

IEB-oefening: Differensiaalrekening — Memorandum

Elke antwoord hieronder is deur 'n onafhanklike verifieerder bevestig op die oomblik toe die vraag gemaak is.

Die afgeleide uit eerste beginsels

1

(a) Antwoord: $f'(x) = -4x + 4$

$$1. f(x+h) = -2(x+h)^2 + 4(x+h) + 6$$

$$2. = -2x^2 - 4xh - 2h^2 + 4x + 4h + 6$$

$$3. f(x+h) - f(x) = -4xh - 2h^2 + 4h$$

$$4. f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4xh - 2h^2 + 4h}{h}$$

$$5. = \lim_{h \rightarrow 0} (-4x - 2h + 4)$$

$$6. = -4x + 4$$

(b) Antwoord: $\frac{dy}{dx} = (\frac{3}{2})x^{1/2} - 3x^{-1/2} + 2x^{-3/2}$

$$1. y = x^{3/2} - 6x^{1/2} - 4x^{-1/2}$$

$$2. \frac{dy}{dx} = (\frac{3}{2})x^{1/2} - 3x^{-1/2} + 2x^{-3/2}$$

(c) Antwoord: $y = 12x + 14$

$$1. f(-2) = -10, \text{ dus is die punt } (-2; -10)$$

$$2. m = f'(-2) = 12$$

$$3. y + 10 = 12(x + 2)$$

$$4. y = 12x + 14$$

(d) Antwoord: -2

$$1. f(1) = 8 \text{ en } f(2) = 6$$

$$2. \frac{6 - (8)}{2 - (1)} = -2$$

2

(a) Antwoord: $4x + 2h - 2$

1. $f(x + h) = 2(x + h)^2 - 2(x + h) + 1$

2. $f(x + h) - f(x) = 4xh + 2h^2 - 2h$

3. $\frac{4xh + 2h^2 - 2h}{h} = 4x + 2h - 2$

(b) Antwoord: $f'(x) = 4x - 2$

1. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h - 2)$

2. $= 4x - 2$

(c) Antwoord: $(-2; 17); k = 3$

1. $g'(x) = 2x - 3 = -7$

2. $x = -2$

3. $g(-2) = 17$, dus is die punt $(-2; 17)$

4. $17 = -7(-2) + k$, dus $k = 3$

(d) Antwoord: $(-1; 5)$

1. $f'(x) = 4x - 2 = -6$

2. $x = -1$

3. $f(-1) = 5$

Stasionêre punte

3

(a) Antwoord: (2; 0) en (5; 0)

1. $f(5) = 0$, dus is $(x - 5)$ 'n faktor

2. $f(x) = (x - 5)(x - 2)^2$

3. (2; 0) en (5; 0)

(b) Antwoord: (2; 0) en (4; -4)

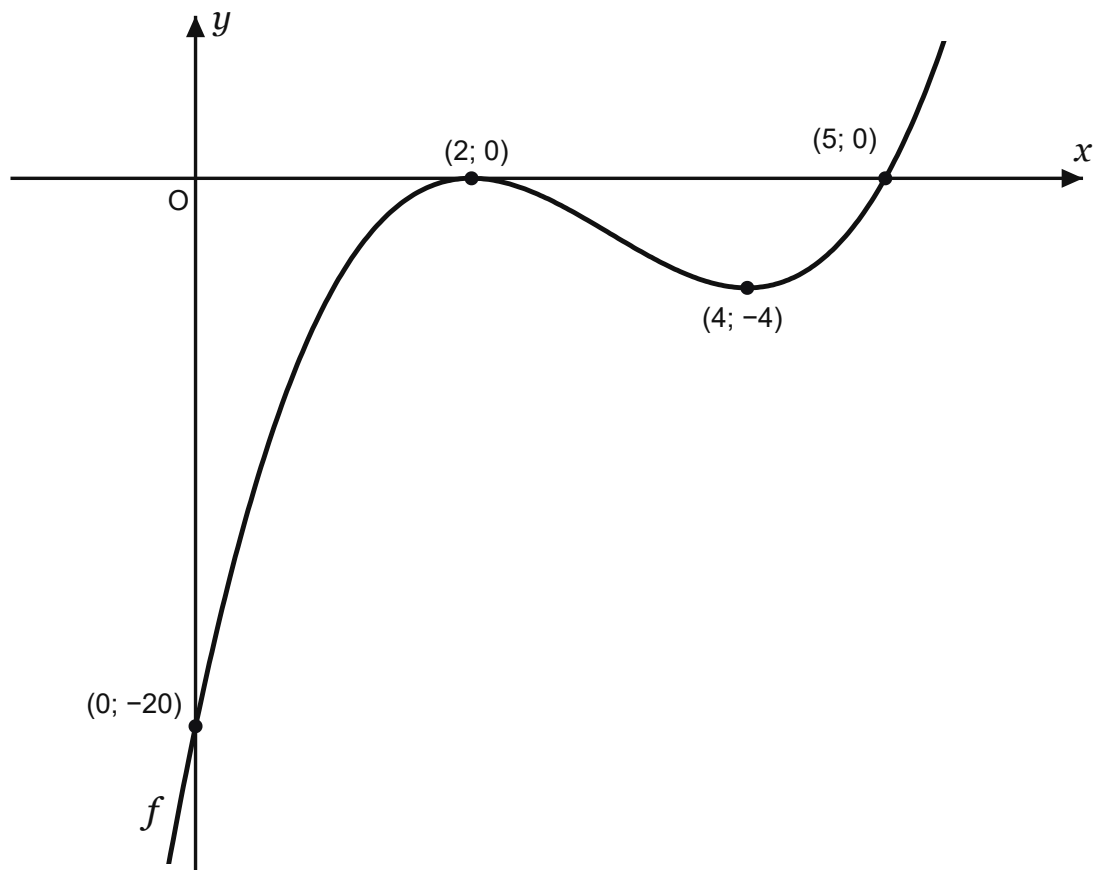
1. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$

2. $3x^2 - 18x + 24 = 0$

3. $x = 2$ of $x = 4$

4. (2; 0) en (4; -4)

(c) Antwoord: Sien die skets hieronder.



1. y -afsnit (0; -20); x -afsnitte (2; 0), (5; 0)

2. draaipunte $(2; 0)$, $(4; -4)$

(d) Antwoord: $x > 3$

1. $f''(x) = 6x - 18$

2. $f''(x) > 0: 6x - 18 > 0$

3. $x > 3$

(e) Antwoord: $x < 2$ of $x > 4$

1. $f'(x) > 0$

2. $x < 2$ of $x > 4$

(f) Antwoord: $-4 < k < 0$

1. die lyn $y = k$ moet die grafiek drie keer sny: tussen die draaiwaardes

2. $-4 < k < 0$

4

(a) Antwoord: $d = -16$

1. $f(4) = 0$

2. $16 + d = 0$

3. $d = -16$

(b) Antwoord: (2; 4)

1. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 24 = 0$

2. $3(x - (2))(x - (4)) = 0$

3. $x = 2$

4. $f(2) = 4$

(c) Antwoord: $x = 3$

1. $f''(x) = 6x - 18 = 0$

2. $x = 3$

(d) Antwoord: $k < 0$ of $k > 4$

1. die draaiwaardes is 0 en 4

2. een wortel wanneer die lyn $y = k$ bo die maksimum of onder die minimum verbygaan

3. $k < 0$ of $k > 4$

(e) Antwoord: $y = 24x - 16$

1. $f(0) = -16$ en $f'(0) = 24$

2. $y = 24x - 16$

Optimalisering

5

(a) Antwoord: Sien die berekening hieronder.

1. die basis is $(36 - 2x)$ by $(36 - 2x)$ en die hoogte is x

2. $V = x(36 - 2x)^2 = 4x^3 - 144x^2 + 1296x$

(b) Antwoord: $x = 6$ cm; $V = 3456$ cm³

1. $dV/dx = 12x^2 - 288x + 1296 = 0$

2. $(6x - 36)(2x - 36) = 0$

3. $x = 6$ ($x = 18$ gee geen boks nie)

4. $V = 6(36 - 12)^2 = 3456$ cm³

(c) Antwoord: -132 cm³/cm

1. dV/dx by $x = 17$

2. $= -132$ cm³/cm

6

(a) Antwoord: Sien die berekening hieronder.

1. $h = 12 - r$

2. $V = (\frac{1}{3})\pi r^2(12 - r) = (\pi/3)(12r^2 - r^3)$

(b) Antwoord: $r = 8 \text{ cm}$; $V = 256\pi/3 \text{ cm}^3$

1. $dV/dr = (\pi/3)(24r - 3r^2) = 0$

2. $r(24 - 3r) = 0$

3. $r = 8$ ($r = 0$ gee geen keël nie)

4. $V = (\pi/3)(12(8)^2 - (8)^3) = 256\pi/3 \text{ cm}^3$

(c) Antwoord: $12\pi \text{ cm}^3/\text{cm}$

1. dV/dr by $r = 6$

2. $= 12\pi \text{ cm}^3/\text{cm}$

Om die grafiek van f' te lees

7

(a) Antwoord: $-5 < x < 1$

1. f is stygend waar $f'(x) > 0$: waar die grafiek van f' bo die x -as lê
 2. $-5 < x < 1$
-

(b) Antwoord: $x = 1$ (lokale maksimum) en $x = -5$ (lokale minimum)

1. $f'(x) = 0$ by $x = -5$ en $x = 1$
 2. f' verander van positief na negatief by $x = 1$: 'n maksimum
-

(c) Antwoord: $x = -2$

1. $f''(x) = 0$ waar f' sy draaipunt het
 2. $x = \frac{-5 + 1}{2} = -2$
-

(d) Antwoord: $x < -2$

1. f is konkaf op waar $f''(x) > 0$: waar f' stygend is
 2. $x < -2$
-

(e) Antwoord: 5

1. die gradiënt van f by $x = 0$ is $f'(0) = 5$

(a) Antwoord: $f'(x) = 3x^2 + 6x + 3$

1. $f'(x) = a(x - (-1))^2$, wat die x -as by C raak

2. $3 = a(-1)^2$, dus $a = 3$

3. $f'(x) = 3x^2 + 6x + 3$

(b) Antwoord: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

1. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ met $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 3x^2 + 6x + 3$

2. $a = 1, b = 3, c = 3$

3. $f(0) = d = -1$

4. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

(c) Antwoord: 'n Buigpunt

1. $f'(-1) = 0$, maar f' verander nie van teken by $x = -1$ nie

2. dus het f daar 'n horisontale buigpunt

(d) Antwoord: $x = -3$ of $x = 1$

1. $3(x - (-1))^2 = 12$

2. $(x - (-1))^2 = 4$

3. $x = -3$ of $x = 1$