

IEB-oefening: Differensiaalrekening — Vrae

8 splinternuwe vrae oor al 11 die onderwerpe in differensiaalrekening wat die IEB in Vraestel I eksamineer — 100 punte altesaam. Elke antwoord is in die memorandumboekie uitgewerk. Niks hier kom uit 'n ou vraestel nie.

Die afgeleide uit eerste beginsels

1

[16]

- (a) Gegee $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$. Gebruik eerste beginsels om $f'(x)$ te bepaal. (5)

Antwoord: _____

- (b) Bepaal $\frac{dy}{dx}$ indien $y = \frac{x^2 - 6x - 4}{\sqrt{x}}$. (4)

Antwoord: _____

- (c) Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan f by $x = -2$. (4)

Antwoord: _____

- (d) Bepaal die gemiddelde gradiënt van f tussen $x = 1$ en $x = 2$. (3)

Antwoord: _____

-
- (a) Gegee $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$. Bepaal $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, die gemiddelde tempo van verandering van f oor die interval $[x; x+h]$, in sy eenvoudigste vorm. (3)

Antwoord: _____

- (b) Bepaal vervolgens $f'(x)$. (2)

Antwoord: _____

- (c) Die lyn $y = -7x + k$ is 'n raaklyn aan die grafiek van $g(x) = x^2 - 3x + 7$. Bepaal die koördinate van die punt waar die lyn aan g raak, en die waarde van k . (5)

Antwoord: _____

- (d) By watter punt op f is die raaklyn ewewydig aan die lyn $y = -6x$? (3)

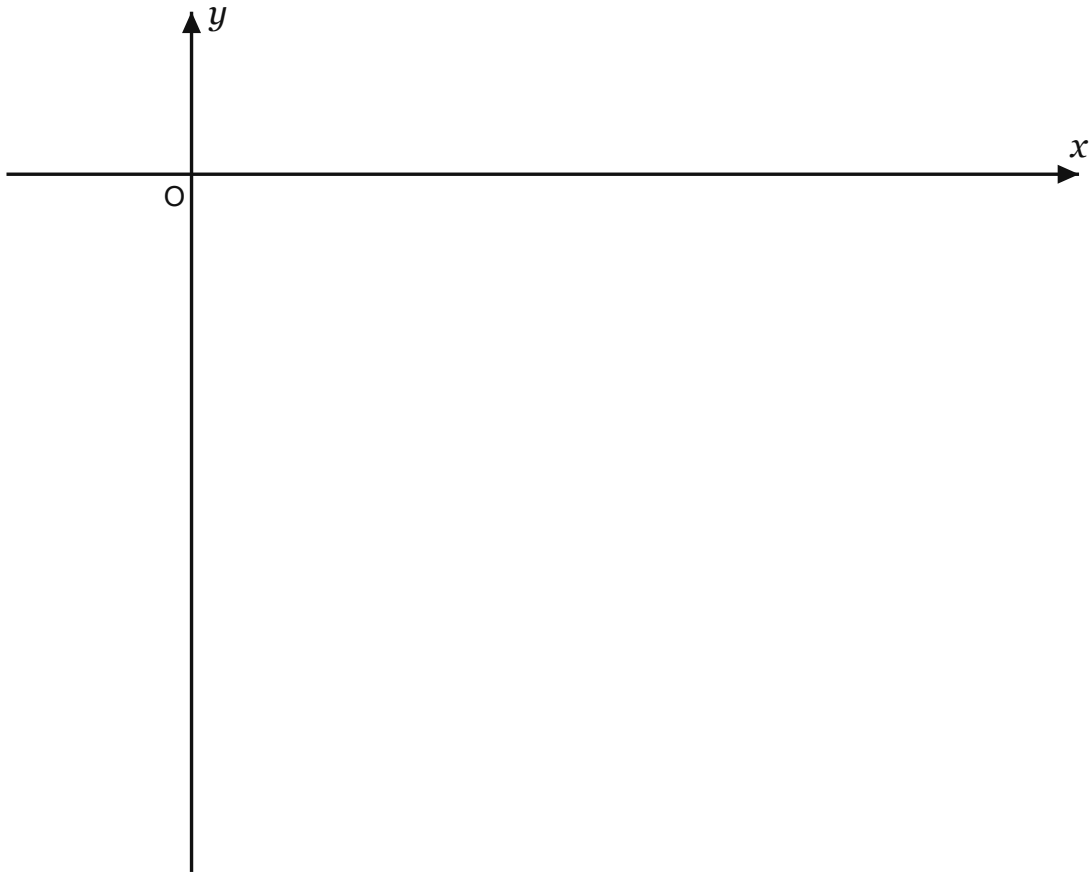
Antwoord: _____

Stasionêre punte

3

[17]

Gegee: $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 20$



- (a) Toon aan dat $x = 5$ 'n wortel van $f(x) = 0$ is, en bepaal vervolgens die x -afsnitte van f . (3)

Antwoord: _____

- (b) Bepaal die koördinate van die draaipunte van f . (4)

Antwoord: _____

- (c) Skets die grafiek van f op die assestelsel wat voorsien word. Toon alle afsnitte met die asse en die draaipunte. (4)

Antwoord: _____

(d) Vir watter waardes van x is die grafiek van f konkav op? (2)

Antwoord: _____

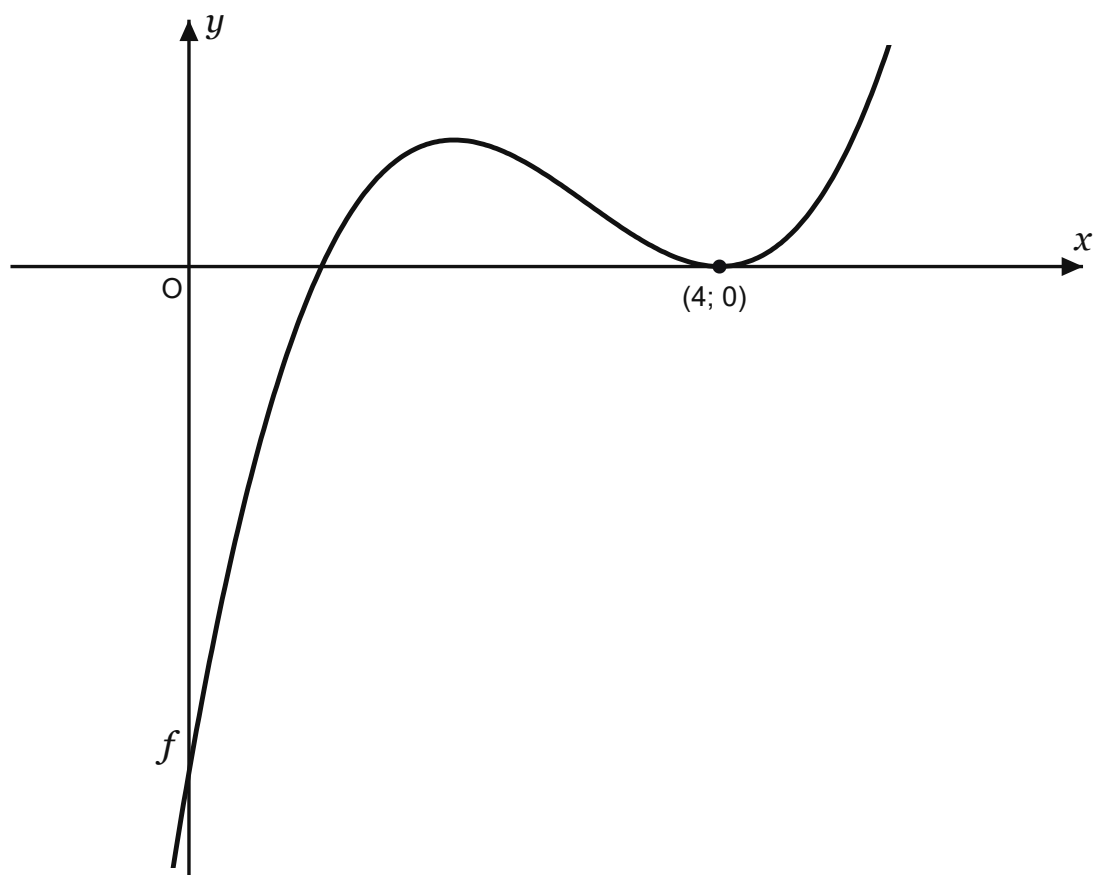
(e) Vir watter waardes van x is f stygend? (2)

Antwoord: _____

(f) Vir watter waardes van k sal $f(x) = k$ drie verskillende reële wortels hê? (2)

Antwoord: _____

In die diagram hieronder is die grafiek van $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + d$ geteken, waar d 'n konstante is. $(4; 0)$ is 'n stasionêre punt van f .



- (a) Bepaal die waarde van d . (2)

Antwoord: _____

- (b) Bepaal die koördinate van die ander stasionêre punt van f . (4)

Antwoord: _____

- (c) Bepaal die x -koördinaat van die buigpunt van f . (2)

Antwoord: _____

- (d) Vir watter waardes van k sal $f(x) = k$ presies een reële wortel hê? (3)

Antwoord: _____

(e) Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan f by $x = 0$.

(3)

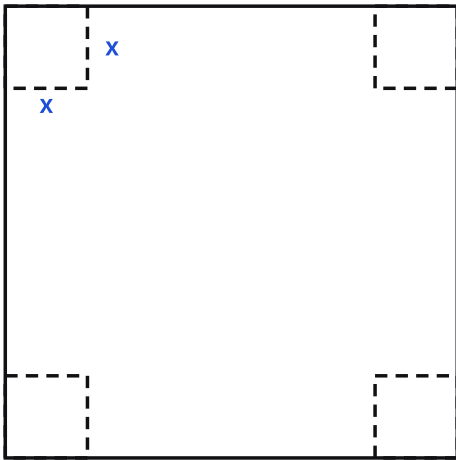
Antwoord: _____

Optimalisering

5

[9]

'n Oop boks word van 'n vierkantige stuk karton 36 cm by 36 cm gemaak deur 'n vierkant met sy x cm uit elke hoek te sny en die sye op te vou.



(a) Toon aan dat die volume van die boks $V = 4x^3 - 144x^2 + 1296x$ is.

(2)

Antwoord: _____

(b) Bepaal die waarde van x waarvoor die volume 'n maksimum is, en die maksimum volume.

(5)

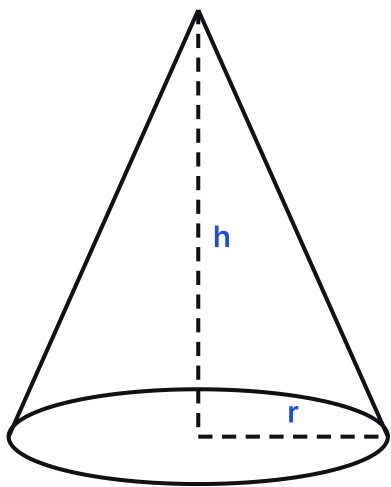
Antwoord: _____

(c) Bepaal die tempo waarteen die volume ten opsigte van x verander wanneer $x = 17$.

(2)

Antwoord: _____

'n Keël het 'n radius van r cm en 'n hoogte van h cm, en $r + h = 12$. ($V = (\frac{1}{3})\pi r^2 h$)



-
- (a) Toon aan dat die volume van die keël $V = (\pi/3)(12r^2 - r^3)$ is. (2)

Antwoord: _____

-
- (b) Bepaal die radius wat die grootste volume gee, en daardie volume in terme van π . (5)

Antwoord: _____

-
- (c) Bepaal die tempo waarteen die volume ten opsigte van r verander wanneer $r = 6$. (2)

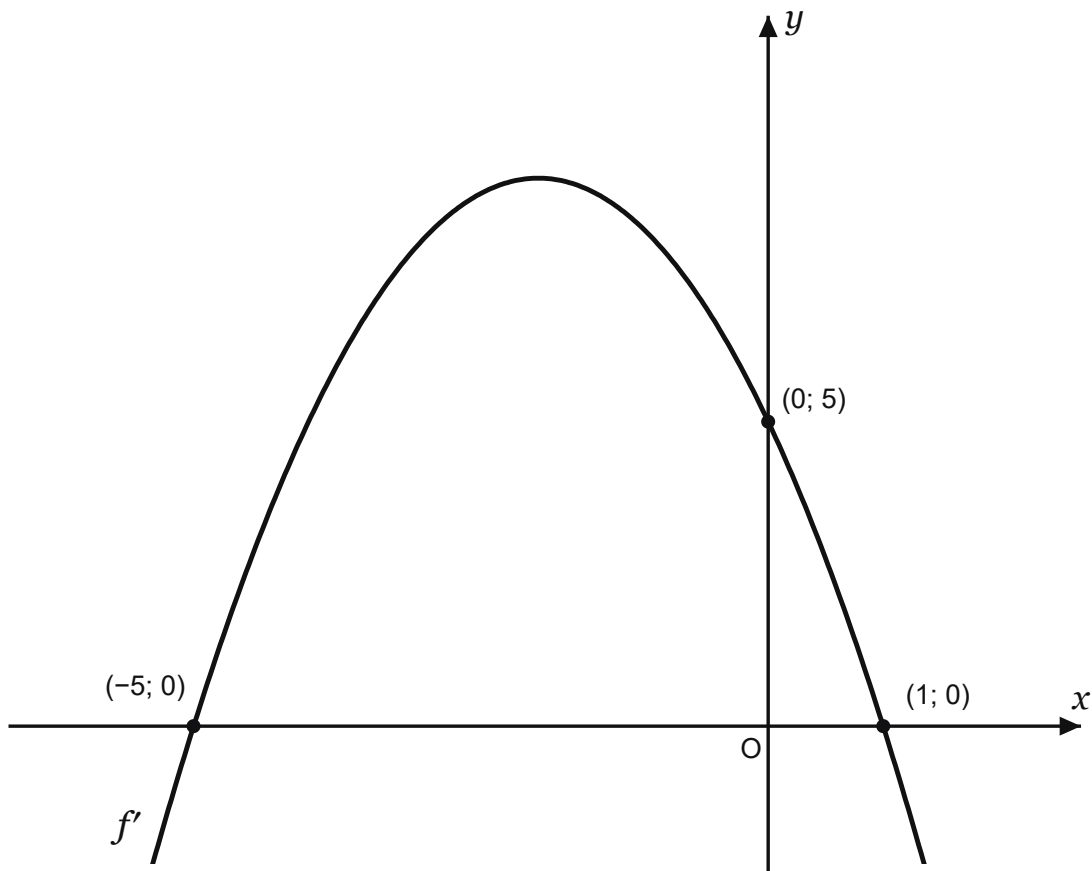
Antwoord: _____

Om die grafiek van f' te lees

7

[10]

Die grafiek van $y = f'(x)$, die afgeleide van 'n derdegraadse funksie f , is hieronder geteken. Dit sny die x -as by $(-5; 0)$ en $(1; 0)$ en die y -as by $(0; 5)$.



- (a) Vir watter waardes van x is f stygend? (2)

Antwoord: _____

- (b) Skryf die x -koördinate van die draaipunte van f neer, en sê watter een 'n lokale maksimum is. (3)

Antwoord: _____

- (c) Bepaal die x -koördinaat van die buigpunt van f . (2)

Antwoord: _____

(d) Vir watter waardes van x is f konkav op?

(2)

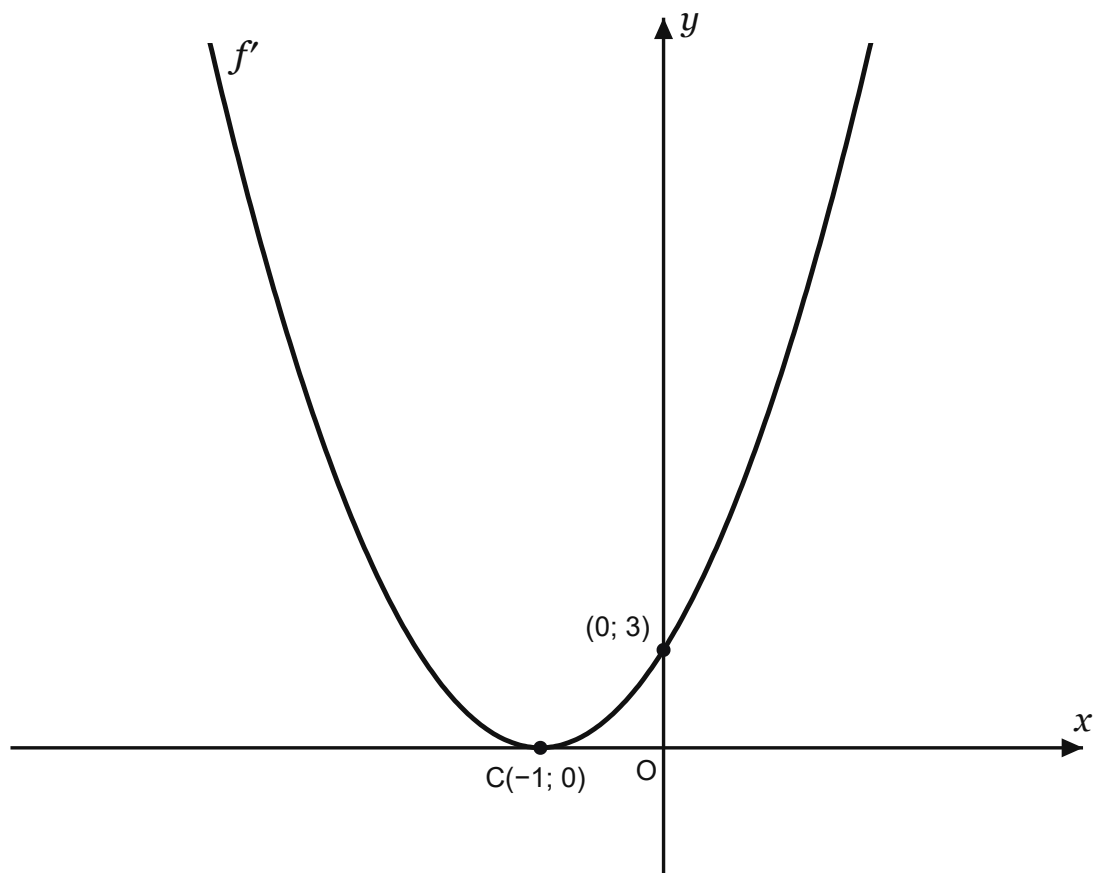
Antwoord: _____

(e) Skryf die gradiënt van die raaklyn aan f by $x = 0$ neer.

(1)

Antwoord: _____

Die grafiek van $y = f'(x)$, die afgeleide van 'n derdegraadse funksie f , is hieronder geteken. Dit raak die x -as by $C(-1; 0)$ en sny die y -as by $(0; 3)$.



- (a) Bepaal die vergelyking van f' . (3)

Antwoord: _____

- (b) Gegee dat $f(0) = -1$, bepaal $f(x)$. (4)

Antwoord: _____

- (c) Is $x = -1$ 'n draaipunt van f , of 'n buigpunt? Gee 'n rede. (2)

Antwoord: _____

- (d) Bepaal die x -waardes waar die raaklyn aan f 'n gradiënt van 12 het. (3)

Antwoord: _____