

IEB-oefening: Euklidiese meetkunde — Memorandum

Elke antwoord hieronder is deur 'n onafhanklike verifieerder bevestig op die oomblik toe die vraag gemaak is.

Die hoek by die middelpunt

1

(a) Antwoord: $\hat{A}OB = 92^\circ$

1. $\hat{A}OB = 92^\circ$ ($\angle$ by middelpunt $= 2 \times \angle$ by omtrek)

(b) Antwoord: $\hat{P}BO = 46^\circ$

1. $OB = OP$ (radii)

2. $\hat{P}BO = 46^\circ$ ($\angle$ e teenoor gelyke sye)

(c) Antwoord: $\hat{P}OB = 88^\circ$

1. $\hat{P}OB = 88^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(d) Antwoord: $\hat{P}AB = 57^\circ$

1. $PA = PB$ (Raaklyne vanaf gemeensk. *pt*)

2. $\hat{P}AB = \hat{P}BA$ ($\angle$ e teenoor gelyke sye)

3. $\hat{P}AB = 57^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(e) Antwoord: $\hat{P}BA = 57^\circ$

1. $\hat{P}BA = 57^\circ$ ($\angle$ e teenoor gelyke sye)

(f) Antwoord: $\hat{B}AU = 123^\circ$

1. $\hat{B}AU = 123^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

(g) Antwoord: $\hat{V}BA = 123^\circ$

1. $\hat{V}BA = 123^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

2

(a) Antwoord: $\hat{A}OB = 62^\circ$

1. $\hat{A}OB = 62^\circ$ ($\angle$ by middelpunt $= 2 \times \angle$ by omtrek)

(b) Antwoord: $\hat{O}AB = 59^\circ$

1. $OA = OB$ (radii)

2. $\hat{O}AB = \hat{O}BA$ ($\angle$ e teenoor gelyke sye)

3. $\hat{O}AB = 59^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(c) Antwoord: $\hat{O}BA = 59^\circ$

1. $\hat{O}BA = 59^\circ$ ($\angle$ e teenoor gelyke sye)

(d) Antwoord: $\hat{D}CB = 107^\circ$

1. $\hat{D}CB = 107^\circ$ (teenoorst. $\angle$ e van koordevierhoek)

(e) Antwoord: $\hat{E}CD = 73^\circ$

1. $\hat{E}CD = 73^\circ$ (buite $\angle$ van koordevierhoek)

Om die stelling self te bewys, nie om dit te gebruik nie

3

(a) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. Gegee: ABCD is 'n koordevierhoek in 'n sirkel met middelpunt O.
 2. Te bewys: $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$
 3. Konstruksie: Verbind OB en OD.
 4. Laat $\hat{O}_1$ die hoek by die middelpunt aan C se kant van BD wees, en $\hat{O}_2$ die ander een.
 5. $\hat{O}_1 = 2 \times \hat{A}$ ($\angle$ by middelpunt $= 2 \times \angle$ by omtrek)
 6. $\hat{O}_2 = 2 \times \hat{C}$ ($\angle$ by middelpunt $= 2 \times \angle$ by omtrek)
 7. $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 360^\circ$ ($\angle$ e om 'n punt)
 8. $\therefore 2\hat{A} + 2\hat{C} = 360^\circ$
 9. $\therefore \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$
-

(b) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. $\hat{A}\hat{B}\hat{C} = 180^\circ - 51^\circ - 52^\circ = 77^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)
2. $\hat{A}\hat{B}\hat{C} + \hat{A}\hat{D}\hat{C} = 77^\circ + 103^\circ = 180^\circ$
3. $\therefore$ ABCD is 'n koordevierhoek (teenoorst. $\angle$ e van vierhoek supp)

(a) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. Gegee: $\triangle ABC$ met D op AB en E op AC, en $DE \parallel BC$.
 2. Te bewys: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
 3. Konstruksie: Verbind BE en CD. Teken $EX \perp AB$ en $DY \perp AC$.
 4. oppervlakte $\triangle ADE$ / oppervlakte $\triangle BDE = \frac{AD}{DB}$ (dieselfde hoogte)
 5. oppervlakte $\triangle ADE$ / oppervlakte $\triangle CDE = \frac{AE}{EC}$ (dieselfde hoogte)
 6. oppervlakte $\triangle BDE =$ oppervlakte $\triangle CDE$ (dieselfde basis; dieselfde hoogte)
 7. $\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
-

(b) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. $AD = DB$ (gegee)
 2. $DE \parallel BC$ (gegee)
 3. $\therefore AE = EC$ (lyn van middelpunt $\parallel$ aan een sy)
-

(c) Antwoord: $DE = 5$ eenhede

1. $DE = \frac{1}{2}BC$ (Middelpuntstelling)
 2. $DE = \frac{1}{2} \times 10 = 5$
-

(d) Antwoord: $DK = 2$ eenhede

1. $BH = \frac{2}{5} \times 10 = 4$
 2. In $\triangle ABH$: $AD = DB$ en $DK \parallel BH$ (gegee)
 3. $\therefore AK = KH$ (lyn van middelpunt $\parallel$ aan een sy)
 4. $DK = \frac{1}{2}BH = 2$ (Middelpuntstelling)
-

(e) Antwoord: $DK : KE = 2 : 3$

1. In $\triangle AHC$: $KE = \frac{1}{2}HC$ (Middelpuntstelling)
2. $\therefore DK : KE = \frac{1}{2}BH : \frac{1}{2}HC = 2 : 3$

(a) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. Gegee: Sirkel met middelpunt O. AB is 'n koord. $OM \perp AB$.
 2. Te bewys: $AM = MB$
 3. Konstruksie: Verbind OA en OB.
 4. In $\triangle OMA$ en $\triangle OMB$:
 5. $OA = OB$ (radii)
 6. $OM = OM$ (gemeenskaplik)
 7. $\hat{OMA} = \hat{OMB} = 90^\circ$ (gegee)
 8. $\therefore \triangle OMA \equiv \triangle OMB$ (R-H-S)
 9. $\therefore AM = MB$ ($\equiv \Delta e$)
-

(b) Antwoord: $\hat{OMA} = 90^\circ$

1. $\hat{OMA} = 90^\circ$ (lyn vanaf middelpunt $\perp$ op koord)
-

(c) Antwoord: $\hat{OMB} = 90^\circ$

1. $\hat{OMB} = 90^\circ$ (lyn vanaf middelpunt $\perp$ op koord)
-

(d) Antwoord: $\hat{AOM} = 56^\circ$

1. $\hat{AOM} = 56^\circ$ (som $\angle$ e van $\triangle$)

Raaklyne, en raaklyne vanaf 'n punt buite

6

(a) Antwoord: $\hat{B}AS = 123^\circ$

1. $\hat{B}AS = 123^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

(b) Antwoord: $\hat{O}AS = 90^\circ$

1. $\hat{O}AS = 90^\circ$ (raaklyn $\perp$ radius)

(c) Antwoord: $\hat{O}AT = 90^\circ$

1. $\hat{O}AT = 90^\circ$ (raaklyn $\perp$ radius)

(d) Antwoord: $\hat{O}BA = 33^\circ$

1. $\hat{B}AO = 33^\circ$

2. $OA = OB$ (radii)

3. $\hat{O}BA = 33^\circ$ ($\angle$ e teenoor gelyke sye)

(e) Antwoord: $\hat{B}OA = 114^\circ$

1. $\hat{B}OA = 114^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(f) Antwoord: $\hat{P}BA = 25^\circ$

1. $\hat{P}BA = 25^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(g) Antwoord: $\hat{D}PA = 112^\circ$

1. $\hat{D}PA = 112^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

Gelykvormige driehoeke

7

(a) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. In $\triangle DET$ en $\triangle CBT$:
 2. $\hat{E}DT = \hat{B}CT$ (verw. $\angle e$; $DE \parallel BC$)
 3. $\hat{D}ET = \hat{C}BT$ (verw. $\angle e$; $DE \parallel BC$)
 4. $\hat{D}TE = \hat{B}TC$ (regoorstaande $\angle e =$)
 5. $\therefore \triangle DET \parallel \triangle CBT$ ($\angle\angle\angle$)
-

(b) Antwoord: $BC = 33$ eenhede

1. $\frac{BC}{DE} = \frac{CT}{DT}$ ($\parallel\parallel\parallel \Delta e$)
 2. $BC = 11 \times \frac{21}{7} = 33$
-

(c) Antwoord: $BT = 27$ eenhede

1. $\frac{BT}{ET} = \frac{CT}{DT}$ ($\parallel\parallel\parallel \Delta e$)
 2. $BT = 9 \times \frac{21}{7} = 27$
-

(d) Antwoord: $AD : DB = 1 : 2$

1. In $\triangle ADE$ en $\triangle ABC$:
2. $\hat{A} = \hat{A}$ (gemeenskaplik)
3. $\hat{ADE} = \hat{ABC}$ (ooreenk. $\angle e$ gelyk; $DE \parallel BC$)
4. $\therefore \triangle ADE \parallel \triangle ABC$ ($\angle\angle\angle$)
5. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$ ($\parallel\parallel\parallel \Delta e$)
6. $\therefore AD : DB = 1 : 2$

(a) Antwoord: Sien die bewys hieronder.

1. In $\triangle DET$ en $\triangle CBT$:
 2. $\hat{E}DT = \hat{B}CT$ (verw. $\angle e$; $DE \parallel BC$)
 3. $\hat{D}ET = \hat{C}BT$ (verw. $\angle e$; $DE \parallel BC$)
 4. $\hat{D}TE = \hat{B}TC$ (regoorstaande $\angle e \Rightarrow$)
 5. $\therefore \triangle DET \parallel \triangle CBT$ ($\angle\angle\angle$)
-

(b) Antwoord: $BC = 21$ eenhede

1. $\frac{BC}{DE} = \frac{CT}{DT}$ ($\parallel\parallel\parallel \Delta e$)
 2. $BC = 7 \times \frac{12}{4} = 21$
-

(c) Antwoord: $BT = 15$ eenhede

1. $\frac{BT}{ET} = \frac{CT}{DT}$ ($\parallel\parallel\parallel \Delta e$)
 2. $BT = 5 \times \frac{12}{4} = 15$
-

(d) Antwoord: $AD : DB = 1 : 2$

1. In $\triangle ADE$ en $\triangle ABC$:
2. $\hat{A} = \hat{A}$ (gemeenskaplik)
3. $\hat{ADE} = \hat{ABC}$ (ooreenk. $\angle e$ gelyk; $DE \parallel BC$)
4. $\therefore \triangle ADE \parallel \triangle ABC$ ($\angle\angle\angle$)
5. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$ ($\parallel\parallel\parallel \Delta e$)
6. $\therefore AD : DB = 1 : 2$

Die hoek in 'n halfsirkel

9

(a) Antwoord: $\hat{A}PB = 90^\circ$

1. $\hat{A}PB = 90^\circ$ ($\angle$ e in halfsirkel)

(b) Antwoord: $\hat{B}QA = 90^\circ$

1. $\hat{B}QA = 90^\circ$ ($\angle$ e in halfsirkel)

(c) Antwoord: $\hat{P}BO = 60^\circ$

1. $\hat{P}BO = 60^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(d) Antwoord: $\hat{B}AT = 62^\circ$

1. $\hat{B}AT = 62^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

(e) Antwoord: $\hat{A}CB = 62^\circ$

1. $\hat{A}CB = 62^\circ$ (raaklyn-koordstelling)

Koorde, en die lyn vanaf die middelpunt

10

(a) Antwoord: $\hat{OMA} = 90^\circ$

1. $\hat{OMA} = 90^\circ$ (lyn vanaf middelpunt $\perp$ op koord)

(b) Antwoord: $\hat{OMB} = 90^\circ$

1. $\hat{OMB} = 90^\circ$ (lyn vanaf middelpunt $\perp$ op koord)

(c) Antwoord: $\hat{OM} = 56^\circ$

1. $\hat{OM} = 56^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(d) Antwoord: $\hat{APB} = 90^\circ$

1. $\hat{APB} = 90^\circ$ ($\angle$ e in halfsirkel)

(e) Antwoord: $\hat{BQA} = 90^\circ$

1. $\hat{BQA} = 90^\circ$ ($\angle$ e in halfsirkel)

(f) Antwoord: $\hat{PBO} = 54^\circ$

1. $\hat{PBO} = 54^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

Die Eweredigheidstelling

11

(a) Antwoord: $AF : FG = 2 : 1$

1. $\frac{AF}{FG} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{1}$ (lyn $\parallel$ een sy van Δ ; $FE \parallel GC$)
 2. $AF : FG = 2 : 1$
-

(b) Antwoord: $FG : GB = 1 : 1$

1. Laat $AF = 2k$ en $FB = 2k$ (gegee)
 2. $FG = \frac{1}{2} \times 2k = 1k$
 3. $GB = FB - FG = 2k - 1k = 1k$
 4. $FG : GB = 1 : 1$
-

(c) Antwoord: $BC : CD = 1 : 1$

1. $\frac{BC}{CD} = \frac{BG}{GF}$ (lyn $\parallel$ een sy van Δ ; $GC \parallel FD$)
2. $\frac{BC}{CD} = \frac{1k}{1k}$
3. $BC : CD = 1 : 1$

Hoeke in dieselfde segment

12

(a) Antwoord: $\hat{PBA} = 57^\circ$

1. $\hat{PBA} = 57^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(b) Antwoord: $\hat{DPA} = 81^\circ$

1. $\hat{DPA} = 81^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

(c) Antwoord: $\hat{BPC} = 81^\circ$

1. $\hat{BPC} = 81^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)

(d) Antwoord: $\hat{PDC} = 24^\circ$

1. $\hat{PDC} = 24^\circ$ ($\angle$ e in dieselfde segment)

(e) Antwoord: $\hat{DPC} = 99^\circ$

1. $\hat{DPC} = 99^\circ$ (regoorstaande $\angle$ e =)

(f) Antwoord: $\hat{ACB} = 43^\circ$

1. $\hat{ACB} = 43^\circ$ (som $\angle$ e van Δ)

(g) Antwoord: $\hat{DCA} = 137^\circ$

1. $\hat{DCA} = 137^\circ$ ($\angle$ e op 'n reguit lyn)