit is die aanlokliker helfte om te hou, want dit is die een wat die kwadrantwerk verg.

C) 4 neem aan dat elke waarde van $\cos x$ twee hoeke gee. Gewoonlik doen dit — maar $\cos x = 1$, $\cos x = -1$, $\sin x = 1$ en $\sin x = -1$ is die maksimum en minimum, en elkeen daarvan word net **een keer** per omwenteling bereik.

Onthou: Faktoriseer, en tel dan elke wortel se hoeke op sy eie. Twee per omwenteling is die normale geval; 'n waarde van presies $+1$ of -1 gee een, en 'n waarde buite $[-1, 1]$ gee geen.

Afdeling 11.3 — Meetkunde en Geld

Q8 — Genadeloos — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Lees die sirkel.

$x^2 + y^2 = 20$ het sy middelpunt by die oorsprong met radius $r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. Let daarop dat 20 die r^2 is, nie die r nie.

Stap 2 — Sê wat "raaklyn" beteken.

'n Lyn is presies dan 'n raaklyn wanneer sy loodregte afstand vanaf die middelpunt gelyk is aan die radius. Nader en dit sny die sirkel twee keer; verder en dit mis die sirkel.

Stap 3 – Gebruik die afstandsformule.

Skryf die lyn in die vorm $ax + by + c_0 = 0$: uit $y = 2x + c$ kry ons $2x - y + c = 0$. Die afstand vanaf die oorsprong is

$$\frac{|2(0) - 1(0) + c|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{5}}$$

Stap 4 – Stel dit gelyk aan die radius.

$$\frac{|c|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \implies |c| = 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 2 \times 5 = 10$$

Neem die positiewe waarde: $c = 10$. (Die ander raaklyn met gradiënt 2 is $y = 2x - 10$, aan die oorkant van die sirkel.)

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $4\sqrt{5}$ deel deur 2 in plaas van deur $\sqrt{5}$ – dit gebruik net die koëffisiënt van x onder die wortel en vergeet die -1 van die y -term. Die noemer is $\sqrt{a^2 + b^2}$ en albei koëffisiënte hoort daarin.

B) $2\sqrt{5}$ is die radius. Dit is die getal wat jy in die middel van die werk nodig het, nie aan die einde nie.

D) 20 behandel die regterkant van die sirkel se vergelyking as die radius. In $x^2 + y^2 = r^2$ is die getal aan die regterkant die radius **gekwadreer**.

Onthou: Raaklyn beteken "afstand vanaf die middelpunt is gelyk aan die radius". Skryf die lyn in die vorm $ax + by + c_0 = 0$, gebruik $\frac{|ax_0 + by_0 + c_0|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, en onthou dat $x^2 + y^2 = k$ radius $\sqrt{k}$ het.

Q9 — Genadeloos — Antwoord: A**Verduideliking****Stap 1 – Belegging P, enkelvoudige rente.**

Enkelvoudige rente word elke jaar op die oorspronklike bedrag bereken, dus is dit elke jaar dieselfde bedrag:

$$A = P(1 + in) = 10\,000(1 + 0.10 \times 2) = 10\,000 \times 1.2 = \text{R}12\,000$$

Stap 2 – Belegging Q, saamgestelde rente.

$$A = P(1 + i)^n = 10\,000(1.1)^2 = 10\,000 \times 1.21 = \text{R}12\,100$$

$1.1^2 = 1.21$ is die moeite werd om uit die kop te ken; dit spaar die vermenigvuldiging.

Stap 3 – Trek af. $12\,100 - 12\,000 = \text{R}100$.

Waar daardie R100 vandaan kom. In jaar 2 betaal saamgestelde rente 10% op die R1 000 rente wat in jaar 1 verdien is, en 10% van 1 000 is presies R100. Oor twee jaar is dit die *hele* verskil tussen die twee metodes — en dit is waarom saamstelling oor kort tydperke onindrukwekkend lyk en oor lang tydperke oorweldigend.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) R1 000 is een jaar se rente op die oorspronklike bedrag, onder enige van die twee metodes. Dit is nie 'n verskil tussen hulle nie.

C) R2 100 is die totale rente wat Q verdien. Die vraag vra hoeveel **meer** Q verdien, dus moet P se R2 000 afgetrek word.

D) R200 is 10% van die R2 000 enkelvoudige rente. Die ekstra rente word net op die eerste jaar se R1 000 verdien — die tweede jaar se rente was nog nie lank genoeg in die rekening om iets te verdien nie.

Onthou: Enkelvoudige rente is $P(1 + in)$; saamgestelde rente is $P(1 + i)^n$. Wanneer 'n vraag vra hoeveel *meer*, bereken albei totale ten volle en trek af — en verwag 'n klein gaping oor twee jaar en 'n groot een oor twintig.

Q10 — Genadeloos — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Skakel "ten minste een" om na sy komplement.

"Ten minste een rooi" dek rooi-dan-blou, blou-dan-rooi en rooi-dan-rooi: drie gevalle. Die teenoorgestelde daarvan is 'n enkele geval — **glad geen rooi nie**, wat beteken albei is blou. Neem altyd die komplement wanneer "ten minste een" verskyn.

$$P(\text{ten minste een rooi}) = 1 - P(\text{geen rooi})$$

Stap 2 — Werk $P(\text{albei blou})$ uit, sonder terugplasing.

Daar is $3 + 5 = 8$ balle. Die eerste trek is blou met waarskynlikheid $\frac{5}{8}$. Daardie bal word *nie* teruggesit nie, dus is daar vir die tweede trek 4 blou balle oor uit 7:

$$P(\text{albei blou}) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$$

Albei getalle daal — die teller omdat 'n blou bal weg is, en die noemer omdat 'n bal weg is.

Stap 3 — Trek af.

$$1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

- A) $\frac{5}{14}$ is $P(\text{geen rooi})$ — die komplement, korrek bereken en dan nie van 1 afgetrek nie.
- B) $\frac{3}{8}$ is die waarskynlikheid dat die **eerste** bal rooi is. Dit ignoreer die tweede trek heeltemal, en dit is kleiner as die regte antwoord omdat dit nie een van die maniere tel waarop die rooi een tweede kom nie.
- C) $\frac{39}{64}$ is die antwoord *mét* terugplasing: $1 - \left(\frac{5}{8}\right)^2$. Let op dat dit kleiner is as $\frac{9}{14}$. Om 'n blou bal te verwyder maak die volgende een meer waarskynlik rooi, dus verbeter trek sonder terugplasing jou kanse hier.

Onthou: "Ten minste een" beteken bereken die komplement. Sonder terugplasing verminder die teller **en** die noemer vir die tweede trek, en skryf die twee breuke langs mekaar voordat jy vermenigvuldig sodat die daling sigbaar is.

Q11 — Genadeloos — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Weet watter formule "verminderde saldo" beteken.

Verminderde saldo trek die persentasie af van wat die masjien *nou* werd is, dus verwyder elke jaar 'n kleiner bedrag as die vorige een:

$$A = P(1 - i)^n$$

(Reguitlyn-waardevermindering, $A = P(1 - in)$, trek elke jaar dieselfde bedrag af. Die woorde in die vraag bepaal watter een jy gebruik, en hulle is die enigste ding wat dit doen.)

Stap 2 — Vervang.

$$A = 120\,000 (1 - 0.25)^2 = 120\,000 \times (0.75)^2 = 120\,000 \times 0.5625$$

Stap 3 — Doen dit sonder 'n sakrekenaar. $0.75^2 = \frac{9}{16}$, dus

$$120\,000 \times \frac{9}{16} = 7\,500 \times 9 = \text{R}67\,500$$

Of jaar vir jaar: $120\,000 \rightarrow 90\,000 \rightarrow 67\,500$. Die eerste jaar verwyder R30 000 en die tweede verwyder net R22 500, wat verminderde saldo in een reël is.

Waarom die afleiers verkeerd is:

- A) R60 000 is reguitlyn-waardevermindering: $25\% \times 2 = 50\%$ van die oorspronklike bedrag af. Dit is altyd **laer** as verminderde saldo, omdat verminderde saldo die tweede jaar se 25% teen 'n kleiner bedrag hef.
- C) R90 000 is die waarde na een jaar. Korrekte rekenkunde, een jaar kort.

D) R112 500 kwadreer die koers in plaas van die faktor: $120\,000(1 - 0.25^2)$. Om 0.25 te kwadreer gee 0.0625, dus verwyder dit skaars 6% oor twee jaar. Die eksponent hoort op $(1 - i)$ as 'n geheel, nie op i nie.

Onthou: Verminderde saldo is $P(1 - i)^n$ en reguitlyn is $P(1 - in)$. Die mag sit op die hele hakie. As jy onseker is, stap jaar vir jaar deur — twee reëls rekenkunde besleg dit.

Afdeling 11.4 — Rye, Rekene en Spreiding

Q12 — Genadeloos — Antwoord: A

Verduideliking

Stap 1 — Sê wat S_n en T_n elkeen beteken.

S_{10} is die totaal van die eerste **tien** terme. T_{10} is die tiende term **op sy eie**. Hulle is nie dieselfde ding nie, en die hele vraag is om hulle uitmekaar te hou.

Stap 2 — Gebruik die verband tussen hulle.

Alles in S_{10} behalwe die tiende term is reeds in S_9 , dus:

$$T_{10} = S_{10} - S_9$$

Stap 3 — Bereken albei somme.

$$S_{10} = 3(10)^2 - 2(10) = 300 - 20 = 280$$

$$S_9 = 3(9)^2 - 2(9) = 243 - 18 = 225$$

$$T_{10} = 280 - 225 = 55$$

'n Kortpad wat die moeite werd is. As jy die aftrekking in die algemeen doen, kry jy $T_n = S_n - S_{n-1} = 6n - 5$, wat rekenkundig is met 'n konstante verskil van 6. Dan is $T_{10} = 60 - 5 = 55$ ✓, en jy kan enige ander term onmiddellik toets.

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) 280 is S_{10} — die som van die eerste tien terme, wat jy kry deur $n = 10$ in die formule soos gegee te vervang en te stop. Dit is die antwoord op 'n vraag wat nie gevra is nie.

C) 49 is $T_9 = S_9 - S_8$, een term te vroeg. Dit kom daarvan om die verkeerde paar af te trek — om $S_9 - S_8$ te skryf terwyl jy aan "negende en tiende" dink.

D) 61 is $T_{11} = S_{11} - S_{10}$, een term te laat, van S_{11} as die boonste som te gebruik.

Onthou: $T_n = S_n - S_{n-1}$. Wanneer 'n vraag vir jou 'n formule vir S_n gee en vir 'n term vra, trek die vorige som af — en as jy meer as een term gaan nodig kry, lei die algemene T_n een keer af en gebruik dit.

Q13 — Genadeloos — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Vind r uit die som tot oneindigheid.

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \implies \frac{8}{1-r} = 12$$

Kruisvermenigvuldig versigtig — hier vang die vraag mense:

$$8 = 12(1-r) \implies 1-r = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \implies r = \frac{1}{3}$$

Let daarop dat $|r| = \frac{1}{3} < 1$, dus konvergeer die reeks wel en die formule was toegelaat. Bevestig dit altyd.

Stap 2 — Gebruik die termformule.

$$T_n = ar^{n-1} \implies T_4 = 8 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

Die eksponent is $n - 1$, nie n nie: die eerste term het r tot die mag **nul**.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $\frac{8}{9}$ is $8r^2$, wat T_3 is. Dit kom daarvan om $T_4 = ar^{4-2}$ te skryf of bloot om die vermenigvuldigings een kort te tel.

B) -1 kom van die kruisvermenigvuldiging om te keer: om $\frac{8}{1-r} = 12$ as $1-r = \frac{12}{8}$ te lees, wat $r = -\frac{1}{2}$ gee en $T_4 = 8 \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -1$. 'n Negatiewe r hier behoort 'n waarskuwing te wees: dit sou die reeks laat afwissel, en $8 - 4 + 2 - 1 + \dots$ tel op tot $\frac{16}{3}$, nie 12 nie.

D) $\frac{8}{81}$ is $8r^4$, wat T_5 is — dieselfde fout van een af in die ander rigting, van r^n in plaas van r^{n-1} te gebruik.

Onthou: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ herrangskik tot $1-r = \frac{a}{S_\infty}$ — die eerste term oor die som, nie andersom nie. Dan is $T_n = ar^{n-1}$, en die vierde term dra r^3 .

Q14 — Genadeloos — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Vind die raakpunt.

$$y = (1)^3 - 4(1) = -3$$

dus raak die raaklyn die kromme by $(1, -3)$.

Stap 2 — Vind die gradiënt daar.

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4 \implies m = 3(1)^2 - 4 = -1$$

'n Negatiewe gradiënt — die kromme daal by $x = 1$, al oorheers x^3 verder uit.

Stap 3 — Skryf die raaklyn se vergelyking.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \implies y + 3 = -1(x - 1) \implies y = -x - 2$$

Stap 4 — Stel $y = 0$.

$$0 = -x - 2 \implies x = -2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 1 is die x -koördinaat van die raakpunt — waar die raaklyn die kromme raak, nie waar dit die as ontmoet nie.

B) -3 is die y -koördinaat van die raakpunt. Dit is nie die raaklyn se y -afsnit nie: daardie afsnit is -2 . -3 is bloot die hoogte van die raakpunt, en dit beantwoord geen deel van die vraag nie.

C) 4 is waar die **normaal** die as sny. Die normaal by daardie punt het gradiënt $+1$ (die negatiewe omgekeerde van -1), wat $y = x - 4$ gee en 'n afsnit by $x = 4$. Raaklyn en normaal is maklik om te verwar wanneer die gradiënt ± 1 is, want die rekenkunde lyk byna eenders.

Onthou: Punt, dan gradiënt, dan vergelyking, dan afsnit — vier stappe, en elkeen lewer 'n getal wat nie die antwoord is nie. Skryf neer wat elke getal is soos jy dit kry.

Q15 — Genadeloos — Antwoord: B**Verduideliking****Stap 1 — Stel die oppervlakte met een veranderlike op.**

Die parabool is simmetries om die y -as, dus is die reghoek dit ook. Noem die regterkantse hoek $x = w$. Dan is die linkerkantse hoek by $-w$ en:

- die **breedte** strek van $-w$ tot w , wat $2w$ is — nie w nie
- die **hoogte** is die waarde van die parabool daar, $12 - w^2$

$$A = 2w(12 - w^2) = 24w - 2w^3$$

Stap 2 — Differensieer en stel gelyk aan nul.

$$\frac{dA}{dw} = 24 - 6w^2 = 0 \implies w^2 = 4 \implies w = 2$$

(neem die positiewe wortel, aangesien w 'n lengte is)

Stap 3 — Vervang terug in die OPPELVLAKE, nie in die afgeleide nie.

$$A = 2(2)(12 - 4) = 4 \times 8 = 32$$

Die reghoek is dus 4 breed en 8 hoog.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 16 gebruik w as die hele breedte in plaas van die helfte daarvan: $2 \times 8 = 16$. Die parabool se simmetrie is wat die breedte $2w$ maak, en dit is die maklikste kenmerk van die diagram om mis te kyk wanneer daar geen diagram is nie.

C) 8 is die hoogte van die reghoek, $12 - 2^2$. Dit is 'n werklike hoeveelheid in die probleem en nie die een wat gevra is nie.

D) 48 is $24w$ by $w = 2$ — die eerste term van die oppervlakte-uitdrukking met die $-2w^3$ laat val. Dit is ook, veelseggend, groter as die ware maksimum, wat vir enige werklike reghoek onmoontlik is.

Onthou: In 'n optimaliseringsvraag, skryf die hoeveelheid in een veranderlike **voordat** jy differensieer, en toets wat die veranderlike meet — die helfte van 'n breedte gedra hom heeltemal anders as 'n hele een. Vervang die stasionêre waarde terug in die oorspronklike hoeveelheid, nooit in die afgeleide nie.

Q16 — Genadeloos — Antwoord: C**Verduideliking****Stap 1 — Stel die gelykvormigheid vas.**

DE ewewydig aan BC maak $\angle ADE = \angle ABC$ en $\angle AED = \angle ACB$ (ooreenkomstige hoeke), en hoek A is gemeenskaplik. Dus is $\triangle ADE \parallel \triangle ABC$.

Stap 2 — Kry die regte lengteverhouding. Dít is die strik.

Jy kry $AD : DB = 2 : 3$ — deel tot *deel*. Gelykvormigheid vergelyk AD met die hele sy AB :

$$AB = AD + DB = 2 + 3 = 5 \implies AD : AB = 2 : 5$$

Stap 3 — Kwadreer dit vir oppervlaktes.

In gelykvormige figure is oppervlaktes in die verhouding van die **kwadrate** van ooreenstemmende lengtes:

$$\frac{\text{oppervlakte } ADE}{\text{oppervlakte } ABC} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$8 = \frac{4}{25} \times \text{oppervlakte } ABC \implies \text{oppervlakte } ABC = 8 \times \frac{25}{4} = 50$$

Stap 4 — Trek af om die trapesium te kry.

Die trapesium is wat van die driehoek oorbly nadat ADE verwyder is:

$$50 - 8 = 42 \text{ cm}^2$$

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 12 skaal die oppervlakte met die lengteverhouding in plaas van met die kwadraat daarvan: $8 \times \frac{5}{2} = 20$, en dan $20 - 8 = 12$. Lengtes skaal met k , oppervlaktes met k^2 , volumes met k^3 .

B) 50 is die oppervlakte van die hele driehoek ABC . Korrek, en een aftrekking kort van die antwoord.

D) 10 gebruik $\frac{2}{3}$ as die lengteverhouding — die verhouding wat in die vraag gegee is, reguit van die bladsy af geneem. $AD : DB$ vergelyk twee *dele*; gelykvormigheid het $AD : AB$ nodig, deel tot geheel.

Onthou: Skakel 'n deel-tot-deel-verhouding om na deel-tot-geheel voordat jy dit in 'n gelykvormigheid gebruik, en kwadreer dit dan vir oppervlaktes. En wanneer die vraag vir 'n trapesium of enige ander oorblywende gebied vra, eindig met die aftrekking.

Q17 — Genadeloos — Antwoord: A

Verduideliking

Daar is geen sakrekenaar nie, en 'n gemeenskaplike noemer van $11 \times 9 \times 14 \times 7$ is nie 'n ernstige plan nie. Gebruik eerder die struktuur.

Die metode: meet elkeen se afstand vanaf 1.

Elke breuk hier is net onder 1. Trek elkeen van 1 af en die vergelyking keer om — die breuk met die **kleinste** tekort is die grootste breuk:

$$1 - \frac{9}{11} = \frac{2}{11} \quad 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9} \quad 1 - \frac{11}{14} = \frac{3}{14} \quad 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

Vergelyk nou die tekorte. Drie van hulle het teller 2, en met gelyke tellers is die een met die **grootste** noemer die kleinste:

$$\frac{2}{11} < \frac{2}{9} < \frac{2}{7}$$

Dit laat $\frac{3}{14}$. Vergelyk dit met $\frac{2}{11}$ deur te kruisvermenigvuldig: $3 \times 11 = 33$ teenoor $2 \times 14 = 28$, dus is $\frac{3}{14} > \frac{2}{11}$.

Dus is $\frac{2}{11}$ die kleinste tekort, en $\frac{9}{11}$ die grootste breuk.

Toets met desimale: $\frac{9}{11} \approx 0.818$, $\frac{11}{14} \approx 0.786$, $\frac{7}{9} \approx 0.778$, $\frac{5}{7} \approx 0.714$. ✓

Waarom die afleiers verkeerd is:

B) $\frac{7}{9}$ val $\frac{2}{9}$ kort van 1, en $\frac{2}{9} > \frac{2}{11}$. Dit is 'n aanloklike keuse omdat 7 en 9 die kleinste getalle op die tafel is, en klein getalle voel soos 'n groot breuk.

C) $\frac{11}{14}$ is die naaswenner, $\frac{3}{14}$ kort. Dit is die enigste een wie se tekort nie teller 2 het nie, en dít is juis waarom dit die kruisvermenigvuldiging verg eerder as 'n oogopslag.

D) $\frac{5}{7}$ val $\frac{2}{7}$ kort — die grootste gaping van die vier, dus die kleinste breuk.

Onthou: Om breuke naby 1 te vergelyk, vergelyk eerder hulle afstande vanaf 1: die kleinste gaping wen. Met gelyke tellers gee die groter noemer die kleiner breuk. Kruisvermenigvuldiging besleg enige paar wat die kortpaaie nie kan hanteer nie.

Q18 — Genadeloos — Antwoord: B

Verduideliking

Stap 1 — Herken albei patrone.

Die teller is 'n **verskil van kubusse**, aangesien $8 = 2^3$:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \implies x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

Die noemer is 'n verskil van kwadrate:

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

Stap 2 — Kanselleer die gemeenskaplike faktor.

$$\frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$$

Net $(x - 2)$ is gemeenskaplik. Niks anders kanselleer nie, en die antwoord bly 'n breuk.

Om die tekens reg te kry. In $a^3 - b^3$ dra die *eerste* hakie die minusteken en elke teken in die drieterm is **plus**. In $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ is dit andersom. Die kort weergawe: die binoom hou die tekens, die drieterm keer dit in die middel om.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) $x + 2$ kanselleer $x^2 + 2x + 4$ teen $x + 2$. Dit is nie dieselfde uitdrukking nie en nie een is 'n faktor van die ander nie — kanselleer is net toegelaat tussen identiese **faktore**, nooit tussen terme wat bloot eenders lyk nie.

C) $\frac{x^2 + 2x + 4}{x - 2}$ kanselleer die verkeerde hakie in die noemer: dit verwyder $(x + 2)$ hoewel die faktor wat met die teller gedeel word $(x - 2)$ is.

D) $\frac{x^2 - 2x + 4}{x + 2}$ gebruik $x^2 - 2x + 4$, die drieterm wat by $x^3 + 8$ hoort. Vervang $x = 1$ om dit te besleg: die oorspronklike is $\frac{-7}{3} = \frac{7}{3}$, en hierdie opsie gee $\frac{3}{3} = 1$.

Onthou: $a^3 \pm b^3$ faktoriseer in 'n binoom maal 'n drieterm, en die drieterm se middelteken is die teenoorgestelde van die binoom s'n. Wanneer 'n rationale uitdrukking nie wil vereenvoudig nie, toets of 'n kubus agter 'n getal soos 8, 27, 64 of 125 wegkruip.

Q19 — Genadeloos — Antwoord: D

Verduideliking

Stap 1 — Gebruik die reststelling op $x - 1$.

Deling deur $x - 1$ laat die res $p(1)$:

$$p(1) = 2 + a - 5 + b = 4 \implies a + b - 3 = 4 \implies a + b = 7$$

En dít is die antwoord. Die vraag vra vir $a + b$, en die eerste vergelyking gee dit regstreeks. Wie vir a en b afsonderlik oplos, kom ook daar uit, maar deur aansienlik meer werk.

Stap 2 — Die tweede voorwaarde, vir volledigheid.

Dat $x + 2$ 'n faktor is, beteken $p(-2) = 0$:

$$2(-8) + 4a + 10 + b = 0 \implies 4a + b = 6$$

Stap 3 — Los die paar op, as toets.

Trek $a + b = 7$ van $4a + b = 6$ af:

$$3a = -1 \implies a = -\frac{1}{3}, \quad b = 7 + \frac{1}{3} = \frac{22}{3}$$

En $a + b = -\frac{1}{3} + \frac{22}{3} = \frac{21}{3} = 7 \checkmark$ — dieselfde antwoord, langs die lang pad bereik.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 6 is die regterkant van die *tweede* vergelyking, $4a + b = 6$. Dit is $4a + b$, nie $a + b$ nie, en die twee val net saam wanneer $a = 0$.

B) $-\frac{1}{3}$ is a op sy eie.

C) $\frac{22}{3}$ is b op sy eie. Albei dit en opsie B is korrekte waardes wat 'n vraag beantwoord wat niemand gevra het nie — en albei is aansienlik lelike getalle vergeleke met die som waarby hulle optel, wat op sigself 'n wenk is.

Onthou: Reststelling: deling deur $x - k$ laat $p(k)$. Faktorstelling: $x - k$ is presies dan 'n faktor wanneer $p(k) = 0$. Voordat jy albei onbekendes uitwerk, kyk waarvoor die vraag gevra het — 'n kombinasie soos $a + b$ val dikwels uit een vergelyking uit.

Q20 — Genadeloos — Antwoord: C

Verduideliking

Stap 1 — Skei die twee bewerkings. Hulle doen verskillende dinge.

Standaardafwyking meet **spreiding** — hoe ver die waardes van hulle eie gemiddeld af lê. Dus:

- **Vermenigvuldiging** van elke waarde met 4 rek die hele stel uit, gapings ingesluit. Die spreiding word met 4 vermenigvuldig.
- **Aftrekking** van 6 skuif elke waarde met dieselfde bedrag af. Die gapings tussen hulle verander glad nie, dus bly die spreiding onaangeraak.

Stap 2 — Pas hulle toe.

$$\text{nuwe standaardafwyking} = 4 \times 3 = 12$$

Die -6 dra niks by nie.

Sien dit op 'n klein stel. Neem 5, 5, 11, 11: die gemiddeld is 8 en elke waarde is 3 daarvandaan, dus is die standaardafwyking 3. Pas nou $4v - 6$ toe: die waardes word 14, 14, 38, 38, die gemiddeld word $4(8) - 6 = 26$, en elke waarde is 12 van die nuwe gemiddeld af. ✓

Die algemene reël: as $y = mv + k$, dan is $\text{gemiddeld}(y) = m \times \text{gemiddeld}(v) + k$ maar $\text{sa}(y) = |m| \times \text{sa}(v)$. Die gemiddeld voel die verskuiwing; die spreiding nie.

Waarom die afleiers verkeerd is:

A) 3 laat die standaardafwyking onveranderd. Die -6 laat dit onveranderd, maar die $\times 4$ nie — die stel is agterna werklik vier keer so wyd versprei.

B) 6 pas albei bewerkings op die standaardafwyking toe: $4 \times 3 - 6$. Dit is die natuurlike fout, en dit is die moeite werd om presies te sien waarom die -6 nie daar kan wees nie: dit skuif elke waarde *én* die gemiddeld met dieselfde 6, dus bly elke afstand vanaf die gemiddeld soos dit was.

D) 26 is die nuwe **gemiddeld**, $4(8) - 6$. Dit is die regte formule op die verkeerde statistiek toegepas.

Onthou: Vermenigvuldiging skaal die standaardafwyking; optelling of aftrekking raak dit glad nie. Die gemiddeld voel albei. As jy nie kan onthou watter een nie, skryf vier getalle neer, pas die transformasie toe, en kyk.